

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

Світлана Скворцова
Оксана Онопрієнко



НОВА УКРАЇНСЬКА ШКОЛА:
**МЕТОДИКА
НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ
У 1-2 КЛАСАХ**

**ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ
СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ
НА ЗАСАДАХ**

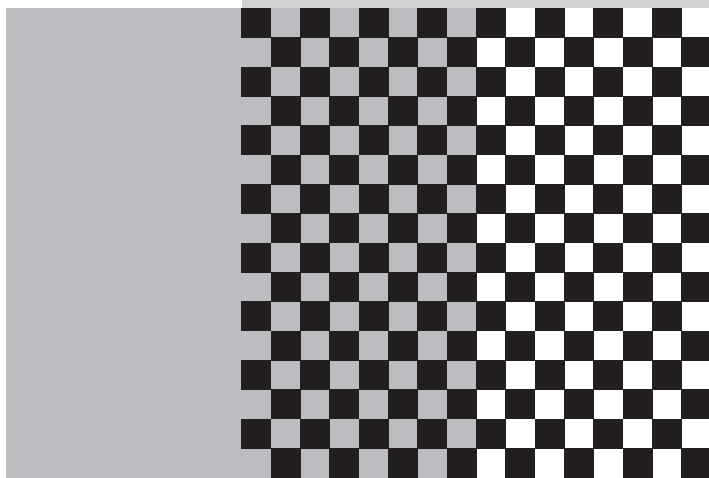
**ІНТЕГРАТИВНОГО
І КОМПЕТЕНТНІСНОГО
ПІДХОДІВ**

Світлана Скворцова
Оксана Онопрієнко



НОВА УКРАЇНСЬКА ШКОЛА:
**МЕТОДИКА
НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ
У 1-2 КЛАСАХ**

**ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ
СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ
НА ЗАСАДАХ
ІНТЕГРАТИВНОГО
І КОМПЕТЕНТІСНОГО
ПІДХОДІВ**



УДК 51:373.3(07)
С42

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 04.09.2019 № 1178)

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Рецензенти:

Н. П. Листопад, науковий співробітник відділу початкової освіти
Інституту педагогіки НАПН України;
О. Б. Колесник, учитель початкових класів Харківської гімназії № 12
Харківської міської ради Харківської області, учитель-методист

Скворцова С. О.

С42 Нова українська школа: методика навчання математики
у 1–2 класах закладів загальної середньої освіти на засадах
інтегративного і компетентнісного підходів : навч.-метод.
посіб. / Світлана Скворцова, Оксана Онопрієнко. — Харків :
Вид-во «Ранок», 2019. — 352 с.

ISBN 978-617-09-6042-9

У посібнику подано методику навчання учнів 1 і 2 класів основних питань курсу математики: арифметичних дій додавання і віднімання чисел у межах 100; табличного множення і ділення; формування поняття задачі й навчання розв'язування простих і складених задач; вивчення величин та їх одиниць; алгебраїчної та геометричної пропедевтики.

У посібнику реалізовано науково-методичні напрацювання авторів, враховано сучасні дослідження про психофізіологічні особливості дітей цифрового покоління.

Призначено для вчителів початкових класів закладів загальної середньої освіти.

УДК 51:373.3(07)



Інтернет-підтримка
Електронні матеріали
до посібника розміщено на сайті
interactive.ranok.com.ua

ISBN 978-617-09-6042-9

© Скворцова С. О.,
Онопрієнко О. В., 2019
© ТОВ Видавництво «Ранок», 2019

ПЕРЕДМОВА

У вітчизняній системі освіти впродовж останніх десятиліть відбувається модернізація змісту, методик, засобів і форм організації навчання здобувачів освіти. Такі процеси пов'язані з різними чинниками, найвпливовіші з яких для освіти ХХІ століття — актуальні для часу соціально-економічні умови функціонування соціуму в країні і світі, постійно зростаюча конкуренція на ринку праці, високий рівень технологізації індустріального виробництва й громадських послуг, виникнення нових сфер діяльності та професій тощо. Ці та чимало інших чинників зорієнтовують національну освітню систему на відкрите й гнучке навчання, у якому від кінця минулого століття реалізовується компетентнісний підхід, що, своєю чергою, позначається на відповідному оновленні переліку результатів навчання компетентнісного виміру.

У контексті світових тенденцій розвитку освіти вітчизняна школа тримає курс на побудову освітнього процесу, у якому акценти зміщені від накопичення нормативно визначених знань, умінь і навичок на вироблення і розвиток в учнів здатності діяти, застосовувати досвід у проблемних обставинах. Нововведення в нормативному забезпеченні початкової школи налаштовують на необхідність відмовитися від авторитарності, натомість звернутися до педагогіки співробітництва, у якій учень буде не просто діяльним учасником, а візьме на себе частину відповідальності за своє навчання.

Старт нової реформи в початковій освіті відбувся від оприлюднення Концептуальних засад реформування середньої школи — документа, який проголошує збереження цінностей дитинства, необхідність гуманізації навчання, особистісного підходу, розвитку здібностей учнів, створення навчально-предметного середовища, що в сукупності забезпечують психологічний комфорт і сприяють вияву творчості дітей. У Концепції подано перелік ключових компетентностей: спілкування державною мовою (і рідною у разі відмінності); спілкування іноземними мовами; математична; основні компетентності у природничих науках і технологіях; інформаційно-цифрова; уміння вчитися впродовж життя; ініціативність і підприємливість; соціальна та громадянська обізнаність та самовираження у сфері культури; екологічна грамотність і здорове життя, які визнаються як рівнозначні на всіх етапах навчання. Тобто освітні галузі (мовно-літературна, математична,

природнича, технологічна, інформатична, громадянська й історична, соціальна і здоров'язбережувальна, фізкультурна, мистецька) володіють потенціалом, необхідним для формування кожної ключової компетентності, і реалізують його наскрізно у процесі навчання школярів. Наприклад, внеском математичної освітньої галузі у формування компетентності спілкування державною мовою є вміння, що виробляється в процесі навчання математики, — лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; у компетентність спілкування іноземними мовами — зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням з іноземної мови; в основні компетентності у природничих науках і технологіях — моделювати процеси, що відбуваються в навколишньому світі; в інформаційно-цифрову компетентність — діяти за алгоритмом та складати алгоритми; у компетентність уміння вчитися — доводити правильність певного судження та власної думки; у компетентність ініціативність і підприємливість — здійснювати раціональний вибір; у соціальну та громадянську компетентності — робити висновки з отриманих результатів розв'язування задач соціального змісту; в обізнаність та самовираження у сфері культури — естетично зображувати фігури, графіки, рисунки; в екологічну грамотність і здорове життя — ощадливо користуватися природними ресурсами. Наведений приклад показує, що під час вивчення будь-якого предмета чи інтегрованого курсу в його змісті й відповідному дидактико-методичному забезпеченні мають бути реалізовані складники всіх ключових компетентностей.

Мета освіти, пов'язана із формуванням в учнів ключових компетентностей, одержала свій розвиток у Державному стандарті початкової освіти (2018 р., зі змінами в 2019 р.). У документі зазначено, що основою формування компетентностей визнається досвід діяльності дітей, їхні потреби, які мотивують до навчання. У стандарті надано перелік загальнонавчальних умінь, які є спільними складниками будь-якої компетентності. До їх числа віднесені такі: читання з розумінням, уміння висловлювати власну думку усно і письмово, критично та системно мислити, логічно обґрунтовувати позицію, створювати нове, виявляти ініціативу, конструктивно керувати емоціями, оцінювати ризики, приймати рішення, розв'язувати проблеми, співпрацювати з іншими людьми. Формування цих умінь може бути підставою для інтеграції освітніх галузей як однієї із провідних ідей Концепції.

Зважаючи на основний результат початкової освіти, зафіксований у Національній рамці кваліфікацій (2012 р.), — «здатність

особи виконувати прості завдання в типових ситуаціях у чітко визначеній структурованій сфері роботи або навчання; виконувати завдання під безпосереднім керівництвом іншої особи» — здобувачі освіти мають пройти всі етапи формування умінь: ознайомлення зі способом діяльності, закріплення під керівництвом учителя, виконання спочатку за зразком, а потім самостійно, й, нарешті, перенесення з одного навчального предмета на інший. Таким чином забезпечаться міжпредметні зв'язки або інтегрованість змісту.

Принципові зміни сталися у визначенні результатів навчання молодших школярів. Так, у чинному нині стандарті навчальні досягнення учнів мають статус обов'язкових результатів навчання за першим (1 – 2 класи) і другим (3 – 4 класи) циклами без розмежування за кожним класом і без прив'язки до змісту. Обов'язкові результати вивчення математичної галузі підпорядковані таким загальним цільовим складникам: дослідження ситуації і виокремлення проблем, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів; моделювання процесів і ситуацій; розроблення стратегій (планів) дій для розв'язування різноманітних задач; критичне оцінювання даних, процесу та результату розв'язання навчальних і практичних задач; застосування досвіду математичної діяльності для пізнання навколишнього світу. Наскрізьною метою навчання математики є формування математичної та інших ключових компетентностей; розвиток мислення, здатності розпізнавати і моделювати процеси та ситуації з повсякденного життя, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів, а також здатності робити усвідомлений вибір.

Математична компетентність здобувача освіти, як і будь-яка з інших компетентностей, — це особистісна властивість, яка виявляється в різноманітних життєвих обставинах як здатність актуалізувати, поєднати й застосувати здобутий у процесі навчання досвід діяльності та особистісні якості, що необхідні для досягнення певного результату. Для досягнення такої властивості необхідне тривале засвоєння предметних і міжпредметних знань, вироблення досвіду виконання способів діяльності, управління в застосуванні знань і вмінь у різних навчальних і життєвих обставинах. Отже, ми не можемо стверджувати однозначно, що всі учні молодшого шкільного віку здатні виявити компетентність як результат навчання. Оскільки компетентність — це складне особистісне утворення, то воно формується тривалий час, навіть упродовж життя. У контексті початкового навчання скоріше мова йде про базові аспекти компетентностей, особливо це стосується

учнів 1 і 2 класів. Через різні причини молодші школярі не завжди демонструють певну компетентність, зате можуть володіти знаннями на емпіричному або абстрактно-асоціативному рівнях (оперування задалегідь заданими ознаками предмета), вміннями і навичками репродуктивно-пізнавального й інструментально-алгоритмічного характеру. Цілком доступним для дітей у першому циклі навчання є засвоєння визначених змістом освіти знань, умінь, навичок і певного досвіду їх використання в різноманітних ситуаціях. Таку систему навчальних досягнень подано в переліку очікуваних результатів у типовій освітній програмі. Чітке уявлення про прогнозовані досягнення окремо по класах надає освітня програма, створена робочою групою під керівництвом О. Я. Савченко. У цій програмі простежується розвиток очікуваних результатів, які забезпечують досягнення обов'язкових результатів навчання Державного стандарту.

Математична компетентність, як і сама математична галузь, наділені специфічним, відмінним від інших галузей наповненням і сферою застосування. В умовах упровадження компетентнісного підходу ми маємо відповісти на виклик, зумовлений природою самої компетентності: оскільки компетентність (особливо ключова) є інтегрованим утворенням, яке не формується засобами одного предмета, одного виду діяльності, натомість вимагає різних за змістом і способом пізнання діяльностей. На часі — нагода переосмислити можливості використання інтеграції в нових умовах навчання.

Під інтеграцією в педагогічному процесі розуміють одну зі сторін розвитку, пов'язану з об'єднанням в ціле раніше розрізних частин. Мета інтеграційного утворення — формування в дітей цілісної картини світу. Результатом інтеграції повинні стати системність знань; уміння переносити ідеї і методи з однієї науки в іншу; посилення світоглядної спрямованості пізнавальних інтересів; формування і досягнення всебічно розвиненої особистості. Проте не всяке об'єднання різних дисциплін в одній освітній діяльності автоматично стає інтегрованою формою навчання. Для прикладу візьмемо тему «Калина». Розкриємо природничо-наукові знання про калину, визначимо колір, форму і величину плодів (природнична освітня галузь), послухаємо або прочитаємо казки, пісні і вірші про цей об'єкт (мовно-літературна галузь), перелічимо ягоди калини на гроні (математична галузь), намалюємо калину (мистецька) тощо. Чи можна у результаті ці розрізнені знання, хоча й з однієї теми, назвати інтеграцією? Чи реалізований у показаному випадку принцип системності? Чи навчаться, зрештою,

учні міркувати по-новому? Думаємо, суть навчальної діяльності не змінилася, з єдиною різницею, що вся наведена інформація подавалася водночас. На жаль, саме таке розуміння інтегрованого підходу в навчанні трапляється найчастіше. За прагненням дотриматись інтегрованої форми нехтується головна мета інтеграції — створення умов для формування нового способу мислення, яке виходить за межі одного навчального предмета.

Для подолання такої проблеми передусім слід визначити, що стане об'єктом інтеграції, з якого надалі й випливатимуть форми втілення інтегрованого підходу. З наведеного вище прикладу зрозуміло, якщо за об'єкт інтеграції прийняти окремий предмет, персонаж чи явище, то такий підхід може призвести лише до сприйняття фактологічної інформації, хоча і в цілісному вигляді. Якщо ж за об'єкт інтеграції прийняти ключову компетентність (наприклад, уміння вчитися), певний напрям освітньої діяльності (наприклад, розвиток мовлення), кілька споріднених навчальних предметів (наприклад, музичне та художнє мистецтво), то можна побудувати в цій освітній галузі систему, до якої буде застосована інтеграція. Для нашої системи освіти характерною є інтеграція на рівні освітніх галузей, за якої встановлюються зв'язки між цілями і завданнями однієї освітньої галузі та цілями і завданнями інших освітніх галузей. У таких умовах навчальна діяльність передбачає встановлення асоціативних зв'язків і виділення певної ознаки не відокремлено, а в системі інших властивостей і зв'язків, поданих у змісті різних галузей.

Навчання молодших школярів математики можна реалізувати, з одного боку, у системі навчальних завдань до уроку на рівні використання сюжетів, інформації з інших освітніх галузей, а з іншого — шляхом застосування математичних знань, умінь і навичок для вивчення інших освітніх галузей. Використовуючи чинні програми, ми спробували до кожного елемента змісту (теми), що міститься в програмі з математики для 1 класу, відшукати елементи змісту з інших освітніх галузей, які можуть бути застосовані під час формування математичних понять. Найбільш «багатими» на такі зв'язки виявилися перші теми, присвячені узагальненню й систематизації навчального досвіду учнів, здобутого до школи. Так, під час вивчення теми «Ознаки предметів» можна встановити асоціативні зв'язки з подібними темами інших предметів — «Ознайомлення зі словами — назвами предметів, ознак, дій»; «Жива та нежива природа. Тіла неживої природи. Організми та їхні ознаки»; «Кольори: основні та похідні, теплі й холодні, світлі й темні»; «Одяг і взуття. Призначення одягу та взуття.

Ознайомлення з основними матеріалами, які використовуються для виготовлення одягу і взуття»; «Здоров'я та його ознаки».

Між тим, до специфічно математичних тем, наприклад «Арифметичні дії додавання і віднімання. Число нуль», як і до багатьох інших тем, таких зв'язків нами не було виявлено. Це свідчить, що математика не інтегрується з іншими освітніми галузями, оскільки не можна дібрати таку тему, яка б вивчалась в інших освітніх галузях, і це природно, оскільки математика — наука про кількісні відношення та просторові форми об'єктів навколишнього світу. Математичні об'єкти утворюються шляхом ідеалізації властивостей реальних або інших математичних об'єктів та запису їх формальною мовою.

У плані поєднання інших предметів із математикою можна лише задіювати міжпредметні зв'язки. Так, у сюжетах математичних задачах можна використовувати інформацію про флору і фауну нашої планети; інформацію із суспільного життя нашої країни; змістові аспекти творів літератури. Вивчаючи цифри як позначки для запису чисел, можна провести аналогію із буквами, які так само є позначками звуків. Вивчення величин та їх вимірювання, зокрема маси, місткості тощо дає змогу провести бесіди, під час яких актуалізуються пізнання учнів із природознавства. Вивчення геометричних фігур можна інтегрувати з відповідними завданнями, які учні виконують на уроках трудового навчання, образотворчого мистецтва. Проте ці зв'язки не є системними, їх реалізація можлива лише в окремих випадках. Міжпредметні зв'язки можуть реалізовуватись через окремі завдання, через групи завдань або систему навчальних завдань уроку, поєднаних однією сюжетною лінією. На підставі розуміння інтеграції як поєднання раніше відокремлених частин у ціле можна стверджувати, що математична освітня галузь вже є інтегрованою, оскільки поєднує в собі арифметику цілих невід'ємних чисел та величин, алгебру та геометрію. Системоутворювальною лінією курсу математики початкової школи є арифметика, а елементи алгебри та геометрії пропонуються на пропедевтичному рівні. Результатом інтеграції має бути системність знань та вміння переносити ідеї та методи, способи розумової діяльності. Тому в контексті внутрішньо-предметної інтеграції домінувальною є інтеграція за змістом навчання, який охоплює знання, способи виконання діяльності, ціннісні орієнтації тощо.

**1.1. ВІКОВІ ОСОБЛИВОСТІ ПІЗНАВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ
6-7-РІЧНИХ ДІТЕЙ, ЇХ УРАХУВАННЯ І РОЗВИТОК
НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Учні, які вже зараз навчаються в початковій школі, — це діти, які не уявляють свого життя без гаджетів, підключених до мережі Інтернет. Нейрофізіологи встановили, що, з одного боку, гаджети дійсно надають швидкий доступ до інформації, що вимагає певного рівня розвитку пізнавальних процесів школярів для її опрацювання, проте з іншого — негативно впливають на якість пам'яті, уваги, оброблення інформації у представників цифрового покоління, у яких пізнавальні процеси є гіршими порівняно з попередніми поколіннями [1; 2].

Сучасне покоління дуже неоднорідне, розбіг фізичного й індивідуального віку дитини може сягати двох років. Спостереження за сучасними дітьми свідчать, що одні діти вже в 3 роки добре розрізняють кольори, геометричні фігури, лічать до 10 у прямому і зворотному порядках, навіть іноземною мовою, знають окремі букви і, можливо, складають їх у склади, мають гарно розвинене мовлення, але є і такі діти, які в цьому віці лише починають говорити. 60 % дітей приходять до школи з дуже малим словниковим запасом — близько 600 слів, серед яких переважають дієслова, а за нормою активний словник дитини має містити близько 5000 слів. Низький словниковий запас гарантує труднощі в письмі та читанні, проблеми функціональної грамотності, у тому числі й математичної [3].

Проблеми розвитку дитини на початку шкільного навчання викликані цілим комплексом чинників. Це, передусім, стимулювання раннього розвитку дітей і, як наслідок, неадекватні вимоги до них із боку батьків — мовленнєві атаки. Як зазначає М. Безруких, емоцією, яка гарно ідентифікується дітьми, є емоція страху [1]. Крім того, психологи наголошують на таких несприятливих чинниках, як зникнення культури подвір'я, коли відбувалося спілкування в різновікових групах, заміна спілкування з батьками «спілкуванням» із гаджетами. Гра, у тому числі й сюжетна рольова, перестала бути провідним видом діяльності дошкільника.

Вікові особливості перебігу пізнавальних процесів визначаються розвитком комплексу певних мозкових утворень для їх забезпечення. З іншого боку, для постійного нарощування зрілості й сили того чи іншого психологічного фактора має існувати потреба з боку зовнішнього світу. Якщо такої потреби немає, то відбувається гальмування психогенезу, що викликає функціональні деформації на рівні мозку [4].

Отже, основою всіх пізнавальних процесів людини є її мозок. Рівень структурного і функціонального розвитку мозку визначає можливість і якість пізнавальних процесів — сприймання, пам'яті, уваги, мислення. Розглянемо особливості цих процесів у дітей 6–7-річного віку за даними популяційних досліджень, проведених під керівництвом М. Безруких та А. Семенович.

Сприймання молодших школярів характеризується такими особливостями: споглядовою допитливістю; малою диференційованістю; загальним, глобальним схоплюванням предмета; тісним взаємозв'язком сприймання з практичною діяльністю; яскраво виявленою емоційністю; пануванням зорового сприймання над рештою видів сприймання.

На достатньо високому рівні розвитку в більшості дітей знаходиться зорово-просторове сприймання. Діти здатні характеризувати просторові відношення предметів (праворуч — ліворуч, над — під, на — за, зверху — знизу та ін.), розрізняти просторове розташування фігур, деталей на площині. Діти цього віку розрізняють геометричні фігури, виділяють їх у предметах навколишнього середовища; класифікують фігури за формою, розміром, кольором; розрізняють та виділяють букви й цифри, написані різним шрифтом; можуть подумки знаходити частину цілого, добудовувати фігури за схемою, конструювати з деталей. На початку шкільного навчання в дитини вже сформовані тактильні й соматогностичні функції, різні види предметного зорового гнозису перестають викликати в неї труднощі [4].

За даними М. Безруких, у шестирічних дітей відбуваються зміни в організації системи сприймання, а саме: створюються умови для поглибленого сприймання предметів, оперування великою кількістю ознак [1]. А. Семенович зазначає, що деяка затримка в поясненнях побаченого пов'язана не з первинним дефіцитом зорового сприймання, а з повільним добром слів. Автор зазначає, що до 6–7 років діти демонструють труднощі при сприйманні та інтерпретації сюжетних, особливо серійних, картин [4]. Вважаємо, що цю тезу треба взяти до уваги

вчителям 1–2 класів і не подавати навчальну інформацію у вигляді коміксів.

Розвиток сприймання не відбувається сам по собі, у цьому процесі велика роль належить учителю, який щоденно повинен: виховувати в учнів вміння не просто дивитися, а й роздивлятися, не просто слухати, а й прислухатися; спеціально організовувати діяльність дітей із сприймання об'єктів, надаючи їй цілеспрямованого характеру, керувати нею; вчити виділяти істотні ознаки й властивості предметів і явищ.

В учнів 7–8 років переважає недовільна увага, але як недовільна, так і довільна увага ще мають риси незрілості, а вже з 9–10 років недовільна увага організовується за типом дорослого. До 7–8 років довільна діяльність, яка організовується за допомогою уваги, легко виштовхується заняттями, що безпосередньо цікавлять дитину, це створює умови вибіркового залучення структур мозку в розв'язання конкретної, специфічної задачі і тим самим визначає успішність діяльності [1]. У процесі розробки навчальних завдань, наочних посібників, роздавальних матеріалів обов'язково треба враховувати цю особливість молодших школярів, подаючи математичні завдання в оболонці цікавих ігрових сюжетів, розробляючи сюжети математичних задач на підставі ситуацій, які цікавлять дитину, створюючи гарне, яскраве оформлення дидактичних матеріалів, що викликатиме в дитини позитивні емоції.

Визначимо, що застосування музики під час сприймання посилює емоційне забарвлення подання навчального матеріалу, а тим більше в разі дотримання таких умов:

- музика повинна бути інструментальною, перевага надається класичним творам;
- характер музики має відповідати характеру завдання: таблиці доцільно сприймати під повільну мелодію, розв'язувати задачі — під ритмічні мелодії.

Особливості пізнавальної діяльності визначаються специфікою мозкової організації уваги. **Увага** першокласників характеризується нестійкістю, слабкою організацією, невеликим об'ємом, поганою розподіленістю, що пояснюється недостатньою зрілістю нейрофізіологічних механізмів, які забезпечують процеси уваги.

Спрямованість уваги дитини зосереджена не лише на стимулах, що безпосередньо цікавлять її, але й на більш абстрактних, відлучених характеристиках середовища, його інформаційному компоненті [1]. Але дослідження вікової зрілості уваги, проведене

під керівництвом М. Безруких, виявляє, що в 5–6-річних дітей переважає вибіркова увага (дитина в певну мить може дивитись у певне місце, а не поруч), і це треба розуміти вчителю при складанні інструкцій до виконання певних завдань.

Проблеми із саморегуляцією виявляються в тому, що дитина ще погано керує власними вольовими зусиллями, оскільки для цього мають сформуватися фронтальні зони кори мозку, які формуються до 9–10 років. У молодшому шкільному віці в розвитку уваги відбуваються істотні зміни, йде інтенсивний розвиток усіх її властивостей: особливо (в 2,1 разу) збільшується об'єм уваги, підвищується її стійкість, розвиваються навички перемикання й розподілу. До 9–10 років діти вже здатні досить довго зберігати й виконувати довільно задану програму дій.

Формування механізмів селективної уваги відбувається до 6–8 років; саме селективна увага забезпечує аналіз інформації, визначення ознак, без яких неможливі такі види діяльності, як письмо і читання. Морфофункціональне дозрівання кори й глибинних структур мозку, яке відбувається в період від 3 до 6 років, є важливою умовою розвитку пізнавальної діяльності дошкільнят. Проте система опрацювання інформації у 6–7-річних дітей є ще незрілою, і до початку навчання у школі її можливості досить обмежені. Водночас запам'ятовування й розпізнавання геометричних фігур у цьому віці здійснюється за типом дорослого, а ідентифікація й відмінність букв і цифр являє для дитини труднощі, саме на цю особливість учитель 1 класу має спиратися під час організації уроків математики, пропонуючи учням завдання, які передбачають роботу з геометричними фігурами [1]. Це можуть бути практичні вправи з геометричними фігурами, продовження послідовностей геометричних фігур, які змінюються за однією ознакою, геометричні диктанти тощо.

У сфері просторових уявлень дитини до 6–7 років формуються структурно-типологічні та координатні фактори, тоді як метричні уявлення й стратегія оптико-конструктивної діяльності формується лише до 8–9 років [5]. Тому вчитель 1 класу в навчанні математики має спиратися на зазначені досягнення цього віку й пропонувати учням практичні завдання на розміщення предметів на площині, на коментування розміщення об'єктів на малюнку тощо. Водночас, враховуючи те, що навчання має спрямовуватись на зону найближчого розвитку дитини, доцільно пропонувати учням на практичному рівні досліджувати метричні відношення предметів, конструювати фігури з окремих частин за типом танграма [6].

Добре розвинені властивості уваги і її організованість є чинниками, що безпосередньо визначають успішність навчання в молодшому шкільному віці. Як правило, успішні школярі мають кращі показники розвитку уваги. При цьому спеціальні дослідження доводять, що різні властивості уваги мають неоднаковий «внесок» в успішність навчання з різних шкільних предметів. Так, при оволодінні математикою провідна роль належить об'єму уваги; успішність засвоєння мови пов'язана з точністю розподілу уваги, а навчання читання — зі стійкістю уваги. З цього можна зробити природний висновок: розвиваючи різні властивості уваги, можна підвищити успішність школярів із різних навчальних предметів [7].

Однак складність полягає в тому, що різні властивості уваги піддаються розвитку неоднаковою мірою. Найменше схильний до впливу об'єму уваги, він індивідуальний, водночас властивості розподілу та стійкості уваги можна і треба тренувати, щоб запобігти їх стихійному розвитку [8].

Успішність тренування уваги значною мірою визначається також індивідуально-типологічними особливостями особистості. Встановлено, що різні поєднання властивостей нервової системи можуть сприяти або, навпаки, перешкоджати оптимальному розвитку характеристик уваги. Зокрема, люди із сильною і рухомою нервовою системою мають стійку увагу, що легко перемикається та розподіляється. Для осіб з інертною і слабкою нервовою системою більш характерною є нестійка увага, яка погано перемикається і розподіляється. При поєднанні інертності й сили показники стійкості підвищуються, а властивості перемикавання і розподілу досягають середньої ефективності [8]. Таким чином, необхідно враховувати, що індивідуально-типологічні особливості кожної конкретної дитини дозволяють тренувати її увагу лише в певних межах.

Однак відносно слабкий розвиток властивостей уваги не є чинником фатальної неуважності, оскільки вирішальна роль в успішному здійсненні будь-якої діяльності належить організованості уваги, тобто навичці своєчасного, адекватного й ефективного застосування властивостей уваги в процесі виконання різноманітної діяльності. І при об'єктивно слабких властивостях уваги учень може непогано нею володіти. Проте в цих випадках управління зводиться головним чином до постійно відновлюваних зусиль підтримувати свою увагу, яка розсіюється, на належному рівні, а також до більш або менш успішного самоконтролю [9].

Іншою за своєю суттю має бути організованість уваги учнів із добре розвиненими її властивостями. Головне, що відрізняє таких учнів, це вміння пристосовувати свою увагу до специфіки виконуваної задачі, гнучко оперуючи окремими її властивостями. Їх високий розвиток дозволяє активізувати ту чи іншу властивість залежно від конкретних особливостей ситуації [8].

Неуважність молодших школярів — одна з найбільш поширених причин зниженої успішності. Помилки «через неуважність» у письмових роботах і під час читання найобразливіші для дітей. До того ж вони є предметом для докорів і невдоволення з боку вчителів і батьків.

Як правило, наявність значної кількості таких помилок у першокласників можна пояснити впливом відразу багатьох чинників: загальних вікових особливостей розвитку (незрілість нейрофізіологічних механізмів), початкового етапу в оволодінні навичками організації навчальної діяльності та інших причин, що пов'язані з періодом адаптації до нових умов школи. Тому в 1 класі роботу із розвитку уваги рекомендується проводити передусім як профілактичну, спрямовану на підвищення ефективності функціонування уваги в усіх дітей. На подальших етапах навчання (2–4 класи), коли труднощі адаптаційного періоду вже будуть подолані, значення такої роботи, безумовно, не знижується. Але разом із нею виникає необхідність організації спеціальних занять із дітьми, що відрізняються особливою неуважністю [9].

Одним з ефективних підходів до формування уваги є метод, розроблений у рамках концепції поетапного формування розумових дій [10]. Згідно з цим підходом увагу розуміють як ідеальну, інтеріоризовану й автоматизовану дію контролю. Саме такі дії і виявляються несформованими в неуважних школярів.

При роботі з неуважними школярами велике значення має розвиток окремих властивостей уваги. Для проведення занять психолог О. Яковлева рекомендує використовувати такі види завдань [11].

1. *Розвиток концентрації уваги.* Основний тип вправ — коректурні завдання, у яких дитині пропонується знаходити і викреслювати певні цифри в друкарському тексті. Такі вправи дозволяють дитині відчувати, що означає «бути уважним», і розвинути стан внутрішнього зосередження. Ця робота повинна проводитися щодня (по 5 хвилин на день) протягом 2–4 місяців. Рекомендується також використовувати завдання, що вимагають виділення ознак предметів і явищ

(прийом порівняння); вправи, засновані на принципі точного відтворення якого-небудь зразка (послідовність букв, цифр, геометричних узорів, рухів); завдання за типом «переплутані лінії», пошук прихованих фігур тощо.

2. *Збільшення об'єму уваги й короткочасної пам'яті.* Вправи ґрунтуються на запам'ятовуванні числа і порядку розташування ряду предметів, що показують на декілька секунд. У міру оволодіння вправою кількість предметів поступово збільшується.
3. *Тренування розподілу уваги.* Основний принцип вправ полягає в тому, що дитині пропонується одночасне виконання двох різноспрямованих завдань (наприклад, читання розповіді й підрахунок ударів олівця по столу, виконання коректурного завдання і прослуховування казки). Після закінчення вправи (через 10–15 хвилин) визначається ефективність виконання кожного завдання.
4. *Розвиток навички перемикання уваги.* Передбачає виконання коректурних завдань із чергуванням правил викреслювання букв.

Докладні програми діагностики й розвитку уваги в молодших школярів представлені в розробках О. Яковлевої, Є. І. Кікоїной, Т. Ферешильда, Г. І. Косова.

Отже, першокласники здатні до довільної уваги, однак її стійкість ще невелика і багато в чому залежить від умов організації навчання та індивідуальних здібностей.

Розвиток зорово-моторної координації дозволяє першокласникам координувати свої рухи. Діти можуть змальовувати прості геометричні фігури, предмети, лінії, що перетинаються, букви, цифри з дотриманням розмірів, пропорцій, співвідношень штрихів. Водночас для цього віку характерний слабкий розвиток моторики дрібних м'язів руки.

Розвиток слухово-моторної координації дозволяє розрізняти й відтворювати нескладний малюнок, виконувати під музику ритмічні рухи тощо [9].

Особливості пам'яті молодших школярів такі: у першокласників переважає мимовільне запам'ятовування, водночас вони здатні й до довільних дій пам'яті. Використання наочних засобів навчання сприяє розвитку довільного запам'ятовування. Об'єм пам'яті школяра зростає при активному й усвідомленому сприйманні та запам'ятовуванні.

Обсяг як зорової, так і слухово-мовленнєвої пам'яті є достатнім уже в 5-річних дітей; до 6 років сягає зрілості фактор міцності

зберігання, а до 7–8 років досягає оптимального статусу вибірко-вості мнемічної діяльності [4].

У молодшому шкільному віці діти краще запам'ятовують і міцніше зберігають у пам'яті конкретні відомості, події, предмети, тобто образну інформацію, ніж означення, правила і пояснення — словесно-логічну інформацію. Діти схильні до механічного запам'ятовування засобом простого повторення, без усвідомлення змістовних зв'язків матеріалу; вони часто дослівно вчать і відтворюють навчальний матеріал без його реконструкції, суттєвого перетворення, без намагання подати його зміст своїми словами, що пояснюється так:

- по-перше, механічна пам'ять у молодших школярів розвинена краще, і вони часто без особливих труднощів запам'ятовують матеріал дослівно;
- по-друге, молодший школяр ще не розуміє, що від нього вимагають, коли перед ним ставлять завдання запам'ятати; він ще не вміє диференціювати завдання запам'ятовування, а вчитель часто не допомагає дитині в цьому й обмежується вимогою відтворити матеріал правильно та достатньо повно; а правильно й повно, на думку учня, й означає дослівно;
- по-третє, молодші школярі погано володіють мовленням, тому їм легше відтворити щось дослівно, аніж передати загальний зміст своїми словами;
- по-четверте, багато молодших школярів ще не вміють організовувати змістовне запам'ятовування: не вміють розбивати матеріал на змістовні частини, користуватися схемами, відокремлювати опорні пункти для запам'ятовування, складати логічний план тексту, що, у свою чергу, викликано недостатнім розвитком у них словесно-логічного мислення [9].

Наочно-образний характер і орієнтування на точне засвоєння того, що пропонується вчителем, призводять до такої особливості пам'яті, як буквальність. Буквальність пам'яті молодшого школяра виявляється у відтворенні текстів. Прив'язаність до тексту допомагає дитині здійснити самоконтроль, співвіднести запропонований та відтворений матеріал. Буквальність запам'ятовування, у свою чергу, збагачує словниковий запас дитини, сприяє розвитку мовлення, допомагає оволодінню науковими поняттями. Але разом із тим буквальність перешкоджає розвитку пам'яті. Тому, починаючи з 1 класу, слід вчити учнів логічно запам'ятовувати матеріал.

Необхідною умовою успішного запам'ятовування є певний рівень розуміння матеріалу. Якщо матеріал погано зрозумілий, то

він запам'ятовується неточно, і спотворення не помічаються людиною або ж може з'явитися ілюзія запам'ятовування. Розуміння матеріалу гальмується, якщо установка на повноту й точність запам'ятовування з'являється до усвідомлення матеріалу в цілому. У решті випадків установка на запам'ятовування, навпаки, сприяє кращому запам'ятовуванню. Активна розумова діяльність, яка спрямована на розуміння матеріалу, стає причиною його мимовільного запам'ятовування.

Ще однією особливістю «покоління Z» є те, що його представники є візуалами, вони краще розуміють та сприймають образні, емоційні картини [12]. Це нібито вступає у протиріччя зі звичайним підходом дорослих людей, які вважають, що найголовнішою у пізнанні дійсності є логіка. Загальновідомо, що основним типом мислення молодшого школяра є наочно-образне мислення, яке пов'язане з його емоційною сферою.

Властивість дитячого розуму сприймати все конкретно, буквально, несформованість уміння піднятися над ситуацією і зрозуміти її загальний, абстрактний зміст — одна з основних особливостей дитячого мислення. Ця особливість найбільш яскраво виявляється під час навчання такого абстрактного шкільного предмета, як математика [13].

З початком навчання мислення виходить у центр психічного розвитку дитини [14] та стає визначальним у системі інших психічних функцій, які під його впливом інтелектуалізуються та набувають довільного характеру.

Мислення дитини молодшого шкільного віку перебуває на переламному етапі розвитку. У цей період відбувається перехід від наочно-образного до словесно-логічного, понятійного мислення, що надає розумовій діяльності дитини двобічний характер: конкретне мислення, пов'язане із реальною дійсністю та безпосереднім спостереженням, уже підпорядковується логічним принципам, але абстрактні, формально-логічні міркування учням ще не доступні.

У цьому відношенні найбільш показовим є мислення першокласників. Воно дійсно в основному конкретне, спирається на наочні образи та уявлення. Як правило, розуміння загальних положень досягається лише тоді, коли вони уточнюються за допомогою конкретних прикладів. Зміст понять та узагальнень визначається в основному наочно сприйнятими ознаками предметів. У цьому віці мислення дитини тісно пов'язане з її особистим досвідом, і тому найчастіше в предметах та явищах вона виділяє ті сторони, що свідчать про їх застосування, дії з ними [14].

У міру оволодіння навчальною діяльністю та засвоєння основ наукових знань школяр поступово приєднується до системи наукових понять, його розумові операції стають менш пов'язаними з конкретною практичною діяльністю або наочною опорою. Діти оволодівають прийомами розумової діяльності, набувають здатності діяти подумки та аналізувати процес особистих міркувань.

Із розвитком мислення пов'язане виникнення важливих новоутворень молодшого шкільного віку: аналізу, внутрішнього плану дії, рефлексії. Мається на увазі рефлексія у плані мислення. Дитина починає думати про основи того, чому вона думає саме так, а не інакше. Виникає механізм корекції свого мислення з боку логіки, теоретичного знання. З цього випливає, що дитина стає здатною підпорядковувати наміри інтелектуальній меті, утримувати їх протягом тривалого часу.

Оволодіння аналізом починається з уміння дитини виділяти в предметах і явищах різні властивості й ознаки. Як відомо, будь-який предмет можна розглядати з різних точок зору. Залежно від цього на перший план виступає той чи інший бік або властивість предмета. Уміння виділяти властивості дається молодшим школярам важко, їхнє конкретне мислення повинно проробляти складну роботу абстрагування властивості від предмета. Як правило, першокласники можуть виділити з безлічі властивостей якого-небудь предмета всього лише дві-три. У міру розвитку дітей, розширення їхнього кругозору і знайомства з різними аспектами дійсності така здатність, безумовно, удосконалюється. Однак це не виключає необхідності спеціально вчити молодших школярів бачити в предметах і явищах різні їхні сторони, виділяти множину властивостей, визначати серед них істотні й неістотні, спільні та відмінні; саме ці вміння є передумовою успішного виконання порівняння, підведення під поняття тощо.

Прийоми логічного аналізу необхідні учням уже в 1 класі, без оволодіння ними не відбудеться повноцінного засвоєння навчального матеріалу. Однак дослідження Н. Тализіної показують, що до кінця навчального року лише незначний відсоток першокласників володіє прийомами порівняння, підведення під поняття, виведення наслідків тощо. Багато школярів не засвоюють їх аж до старших класів [15].

Ці невтішні дані свідчать про те, що саме в молодшому шкільному віці необхідно провести цілеспрямовану роботу із навчання дітей основних прийомів розумової діяльності. Допомогу в цьому можуть надати матеріали, представлені в роботах

М. Н. Акимової і В. Т. Козлової, С. М. Бондаренко, Е. В. Заїки, Н. Ф. Тализіної та ін.

Становлення внутрішнього плану дії. Кожна психічна дія проходить у своєму розвитку ряд етапів. Починається цей шлях із зовнішньої, практичної дії із матеріальними предметами, потім реальний предмет замінюється його зображенням, схемою, після цього слідує етап виконання первинної дії у плані гучного мовлення, потім стає достатнім промовляння цієї дії подумки, нарешті, на заключному етапі дія повністю інтеріоризується і, перетворюючись, якісно скипається, здійснюється вмить і стає розумовою дією, тобто дією «у думці» [16].

Таку послідовність у своєму розвитку проходять всі розумові дії (лічба, читання, виконання арифметичних операцій та ін.).

Найбільш наочний приклад навчання лічби:

- 1) спочатку дитина вчиться перераховувати і додавати реальні предмети;
- 2) далі вчиться проробляти те саме з їх зображеннями (наприклад, рахує намальовані кружечки);
- 3) потім може дати правильну відповідь, уже не перераховуючи пальцем кожний предмет, а здійснюючи аналогічну дію в плані сприйняття, лише переводячи погляд, але, як і раніше, супроводжуючи рахунок гучним промовлянням;
- 4) після цього дія промовляється пошепки;
- 5) і, нарешті, дія остаточно переходить у внутрішній план, дитина стає здібною до усної лічби.

Примітно, що усна лічба на уроках математики — один із небагатьох прийомів, що застосовуються в масовій школі для формування внутрішнього плану дій. В основному ж це вміння складається стихійно. Досить часто можна бачити окремих першокласників, які наприкінці навчального року під час усної лічби активно перераховують під партою пальці на своїх руках, причому роблять це віртуозно, випереджаючи з відповіддю дітей, які дійсно лічать подумки. У таких школярів дія лічби у внутрішньому плані не відпрацьована, тому з ними необхідно провести спеціальні заняття із формування цього вміння.

Розвиток внутрішнього плану дій забезпечує здатність орієнтуватися в умові задачі, виділяти найбільш істотні її компоненти, планувати хід розв'язування, передбачати й оцінювати можливі варіанти тощо. Що більше «кроків» своїх дій може передбачити дитина і що ретельніше вона може зіставити їх різні варіанти, то успішніше вона контролюватиме фактичне розв'язування задачі. Необхідність контролю і самоконтролю в навчальній діяльності,

а також ряд інших її особливостей (наприклад, вимога словесного звіту, оцінювання) створюють сприятливі умови для формування в молодших школярів здібності до планування і виконання дій у внутрішньому плані [17].

Розвитку внутрішнього плану дій у молодших школярів сприяють також ігри: шахи, «п'ятнашки» і різноманітні вправи [18; 19].

Розвиток рефлексії. Л. С. Виготський зазначав, що дитина ще недостатньо усвідомлює власні розумові операції і тому не може повною мірою оволодіти ними. Вона ще мало здатна до внутрішнього спостереження, до інтроспекції... Тільки під тиском суперечки дитина починає намагатися виправдати свою думку в очах інших і починає спостерігати власне мислення, тобто шукати і розрізняти за допомогою інтроспекції мотиви, які її ведуть, і напрям, у якому вона прямує. Намагаючись відстояти свою думку в очах інших, вона починає підтверджувати її й для себе [20]. Таким чином, молодший школяр тільки починає опановувати рефлексію, тобто здатність розглядати й оцінювати власні дії, уміння аналізувати зміст і процес своєї розумової діяльності.

Здібність до рефлексії формується і розвивається у дітей під час виконання дій контролю й оцінювання. Усвідомлення дитиною значення і змісту власних дій стає можливим тільки тоді, коли вона вміє самостійно розповісти про свою дію, детально пояснити, що і для чого вона робить. Адже добре відомо: коли людина пояснює щось комусь іншому, вона сама краще починає розуміти те, що пояснює. Тому на перших етапах навчання будь-якої дії (математичної, граматичної тощо) необхідно вимагати від дитини не тільки самостійного і правильного виконання цієї дії, але й розгорнутого словесного пояснення всіх операцій, що здійснюються.

Для цього в процесі дій дитині потрібно ставити запитання про те, що вона робить, чому робить саме так, а не інакше, чому її дія правильна тощо. Подібні запитання рекомендується ставити першокласникам не тільки в тих випадках, коли вони припустилися помилки, а постійно, привчаючи їх детально пояснювати й обґрунтовувати власні дії.

Можливе також використання ситуації колективної розумової діяльності, коли аналіз розв'язання задачі діти проводять у парі, при цьому один з учнів виконує роль «контролера», що вимагає пояснити кожний крок розв'язування.

Розглянуті вище новоутворення (аналіз, внутрішній план дій і рефлексія) формуються у молодших школярів у процесі навчальної діяльності. Але, як свідчать дослідження психологів та

дидактів, ці новоутворення складаються в основному стихійно й у багатьох дітей не досягають необхідного рівня розвитку до кінця молодшого шкільного віку.

Крім того, вчителі мають розуміти те, що основою всіх когнітивних процесів є мозок людини. Вченими встановлено, що в розв'язуванні будь-якої задачі бере участь весь мозок людини. М. Безруких зауважує, що не існує жодного виду діяльності, який регулюється лише однією півкулею мозку. Тому стверджувати, що за творчість та інтуїцію відповідає права півкуля, а за логіку — ліва, неправомірно. Особливо якщо йдеться про дитячий вік 6–7 років, коли завдяки нейропластичності в усіх розумових процесах бере участь весь мозок дитини [1; 21]. Так, формально є зони мозку, які відповідають за певні функції, але при виконанні якоїсь задачі в мозку не активізується певна ділянка — мозок завжди працює весь; будь-які складні когнітивні функції — це робота всього мозку. Не існує ані лівопівкульних, ані правопівкульних дітей [1].

Виходячи з цього досить поширена теза про те, що шкільні методики навчання тренують і розвивають головним чином ліву півкулю, не має підстав. І стурбованість фахівців із нейропедагогіки, професорів Трауготта та Хризмана, щодо того, що треба застерегти школу від лівопівкульного навчання, що це не навчає дітей діяти в реальних ситуаціях, і щодо того, що «правопівкульники» є генераторами ідей, викликає сумніви [4].

Вікові особливості першокласників, а саме складність довільної регуляції діяльності, швидка втомлюваність — обумовлюють те, що для них дуже складними є статичні навантаження, обмеження рухового режиму, швидке перемикання з одного виду діяльності на інший. Під час уроків учитель не повинен допускати тривалої нерухомості дітей, пам'ятаючи, що малюкам необхідна м'язова активність, а інакше на урок прийдуть нудота і втома. Фізіологами встановлено, що найбільша працездатність спостерігається за одинадцятої години, тому першими уроками в розкладі слід ставити мову, математику, читання.

Шестирічні діти здатні точно виконувати інструкцію вчителя, якщо вона подана чітко й стисло, а також представлена послідовність (алгоритм) дій. Їм ще важко оцінити результат і якість своєї роботи, порівняти їх з еталоном, самостійно виправити помилки і внести корективу по ходу діяльності. Однак у них переважає поки ще завищена самооцінка, тому завдання вчителя — поступово і коректно формувати об'єктивну самооцінку школяра.

Потрібно пам'ятати, що діти цього віку емоційно реагують на неуспіх і невдачі у своїй діяльності, можуть хворобливо ставитися до стилю відношення дорослого до себе, емоційно (іноді неадекватно) реагувати на зауваження і критику своєї діяльності, вимагати постійної позитивної підтримки й схвалення.

Формування адекватної самооцінки залежить від умов навчання й виховання в колективі. За несприятливих умов самооцінка може видатись заниженою чи завищеною. Дитині із заниженою самооцінкою дуже важливо дати повірити у свої сили. Потрібен максимум спокою, доброзичливості й уваги до неї. Її не можна прискорювати, не слід сварити; потрібно частіше знаходити можливості її заохочування. Діти із завищеною самооцінкою прагнуть весь час бути на людях, показувати свої знання і вміння, намагаються виділитися, звернути на себе увагу. Учитель має обережно користуватися заохоченням щодо них; не слід таких дітей сварити, соромити.

Для формування самостійності, активності дітей велику роль грають стосунки вчителя з класом. Найбільш корисними є довірливі емоційні стосунки, за яких догана, зауваження, нотації, моралізація зведені до мінімуму.

Учитель повинен бути терплячим; одним із головних його завдань є навчити дитину самостійно знаходити відповідь на поставлене запитання, при цьому не прискорюючи дитину. Навіть якщо відповідь неправильна, не можна сварити учня, а потрібно похвалити його за спробу знайти розв'язок. Щоб прийти до правильної відповіді, вчитель повинен грамотно ставити додаткові запитання або тому самому учню, який дав неправильну відповідь, або іншим дітям. При отриманні правильної відповіді дітей необхідно похвалити: «Молодці! У результаті спільної праці ви знайшли правильну відповідь». Це стимулює ставлення навчального колективу до навчальної діяльності. Треба зазначити, що очікування схвалення стає могутнім позитивним мотивом навчання молодших школярів. Психологічні дослідження свідчать про те, що нестача схвалення сприймається молодшими школярами як спонування. Таким чином, застосовуючи лише схвалення дітей, без спонування, але дозуючи його, можна досягти тих самих результатів, як і при спонуванні.

Велике значення в роботі з шестирічними дітьми відіграє форма оцінювання дітей. Ш. О. Амонашвілі розробив і ввів у практику навчання систему змістовних оцінок. Змістова оцінка передбачає: доброзичливе ставлення до учнів; позитивну оцінку зусиль учня, спрямованих на розв'язання задачі; конкретний аналіз

труднощів, із якими зіткнувся учень, і помилок, яких він припустився; конкретні вказівки на те, як можна покращити досягнений результат. Загальний зміст оціночного судження повинен бути приблизно таким: «Ти діяв чи міркував дуже добре, але поки що в тебе не все виходило правильно. Наступного разу ти зможеш виконати завдання ще краще, ніж виконав зараз». Далі конкретно треба вказати, як можна ліквідувати помилки [22].

Успішність навчання першокласників залежить від того, як будуть формуватися мотиви навчання. Водночас початкова школа перебуває у стані, який донедавна не був характерним для цієї ланки освіти, — у ситуації домінування демотивації першокласників до шкільного навчання. Якщо на початку 2000-х років для 35 % першокласників була характерною несформованість навчальної та пізнавальної мотивації, то нинішнє число значно гірше. За даними популяційних досліджень, серед молодших школярів близько 90 % дітей не бажають іти до школи [1]. Причини відсутності бажання вчитися викликані, перш за все, форсуванням навчання дітей читання, письма, лічби; неадекватними й невідповідними віку вимогами батьків до дітей; заміною провідного виду діяльності дошкільника — гри — на навчальні заняття у всіляких школах раннього розвитку, підготовчих до школи курсах тощо. Низький рівень мотиваційної готовності до школи негативно позначається на адаптації дитини до нових умов шкільного навчання, а також на процесі формування навчальної діяльності, у тому числі математичної.

Тим часом потужним мотивом навчання є інтерес дитини до предмета навчальної діяльності. Пізнавальний інтерес у молодшому шкільному віці має яскраво виражений емоційний характер; учням початкової школи властиве виникнення цікавості в діяльності, яка їм вдається і в якій вони відчують успіх.

Водночас викликає стурбованість той факт, що діти до виконання будь-якої діяльності відчують внутрішню невпевненість, не звертаються за допомогою до дорослих. У контексті впровадження нових підходів до навчання сучасних дітей нейрофізіолог М. Безруких звертає увагу на те, що необхідно спонукати дітей відверто говорити про свою неспроможність у чомусь, не відкидати можливість звертатися по допомогу [1]. Тому одним зі шляхів корекції мотиваційної сфери сучасних першокласників є забезпечення досягнення ними успіху через задалегідь спроектовану підтримку в здійсненні навчальних дій.

Водночас психологи наголошують на такій особливості дітей цифрового покоління, як відсутність звички змушувати себе

робити щось, що не приносить задоволення. Разом з особливостями батьківського виховання це поступово формує нездатність відкладати задоволення, що негативно впливає на формування вольових якостей і здатність досягати успіху [23].

З різноманітних видів мотивів у цьому віці переважають ігрові мотиви. Навчальна діяльність, яка збуджується ігровими мотивами, буде сприяти повноцінному розвитку особистості. На уроці та в позаурочний час велике значення відводиться дидактичній грі. Гра дозволяє уникнути жорсткої регламентації дій шестирічок, стає способом навчання і формою організації навчальної діяльності. Поєднання рольових, сюжетних та рухомих ігор поступово закріплює навички довільної поведінки дітей, вчить діяти за певними правилами гри, переносить їх у певні умови навчального та повсякденного життя.

Отже, для нормального розвитку мотивації навчальної діяльності шестирічним дітям необхідно надати широкі можливості для ігор, використовуючи досвід дошкільних закладів. За цієї умови буде забезпечений сприятливий хід розвитку особистості, і до 7 років серед мотивів навчання почнуть займати місце соціальні навчальні мотиви.

Також, організовуючи навчання сучасних 6-7-річних дітей, слід враховувати й особливості, які формуються в них через використання гаджетів. Електронні сторінки, відеоігри, мультфільми пропонують дітям яскраву динамічну картинку, спецефекти. Мозок дітей звикає до високих рівнів стимуляції, які не може забезпечити традиційне навчання, тому воно видається учням нудним і нецікавим. Але й замінювати навчання відеоуроками, відеоіграми, що можуть бути цікавішими за звичайне мовлення вчителя, не можна. Навіть споглядаючи яскраву й динамічну картинку відеоуроку, без виконання власних дій школяр не виявляє активності з предмета вивчення, а тому якість навчальної діяльності є досить низькою. Інформація з електронних сторінок так і залишається інформацією, яка міститься на зовнішньому носії і не перетворюється у власне надбання особистості. Для того щоб інформація стала знанням — особистісним здобутком людини, треба здійснити спеціальну роботу з її аналізу та запам'ятовування, а для цього потрібно докласти певних вольових зусиль, щоб зосередитися на предметі вивчення. Навчання є складною роботою учнів, у процесі якої формуються нові нейронні зв'язки в мозку, і чим більше їх утвориться, тим кращою буде якість розумової діяльності людини. Мозок розвивається лише під час опрацювання нової, складної і нестандартної для нього задачі. Як стверджують

нейролінгвіст Т. Чернігівська та нейрофізіолог М. Безруких, це може бути все що завгодно, у тому числі й розв'язування математичних задач [21; 1].

Математика як навчальний предмет має потужні можливості для реалізації завдання розвитку пізнавальних процесів. Саме на математичному змісті можна вчити дітей аналізувати, порівнювати, узагальнювати, класифікувати, відрізняти істотне від неістотного, формулювати гіпотези, перевіряти їх, досліджувати вплив зміни умови математичної задачі на її розв'язування та на очікуваний результат. Навички логічного опрацювання інформації, одержаної в різний спосіб, дозволять школяреві критично оцінити її достовірність. Спрямованість на постійне дослідження, з'ясування залежності очікуваного результату від зміни однієї з вихідних умов; звичка до прикидки очікуваного результату, а згодом і до його перевірки допоможуть учневі в подальшому прогнозувати наслідки власних дій у повсякденному і професійному житті.

Очевидно, що модель навчання дітей цифрового покоління має бути іншою, ніж та, що існує зараз [21], а школа не повинна перетворюватись на муштру, дитина має відчувати радість від навчання [1].

Від рівня психологічної та методичної грамотності вчителя, характеру його взаємовідносин із дітьми в багатьох випадках залежить самопочуття маленьких школярів, їх ставлення до школи. Розвиваючи інтелект, емоції, волю дітей, збагачуючи їх досвідом гуманних стосунків, учитель готує їх не тільки до нової навчальної діяльності, але й залучає малюків до радісного, щасливого колективного життя, наповненого працею, творчістю, спілкуванням.

1.2. ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ З УРАХУВАННЯМ ОСОБЛИВОСТЕЙ ПЕРЕБІГУ КОГНІТИВНИХ ПРОЦЕСІВ УЧНІВ 1–2 КЛАСІВ

Як зазначалось вище, властивість дитячого розуму сприймати все конкретно, буквально, несформованість уміння піднятися над ситуацією і зрозуміти її загальний, абстрактний зміст — одна з основних особливостей дитячого мислення. Ця особливість найбільш яскраво виявляється під час навчання такого абстрактного шкільного предмета, як математика [13]. Крім того, враховуючи, що розвиток морфологічної структури і вдосконалення структурно-функціональної організації мозку, який забезпечує вдосконалення всіх когнітивних процесів і розширює можливості

пізнавальної діяльності та навчання, відбувається у віці від 5–6 до 9–10 років [24], особливо гостро постає проблема обґрунтування методики навчання учнів математики, яка враховує їхні вікові особливості, створюючи тим самим передумови не лише для формування математичної і ключових компетентностей, а й для розвитку мозку дитини. Детальніше про побудову методики навчання математики на основі врахування нейрофізіологічних особливостей учнів можна дізнатися зі статті [26].

У початковій школі навчаються діти цифрового покоління. Світ електронних гаджетів, у який діти занурилися ще змалку, перенасичений яскравими образами [23]. Електронні сторінки, відеоігри, мультфільми пропонують дітям яскраву динамічну картинку, спецефекти. Мозок дітей звикає до високих рівнів стимуляції, які не може забезпечити традиційне навчання, тому воно видається учням нудним і нецікавим.

Детальніше про навчання математики учнів — представників цифрового покоління див. у статтях [25; 26].

Ученими встановлено, що нові інформаційні технології вимагають розвитку в дитини таких здібностей, які б допомагали якомога ефективніше діяти у віртуальному середовищі. Тому, виходячи з пізнавальних особливостей учнів цифрового покоління, розглянемо засоби навчання, методику побудови систем навчальних завдань, а також приділимо увагу формам роботи на уроці математики.

ЗАСОБИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

Основними засобами навчання математики, як і будь-якого навчального предмета, є підручник і зошит із друкованою основою. Очевидно, що змагатися з віртуальним світом, який пропонує дитині екшн, навчальному посібнику дуже складно. Але при виборі підручників, навчальних посібників, методичного забезпечення уроків учителю треба враховувати звичку дитини до яскравої динамічної картинки, спецефектів, до високих рівнів стимуляції, які забезпечують відеоігри. А це вимагає не лише паперових навчальних посібників, тобто підручників, навчальних зошитів тощо, а й електронних додатків, які можна активувати, наприклад, за QR-кодами. Електронні додатки до уроків можуть являти собою мультимедійні презентації до уроків або до окремих завдань підручника, інтерактивні завдання тощо.

Крім того, у наукових дослідженнях фіксується й ряд інших нових особливостей сучасних дітей, таких як погіршення обробки навчальної інформації, зниження об'єму слухової пам'яті та

орієнтування на графічний образ слова [2]. Також слід зазначити, що представники цифрового покоління є переважно візуалами, які потребують наочної схематизації навчальних дій. Щоб урахувати цю здатність сучасних дітей, у мультимедійних презентаціях, всіляких навчальних посібниках, картках із друкованою основою слід передбачити виділення кольором слів, на які треба звернути увагу; використовувати систему стрілочок і дужечок, які допомагають учню встановити зв'язки або наптовхують на певні операції, які є складниками орієнтувальної основи дії (ООД).

У мультимедійних презентаціях, які створює учитель, пропонує освітній сайт або видавництво, доцільно за допомогою анімаційних ефектів, кольорових виділень представляти навчальний зміст у динаміці, що полегшує сприймання дитиною навчальної інформації. Треба передбачити поступове розгортання схеми розв'язування, подання ООД; використання спеціальних засобів звернення уваги дітей на спільне й відмінне в розв'язуваннях схожих завдань, способах міркування тощо. Таким чином задовольняється потреба сучасних дітей у використанні інформаційних технологій, але ця віртуальна реальність контрольована вчителем і реалізує навчальні цілі, залучає дитину до спільної колективної діяльності.

Одним із засобів навчання — засобів організації навчальних досліджень є математичні матеріали, які являють собою комплекс роздавальних матеріалів, бажано таких, які можна застосовувати при вивченні кількох питань курсу математики початкової школи. Наприклад, лічильні палички та пучки лічильних паличок, намистинки-одиниці та низки намистинок, які можна використовувати як при формуванні поняття числа й вивченні нумерації чисел першої сотні, так і під час навчання арифметичних дій додавання та віднімання. Використання математичних матеріалів особливо актуалізується для учнів цифрового покоління, оскільки, за даними психологів, у них погіршилася здатність працювати з тривимірними фігурами, натомість поліпшилася — з двовимірними. Крім того, важливість використання в процесі уроку роботи з математичними матеріалами підкріплюється положеннями психологічної та нейрофізіологічної науки: про важливість сенсорики для розвитку мозку [21]; про формування інваріантності у перцептивній сфері до 6 років [1]; про формування до 6–7 років структурно-типологічних і координатних факторів у сфері просторових уявлень [4]; про вдосконалення рухів дитини, тренування зорової пам'яті і просторового сприйняття у процесі роботи з геометричним матеріалом [1]; про характерне для 7–8-річних учнів

образне мислення, основою якого є зорове сприймання, а засобом — образ.

Виходячи з цього, однією зі складових методики навчання математики в 1–2 класі має бути методика роботи з математичними матеріалами — наочними посібниками, за допомогою яких учень досліджує кількісні відношення та форми об'єктів навколишнього світу. Отже, математичні матеріали є засобом навчальних досліджень; виконуючи практичні дії з математичними матеріалами, учні відкривають нове для себе поняття або спосіб дії.

Загальновідомими, перевіреними часом є математичні Монтессорі-матеріали: арифметичні штанги та числа і кружечки, кружечки-намистинки, картки з числами тощо. Також можна використовувати традиційні матеріали — лічильні палички та пучки лічильних паличок, кубики та бруски з кубиків або всілякий лічильний матеріал — горіхи, жолуді, гудзики тощо.

Наприклад, за допомогою арифметичних штанг (смужок або брусків, які «набрані» із рівних частин двох кольорів — синього й червоного) учні досліджують порівняння за довжиною, відношення «бути довшим» або «бути коротшим», виконують серіацію за довжиною, а далі досліджують кількісні та порядкові відношення між числами.

Арифметичні штанги діти викладають на парті за довжиною — від найкоротшої до найдовшої; перелічують кількість кольорових смужок і позначають її карткою з відповідним числом; таким чином відбувається серіація арифметичних штанг не лише за довжиною, а й за збільшенням кількості кольорових смужок. Учні наочно спостерігають кількісні відношення між числами: кожне наступне число більше на 1 за попереднє, тому що кожна наступна штанга містить на одну кольорову смужку більше. Орієнтуючись на викладені на парті за довжиною арифметичні штанги, учні називають числа в порядку зростання або в порядку спадання, торкаючись відповідної штанги; виконують обернене завдання — учитель пропонує показати штангу, якій відповідає певне число. На наступному етапі завдання ускладнюють, і учням пропонується змішати штанги, а потім знайти ту, що відповідає певному числу.

Відтепер ці смужки відрізняються одна від одної не лише за довжиною, а й за різною кількістю кольорових смужок, що надає можливість школярам дослідити кількісні відношення і встановити, що на довшій смужці міститься більша кількість кольорових смужок; визначити різницеве відношення між числами. Так, учитель пропонує учням дібрати штанги відповідно до двох певних

чисел; прикласти одну штангу до іншої в такий спосіб, щоб їх початки співпали й утворилися пари із синіх і червоних смужок; встановити, яка штанга довша, а яка коротша; пояснити свою думку; продемонструвати смужки довшої штанги, які лишилися без пари, і зробити висновок про те, яке число більше, а яке менше, на скільки більше, на скільки менше.

Наступним кроком може бути засвоєння суті арифметичних дій додавання та віднімання шляхом приєднання двох штанг одна до одної та демонстрації одержаної штанги або від'єднання від одержаної штанги її частини шляхом прикривання її аркушем паперу і демонстрації решти з подальшим складанням рівності. За допомогою аналогічних практичних вправ учні досліджують і взаємозв'язок арифметичних дій додавання і віднімання, і переставний закон додавання. Подібні завдання можна використати як засіб унаочнення схематичної інтерпретації арифметичних дій додавання та віднімання.

Арифметичні штанги допоможуть дитині зрозуміти процес порівняння смужок за довжиною шляхом вибору певної мірки та порівняння чисел, одержаних у результаті підрахунку кількості мірок, що вміщуються на довжині кожної смужки. Так мотивується введення одиниці вимірювання довжини 1 сантиметр і вимірювання довжин відрізків способом укладання моделей сантиметра.

Арифметичні штанги можуть бути засобом одержання чисел другого десятка і навіть демонстрації отримання назв чисел другого десятка: наприклад, накладаючи штангу «два» на штангу «десять», звертаючи увагу дітей на характер дії — два накладаємо на десять — «два-на-дцять», вводимо назви чисел другого десятка, акцентуючи увагу на другій частині слова. Також за допомогою арифметичних штанг учні можуть дослідити додавання та віднімання на підставі нумерації чисел другого десятка.

Арифметичні штанги є матеріалом, за допомогою якого дитина пізнає світ математичних відношень і понять, занурюючись у доступні їй навчальні дослідження, результатом яких є відкриття математичних залежностей. Більш детальну інформацію про математичні матеріали розміщено на сайті interactive.ranok.com.ua.



Математичні матеріали для 1–2 класів С. О. Скворцової та О. В. Онопрієнко створені на основі математичних Монтесорі-матеріалів, але здійснено їх удосконалення за рахунок передбачення можливості багатофункціонального використання. Монтесорі-матеріали доповнено традиційним та інноваційним роздавальним матеріалом і розроблено методику їх використання. У розробці

інструкцій щодо роботи з цим матеріалом враховано особливості саморегуляції, уваги, сприймання, мислення дітей 6–7-річного віку, описані вище.

Розглянемо методику організації навчальних досліджень із математичними матеріалами на прикладі застосовування кружків-намистинок із метою відкриття учнями способу дії при додаванні одноцифрового числа до двоцифрового. (Докладніше — див. інформацію на сайті interactive.ranok.com.ua).



Пропонуємо учням змодельовати за допомогою кружків-намистинок число 15; позначити його картками з числами. (Учні на картку з числом 10 накладають картку з числом 5.) Запитуємо, скільки десятків у числі 15. Пропонуємо покласти на парту відповідну кількість низок-десятків. Запитуємо, скільки одиниць у числі 15. Пропонуємо покласти поряд із низкою-десятком стільки ж окремих намистинок-одиниць. Далі пропонуємо покласти поряд із картками, що позначають число 15, картку з числом 2. Запитуємо в учнів, що їм відомо про це число. Моделюємо число 2 кружками-намистинками. Актуалізуємо, як учні розуміють арифметичну дію додавання; що означає об'єднати об'єкти. Робимо проміжний висновок, що треба дві окремі намистинки-одиниці присунути до намистинок, які ілюструють число 15. Серед таких намистинок є 1 низка-десяток, де всі окремі намистинки-одиниці зв'язані, і є 5 окремих намистинок-одиниць. Очевидно, що 2 окремі намистинки-одиниці учні запропонують приєднати (присунути) до 5 окремих намистинок-одиниць. Пропонуємо учням продемонструвати одержане число, визначити в ньому кількість десятків, кількість одиниць. Далі відбувається рефлексія виконаної дії, на основі чого робимо підсумковий висновок, що одиниці додають до одиниць.

Для реалізації дії в розгорнутому вигляді, дотримуючись щойно відкритої учнями ООД, пропонуємо їм попрацювати з математичними матеріалами, ілюструючи всі кроки нової дії, — діти виконують дію в матеріальній формі. Якщо такої можливості немає, використовуємо малюнки.

Наступним кроком можна запропонувати учням поміркувати, як би вони виконували дію, якби не мали математичних матеріалів — кружків-намистинок. Очікуваним поясненням є така ООД:

1. Подаю двоцифрове число у вигляді суми десятків та одиниць.
2. Додаю одиниці до одиниць.
3. Додаю до десятків одержане число.

На наступному етапі пропонуємо учням схеми розв'язування — у цьому випадку дію виконують не з реальними об'єктами, а з їх заміниками — схемами, отже, дія виконується в матеріалізованій формі.

Виконуючи дію в матеріальній (за необхідності), а далі в матеріалізованій формі, учні коментують всі операції, що становлять нову дію, користуючись ООД, поданою у формі пам'ятки або опорного конспекту.

Надалі дія виконується як повністю розгорнута. Однак під час коментування виконуваних кроків діти можуть відволікатися від наочних опор і пояснювати дії своїми словами. Таке коментування є свідченням сформованості дії у формі голосного мовлення.

Далі дія поступово скорочується, пропускаються допоміжні операції, називаються тільки основні. Зрозуміло, що не всі діти одночасно переходять на наступний етап засвоєння, тому учням, яким все ще потрібні розгорнуті міркування, пропонуємо коментувати всі складові операції.

Про перехід дії у внутрішній план, сформованість вміння або навички вчитель може зробити висновок за характером виконання дії з розгорнутим або скороченим коментуванням учня, за його небажанням витрачати час на коментування, за скороченням часу виконання завдань.

З метою врахування неодночасності формування дії в розумовому плані в різних учнів і забезпечення досягнення ними успіху, навіть коли дія вже скорочена, продовжуємо використовувати підказки у вигляді стрілочок як орієнтири для виконання дії.

Під час розроблення системи завдань варто врахувати такі рекомендації: форма подання завдання повинна відповідати формі виконуваної дії (на матеріальному або матеріалізованому етапі завдання подаються учням у відповідній формі, на етапі зовнішнього мовлення і на наступних етапах — у текстовій формі); на перших етапах засвоєння дітям пропонуються неоднотипні завдання, аби вони щоразу змушені були звертатися до розгорнутого орієнтування; у міру скорочення дії і її автоматизації можна пропонувати однотипні завдання для збільшення швидкості розв'язування [34].

Нагадаємо, що в молодшому шкільному віці інтерес дітей має яскраво виражений емоційний характер — якщо в дитини добре виходить виконувати математичні завдання, то їй подобається математика. Тому потужним мотивом є мотив досягнення успіху.

СИСТЕМА НАВЧАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ, ЩО ЗАБЕЗПЕЧУЄ ДОСЯГНЕННЯ УСПІХУ КОЖНОЮ ДИТИНОЮ

Оскільки діти цифрового покоління виявляють бажання завжди бути переможцями, а власні невправності в них породжують злість, система навчальних завдань уроку математики має забезпечувати учням досягнення успіху. Виховання позитивної мотивації навчання здійснюється шляхом забезпечення досягнення успіху кожним учнем і реалізується за допомогою правильної організації процесу навчання. Подані нижче підходи до побудови системи навчальних завдань, безумовно, спрямовані на розуміння учнями суті поняття чи способу дії, на досягнення успіху в її виконанні. Тому вважаємо за доцільне звернути увагу на внутрішню побудову системи навчальних завдань і з'ясувати, у якій спосіб забезпечується досягнення успіху кожним учнем.

Розглянемо підходи до побудови системи навчальних завдань, спрямовані на досягнення успіху кожним учнем. (Детальніше — див. на сайті interactive.ranok.com.ua).



Узагальнивши пропозиції психологів, дидактів та методистів, для побудови системи навчальних завдань, спрямованої на досягнення успіху кожним учнем, доцільним є розтягнення в часі вивчення питання програми за рахунок:

- включення підготовчих завдань задовго до вивчення певного питання, їх поступової видозміни, ускладнення, трансформації (розтягнення в часі процесу формування розумових дій за Л. Фрідманом [27]);
- формування операцій, що становлять нову дію, яку буде введено пізніше (поелементне відпрацювання дії за Л. Фрідманом [27]);
- ознайомлення з новим матеріалом за допомогою аналізу процесу розв'язування завдань, що пропонувалися школярам на підготовчому етапі, результатом якого є формулювання висновку про нове поняття, або взаємозв'язок математичних об'єктів, або спосіб дії;
- ознайомлення з новим матеріалом за допомогою ускладнення підготовчих вправ;
- ознайомлення з новим матеріалом за допомогою зміни раніше вивченого способу дії відповідно до змінених умов;
- використання різноманітних наочних опор для виконання дії: пам'яток, опорних конспектів, схем розв'язування, мультимедійних презентацій, у яких за допомогою анімаційних

ефектів увага школярів звертається на певні моменти орієнтувальної діяльності;

- безперервне повторення раніше вивчених понять і способів дії.

Психологами встановлено, що діти цифрового покоління здійснюють пошуки відповідей здебільшого простим перебором варіантів. Цьому сприяє і впровадження тестових методик перевірки знань, умінь і навичок учнів. Тому вчитель має зробити акцент на розгорнутих записах розв'язування, на коментуванні учнями виконуваних дій, а не на кінцевих відповідях. Виходячи з цієї особливості учнів цифрового покоління, слід в обмеженій кількості використовувати тестові завдання закритої форми; причому такі завдання учні мають виконувати вже після того, як вони опанували нове знання, здобули вміння або навичку у виконанні дії.

При розробці систем навчальних завдань уроку слід враховувати те, що одноманітна тренувальна робота викликає у сучасних дітей нехоть [23]. Тому при формуванні нової дії доцільно пропонувати як прямі, так і трансформовані вправи, які передбачають зворотний напрямок думки; використовувати різні формулювання та форми подання тренувальних вправ; поєднувати завдання на обчислення з іншими діями, такими як розфарбовування, відшукування інформації або подання інформації в графічному вигляді тощо.

Для врахування індивідуальних особливостей дітей (за даними М. Безруких, 25 % дітей характеризуються повільністю [1]) доцільним є «рваний» темп уроку, що створює можливість для вибудовування ними своєї системи поведінки. Саме зміна видів і форм діяльності учнів на уроках дозволяє регулювати й темп роботи учнів: робота в малих групах, у парах передбачає більш повільний темп, ніж колективна робота вчителя з класом.

Особливістю учнів цифрового покоління є уявна багато-задачність — вони одночасно намагаються виконувати кілька справ. Але психологи встановили, що мозок дітей не зосереджується на жодній із них; у них гарно виходить лише швидко перемикатися з однієї задачі на іншу. Цю особливість слід враховувати як у розробці систем навчальних завдань уроку математики, так і при плануванні видів і форм роботи на уроці. Зміна видів діяльності традиційно реалізується на уроках математики, оскільки в процесі комбінованого уроку учні виконують різні види завдань — від усної лічби до розв'язування завдань із логічним навантаженням, а вчитель має зосередити свою увагу при підготовці до уроку на добір доцільних форм роботи:

колективна робота, робота в парах/групах, самостійна робота учнів. Технологічно це може бути реалізовано таким чином: на етапах актуалізації опорних знань і способів діяльності, створення й розв’язання проблемної ситуації, відкриття ООД, на перших етапах формування дії основною формою роботи має бути колективна. Далі, у міру засвоєння дії, форми роботи змінюються від роботи в парах до роботи в групах.

Для розвитку пізнавальних процесів і корекції таких особливостей дітей цифрового покоління, як погіршення уваги; синдром розсіяної уваги (вони погано помічають деталі, «не бачать» елементів розповіді, загадки, математичної задачі); кліпове (або net-) мислення; звичка використовувати гіпертекст, у якому думки не утворюють послідовні структури, а зв’язані асоціативно; погіршення аналітико-синтетичного мислення; порушення процесу аналізу явищ; нездатність осмислювати інформацію, розрізняти навіть протилежні твердження; втрата здатності до сприймання об’ємних текстів, у системі навчальних завдань уроку математики вчитель має передбачити завдання на розвиток уваги, завдання з логічним навантаженням, завдання, сформульовані нестандартно тощо [7].

Із методикою узагальнення і систематизації математичних уявлень дітей, створеної на підставі врахування нейрофізіологічних особливостей сучасних учнів, можна ознайомитися на сайті interactive.ranok.com.ua.



Детально з методикою узагальнення і систематизації навчального матеріалу за 1 клас можна ознайомитись на сайті interactive.ranok.com.ua.



Із результатами навчання і змістом курсу математики за Державним стандартом початкової освіти та Типовою освітньою програмою для 1–2 класів [28] можна ознайомитись на сайті interactive.ranok.com.ua.



2.1. ЧИСЛА 1–10. ЧИСЛО 0

2.1.1. Нумерація чисел першого десятка

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- набір геометричних фігур;
- таблиця «Числові сходи», що складається в міру того, як вивчаються нові числа;
- таблиця «Склад числа»;
- арифметичні штанги;
- набір «Числа і кружки»;
- картки з числами і знаками арифметичних дій;
- кісточки доміно;
- набір «Гроші».



МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ ПИТАНЬ ТЕМИ

Поняття «число» належить до первинних, невизначуваних понять математичної науки. **Натуральне число** — це незмінна загальна властивість, що характеризує клас скінченних еквівалентних множин. Поняття «натуральне число» спирається на поняття «множина», «еквівалентність», «взаємно однозначна відповідність», їх слід враховувати при введенні кожного числа.

Лічба — це встановлення взаємно однозначної відповідності між елементами заданої кінцевої множини і числами — елементами початкового відрізка натурального ряду.

Утворення кожного числа, кількісні і порядкові відношення можна розкрити, розглядаючи одночасно кілька послідовних чисел. Тому числа розглядаються не обмежено, не окремо, а відрізками натурального ряду чисел, наприклад:

1, 2 1, 2, 3 1, 2, 3, 4 1, 2, 3, 4, 5 1, 2, 3, 4, 5, 6
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Усі числа вивчаються за планом:

- 1) утворення нового числа з переднього, уже вивченого; введення числа як кількісної характеристики класу кінцевих еквівалентних множин;

- 2) написання цифри, яка позначає на письмі дане число;
- 3) співвіднесення цифри з групою предметів, і навпаки;
- 4) визначення місця числа в натуральному ряді; лічба в прямому і зворотному порядках у межах даного числа;
- 5) порівняння чисел різними способами в межах числа, що вивчається;
- 6) вивчення складу числа.

Розглянемо докладно методичні особливості вивчення нумерації чисел першого десятка.

Утворення числа як кількісної характеристики класу кінцевих еквівалентних множин

Нове число утворюється на підставі прилічування одиниці до попереднього числа. При цьому застосовується різноманітна наочність: набори геометричних фігур, грибочки, морквинки, квітки тощо. Наприклад, покажемо, як утворюється число 5 на підставі аналізу і порівняння сукупностей геометричних фігур.

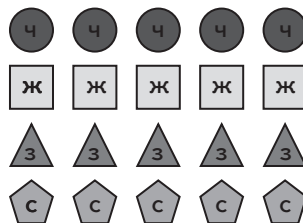
Учитель виставляє на наборному полотні або пропонує на слайді мультимедійної презентації набір геометричних фігур різного кольору і форми. Учитель пропонує учням схарактеризувати фігури в кожному рядку й визначити, що в них спільне; що відмінне. Учні з'ясовують, що фігури мають різний колір і різну форму. Утворюючи пари з фігур різного виду, учні доходять висновку, що всіх фігур порівну (див. малюнок.)

Колір фігур на малюнку позначено буквами: ч — червоний, ж — жовтий, з — зелений, с — синій).

Число, яке характеризує кількість кругів, квадратів, трикутників, п'ятикутників, є новим числом 5.

Число 5 йде безпосередньо після числа 4. Щоб одержати число 5, треба до попереднього числа 4 додати 1.

Число 4 йде перед числом 5. Число 4 — попереднє до числа 5. Число 5 йде після числа 4, тому число 5 — наступне число після числа 4.



Щоб одержати наступне число, треба до попереднього числа додати 1.

Далі вчитель пропонує учням забрати (прикрити) фігуру у верхньому рядку (наприклад, круг) і з'ясувати, скільки кругів залишилося. Учні називають число 4. Учитель запитує, що треба

зробити, щоб кругів стало стільки ж, скільки й інших фігур. Учні відповідають, що треба приєднати ще 1 круг. Отже, 5 — це 4 і ще 1.

Потім учитель пропонує покласти у верхньому рядку ще 1 круг й полічити, скільки тепер кругів. Учні відповідають, що тепер кругів 6. Далі міркуємо, яким чином із 6 кругів одержати 5. Учні забрати (прикрити) 1 круг, тоді залишиться 5 кругів. Отже, 5 — це 6 без 1.



Для того щоб отримати попереднє число, треба від наступного числа відняти 1.

Г. В. Бельтюкова [35] пропонує при вивченні чисел від 0 до 9 велику увагу приділяти формуванню узагальненого поняття про лічильну одиницю. При розгляданні кожного числа включаються вправи на лічбу однакових груп предметів (вивчаючи число 2, рахують пари предметів, число 3 — трійки предметів, число 4 — четвірки предметів, число 5 — п'ятірки предметів і т. д.). Виконуючи такі вправи, діти помічають, що корисно застосовувати групування предметів при лічбі, тому що можна порахувати велику кількість предметів; але результат лічби залежить від обраної лічильної одиниці.

Наприклад, на набірному полотні стоять 4 малюнки з трійками коней. Діти малюють 4 трійки точок і потім рахують порізно: можна сказати, що тут 4 трійки коней, або 2 шестірки, хтось з учнів скаже — 12 коней.

Така робота готує учнів до введення поняття про десяток як складену лічильну одиницю.

Навчання написання цифри, яка позначає на письмі дане число

Число 5 на письмі позначається спеціальним значком — цифрою, яка має таку саму назву: «5» — цифра «п'ять».

Учні показують у підручнику друковану цифру 5, прописну цифру 5; разом з учителем розглядають елементи цифри 5 — похилу паличку, правий півовал та хвилясту лінію; показують кожний із зазначених елементів.

Вивчаємо порядок написання елементів цифри 5: спочатку пишемо похилу паличку, потім правий півовал і лише потім — хвилясту лінію. Далі учні обводять у зошиті з друкованою основою цифру 5, промовляючи назви елементів, з яких вона складається, у тому порядку, як треба їх писати.

Цифру 5 прописуємо в повітрі, промовляючи кожний раз порядок написання елементів цифри.

Згадаємо вірш С. Маршака про цифру 5.

Пишемо цифру 5 у зошиті. Пропонуємо учням у зошиті в клітинку знайти середину верхньої сторони клітинки, трошки правіше від середини поставити точку; знайти середину клітинки, трошки вище середини поставити точку; з'єднати лінією ці точки і, не відриваючи руки, написати правий півовал; зверху від палички написати хвилясту лінію, проводячи її праворуч до вершини верхнього правого кута.

На цьому етапі можна запропонувати учням «цифри-шершавчики» — картки з цифрами, що виготовлені з наждачного паперу і наклеєна на гладенький картон. Діти проводять по шершавій цифрі пальцем спочатку з відкритими очима, а потім — із закритими. Якщо пальці опиняться на гладенькому папері, то діти припустилися помилки. Таким чином діти запам'ятовують напрямок руху руки під час написання цифри.

Навчання співвіднесення цифри і числа предметів; числа предметів і цифри

Для лічби предметів застосовують числа. А для того щоб записати числа на дошці або в зошиті, використовують спеціальні позначки — цифри. Учні показують, які цифри вони знають.

З'ясуємо, що спільне між цифрами та буквами. [Цифри і букви — це спеціальні позначки, які використовуються для записів чисел і слів.]

З метою навчання співвіднесення кількості об'єктів і числа учням пропонуються вправи типу:

1. Позначте цифрою, скільки великих зірочок на набірному полотні; скільки маленьких зірочок на набірному полотні. Позначте картою з цифрою, скільки зірочок на набірному полотні.



2. Обведіть у зошиті стільки клітинок, скільки позначає цифра 4 (5, 2, 1). Покладіть на парту стільки зелених кружечків, скільки позначено цифрою 3 (1, 4, 2).

З цією метою можуть використовуватися також кісточки доміно. Учні лічать кількість точок на всій кісточці доміно і позначають цю кількість картою з числом. Можна продовжити завдання, запропонувавши учням намалювати або викласти на парті стільки геометричних фігур, скільки позначає картка з числом.

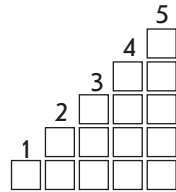
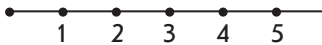
Означення місця числа в натуральному ряді

Продовжимо розгляд методики формування в учнів поняття про число 5. Актуалізуємо запис числа цифрою і способи

2.1. Числа 1–10. Число 0

утворення числа. Ілюструємо способи одержання числа 5 на числовому промені стрілочками або пояснюємо, спираючись на числові сходи (див. малюнок).

Читаємо числа за числовими сходами або числовим променем від меншого до більшого. Читаємо числа в зворотному порядку. З'ясуємо, яке число найбільше [5]; яке число найменше [1]. Кажуть, що число 5 йде безпосередньо після числа 4.



Пропонуємо учням назвати попереднє та наступне числа до певного числа: «Назвіть наступне число після числа 3. Назвіть попереднє число до числа 5. Назвіть наступне і попереднє числа до числа 3. Назвіть «сусідів» числа 2. Після якого числа йде число 5? Яке число стоїть перед числом 4? Яке число стоїть між числами 2 і 4?»

Гра «Де моє місце?». Учитель роздає дітям картки з цифрами 1–5, за командою вчителя учні з картками виходять до дошки і стають у рядок по порядку. Решта учнів рахують у прямому і зворотному порядку. Гра повторюється кілька разів.

З метою навчання учнів міркувати логічно, для формування абстрактного мислення, підвищення усвідомленості знань можна ввести «зачаровані цифри» — довільні позначки. Наприклад: учні за вимогою вчителя відтворюють відрізок натурального ряду чисел від 1 до 5, а вчитель записує ці числа на дошці; з'ясується, яке число найбільше, яке число найменше; на скільки наступне число більше за дане; на скільки попереднє число менше від даного. Потім повідомляється, що фея зачарувала ці цифри і перетворила їх на букви: С, Р, Б, Т, Н. Знаючи порядок цих чисел, треба визначити: найбільше з чисел; найменше з чисел; число, що менше від найбільшого числа на 1; число, що більше за найменше число на 1; на скільки число Т більше за число Б; на скільки число С менше від числа Р.

Під час розв'язування цього завдання учні користуються загальними висновками.



Число, яке при лічбі називається раніше, ніж дане число, менше за нього.

Наступне число більше ніж попереднє на 1.
попереднє менше

Розв'язуючи такі завдання, учні поступово знайомляться з властивостями натурального ряду чисел: у натуральному ряді всі числа розташовані в певному порядку — кожне наступне число більше за дане на 1, а кожне попереднє, навпаки, менше від даного на 1; найменше натуральне число 1.

Релізуючи випереджаюче навчання та враховуючи те, що деякі діти ще до школи лічать у межах 100, Г. В. Бельтюкова [35] пропонує, розглядаючи послідовність натурального ряду чисел, постійно включати завдання на перенесення знань у нову числову область, підкреслювати аналогію в утворенні чисел при лічбі: «яке число йде при лічбі відразу за числом 5? А після числа 15? Перед числом 4? А перед числом 14? Як можна отримати число 3 (5) із числа 4? А число 13 (15) із числа 14?» Виконуючи такі вправи, діти спираються на числовий промінь, на якому подано числа від 0 до 20. Часто цей відрізок натурального ряду приймає конкретний образ: «Уявіть, що це номери вагонів поїзда, ви стоїте біля 3-го вагона, а потрібно дійти до 9-го. Повз які вагони ви пройдете? Назвіть їх номери» або «Уявіть, що це номери квартир у першому під'їзді. На кожному поверсі по 4 квартири. Назвіть номери квартир на 1-му, 2-му поверхах».

З метою закріплення вміння співвідносити цифру і число; встановлювати місце числа в натуральному ряді; застосовувати терміни «наступне число», «попереднє число», «стояти перед», «прямувати за», «знаходитися між» Я. А. Король та Я. Р. Король рекомендують гру «Допоможіть Незнайкові» [36]. Учням пропонується лінійка з картону з прорізами, у які вставляються картки з цифрами: «Незнайко виготовив лінійку. Він наклеїв деякі числа над рисками. Його покликала мама, і він не встиг закінчити роботу. Допоможіть Незнайкові поставити під рисками числа, які лишилися наклеїти.»

Гра «Назвіть числа» пропонується авторами в трьох варіантах.

I варіант. Учні називають числа від 1 до 10 таким чином: число 1 промовляють голосно, число 2 — тихо, число 3 — голосно, число 4 — тихо... Промовляти числа можна й у зворотному порядку: число 10 промовляють голосно, число 9 — тихо, 8 — голосно...

II варіант. Учні називають числа від 1 до 10 через одне. Називати числа можна й у зворотному порядку.

III варіант. Учні називають числа таким чином: число 1 не називають, а ляскають у долоні, число 2 називають, 3 — ляскають, 4 — називають... Число лясків може відповідати пропущеному числу. Так рахувати можна й у зворотному порядку.

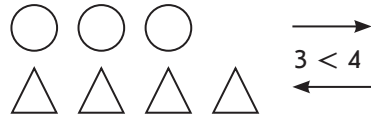
Цю гру можна проводити за допомогою казки: «У лісовій школі звірі вчилися рахувати. Ведмідь називав числа голосно, а білки — тихо. Повторимо, як звірі називали числа».

Також ці автори радять пограти з учнями в гру «Знайди своє місце в кінотеатрі»: «Ми прийшли до кінотеатру. Уявіть, що перед вами зал кінотеатру (учитель показує план кінотеатру). Кожна кишеня набірною полотна — це стільчик. Порахуйте, скільки стільців у першому ряду; у другому ряду; у третьому ряду. Назвіть усі номери кожного стільця 1-го ряду. Кожний із вас купив квиток, на ньому написані два числа, які позначають ряд та місце. Перше число показує ряд, а друге число — місце. Розгляньте числа на ваших квитках. У якому ряду і на якому місці сидить кожний із вас?» Вставляємо картки в кишені набірною полотна. Потім обирається контролер і перевіряє, чи правильно учні зайняли місця.

Порівняння чисел різними способами

1. *Спосіб утворення пар.* Наприклад, треба порівняти числа 3 і 4.

Учитель пропонує учням викласти на парті стільки кружків, скільки позначає цифра 3; покласти під кружками стільки трикутників, скільки позначає цифра 4; скласти пари з кружків і трикутників. Учні встановлюють, чого більше, чого менше; яке число більше, яке менше.




Учні складають і читають нерівність: три менше чотирьох; чотири більше трьох.

Цей спосіб порівняння чисел використовується в період ознайомлення з числами першої п'ятірки.

Уже зараз існує необхідність познайомити учнів із поняттями «рівність» та «нерівність» і сформуванню уявлення про правильні (істинні) та неправильні (хибні) рівності і нерівності. Наприклад, можна запропонувати учням завдання: «Визначити, чи правильно поставлено знаки.»

Після виконання завдання учні роблять висновок, що нерівності бувають правильні (істинні) і неправильні (хибні). Учителем повідомляється, що так само і рівності бувають правильні (істинні) і неправильні (хибні). Учні наводять приклади правильних (істинних) і неправильних (хибних) нерівностей та рівностей.

2. Спосіб порівняння за місцем числа в натуральному ряді. Міркування здійснюються на підставі застосування правила:



Число, яке йде при лічбі раніше / пізніше, завжди менше / більше числа, що йде при лічбі пізніше / раніше.

Наприклад, треба порівняти числа 5 та 7. Число 5 при лічбі називають раніше, ніж число 7, тому 5 менше від 7; число 7 при лічбі називають пізніше, ніж 5, тому 7 більше за 5.



Спосіб порівняння чисел на підставі їх розташування на числовому промені (за місцем числа в натуральному ряді) вводиться після того, як учні набули досвіду порівняння чисел першої п'ятірки способом утворення пар. Крім того, при вивченні кожного числа розглядається послідовність чисел у натуральному ряді, попереднє й наступне числа до даного. Учні доходять висновку, що наступне число до даного на 1 більше, а попереднє — на 1 менше. Таким чином, переходячи до вивчення числа 6, створюється підґрунтя для введення нового способу порівняння чисел.


Розглянемо методику ознайомлення з цим правилом.

Учитель пропонує учням, спираючись на числовий промінь, назвати числа, які менші від 6; з'ясувати, як вони розташовуються в ряді чисел відносно числа 6.

Учні доходять висновку, що числа, які розташовані на числовому промені перед числом або ліворуч від числа 6, — менші 6.

Використовуючи цю ознаку, учитель пропонує назвати числа, які менші від 6; менші від 3.

Учні доходять висновку:



Числа, які на числовому промені розташовуються перед даним числом (ліворуч від даного числа), менші від нього.

Учитель пропонує учням, спираючись на числовий промінь, назвати числа, які більші за 6, та з'ясувати, як вони розташовуються відносно числа 6.

Учні доходять висновку:

Числа, які на числовому промені розташовуються за даним числом (праворуч від даного числа), більші за нього.

На перших етапах засвоєння цього правила діти мають користуватися числовим променем. У подальшому навчанні можливе ускладнення завдань через подання послідовності чисел. Можна пропонувати як завдання на порівняння чисел, так і завдання на оцінювання вже кимось виконаних завдань. Наприклад:

1. Учень підкреслив числа, що менші від 7. Виправте помилки.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Числа, які менші від 7, ідуть при лічбі раніше 7, розташовуються на числовому промені ліворуч від 7. Учень підкреслив числа, що розташовані ліворуч від 7. Помилка полягає в тому, що учень ще підкреслив число 7. Отже, на його думку, $7 < 7$, що неправильно. Число 7 не слід було підкреслювати.

2. Учень підкреслив числа, які більші за 3, але менші від 6. Чи правильно він виконав завдання?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Числа, які більші за 3, повинні розташовуватися праворуч від 3. Підкреслені числа розташовуються праворуч від 3. Але помилка полягає в тому, що учень підкреслив число 3. На його думку, $3 > 3$, що неправильно. Це хибна нерівність. Число 3 не треба було підкреслювати. Друга частина умови: ці числа повинні бути менші від 6. Числа, що менші від 6, розташовуються ліворуч від 6. Так, числа, що підкреслив учень, розташовані ліворуч від числа 6.

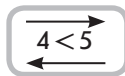
Учням можна запропонувати й аналогічні завдання без опори на числовий промінь або відрізок числового ряду:

Назвіть числа, які більші за 2, але менші від 7.

Назвіть числа, які більші за 4, але менші за 6.

3. *Логічний спосіб.* Після вивчення складу чисел першого десятка учням можна запропонувати логічний спосіб порівняння чисел, але не слід вимагати від усіх учнів застосовувати його. Учні з високим рівнем розвитку аналітико-синтетичних здібностей будуть користуватися цим способом, а дітей, у яких логічне мислення ще не розвинене, не слід примушувати міркувати таким чином. Завдання на порівняння чисел логічним способом можуть бути запропонованими учням лише під час колективної роботи вчителя з класом.

Міркування здійснюються на підставі знання складу чисел. Наприклад, треба порівняти числа 5 та 4: число 5 — це 4 та ще 1; 4 та ще 1 більше 4, тому 5 більше 4. Порівняємо числа 4 та 5: 4 — це 5 без 1; 5 без 1 менше 5, тому 4 менше 5.



Пояснюючи запис результату порівняння за допомогою знаків «>», «<», треба звернути увагу учнів на те, що це один і той самий знак, тільки перекинутий. Знак ставиться так, щоб більше число було з того боку, де відстань між кінцями відрізків/паличок більша, а до меншого числа — менша. Або можна застосувати аналогію з пташками: мама пташка годує маленьких пташенят із дзьоба, тому до меншого числа знак ставимо дзьобиком.

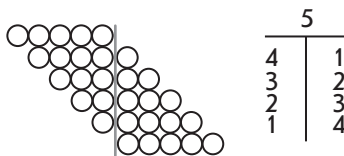
Коли порівнюються рівночисленні сукупності або рівні числа, з'ясовується відношення рівності, то ставиться знак «=», тоді відстань між відрізкамі/паличками однакова. Для того щоб пояснити учням, чому саме цей знак обраний для позначення рівності, учитель звертає увагу на те, що цей знак складається з двох відрізків однакової, рівної довжини.

Вивчення складу числа

Склад числа — подання числа у вигляді суми двох доданків. Утворюючи нове число з попереднього, учні знайомляться з одним із випадків складу даного числа, але існують й інші варіанти утворення числа, і ці випадки повинні бути предметом спеціального засвоєння.

Повернемося до розгляду числа 5. Учитель пропонує учням поділити робоче місце парти на дві частини — праву та ліву і взяти 5 зелених кружків.

Покладіть 5 кружків так, щоб вони всі розташовувалися зліва. Скільки на парті кружків? Пересуньте 1 кружок вправо. Скільки кружків ліворуч? [4] Скільки кружків праворуч? [1] Скільки на парті всього кружків? [5] З яких кружків складаються всі 5 кружків? [Усі 5 кружків складаються з 4 кружків, що лежать ліворуч, і 1 кружка, що лежить праворуч.]

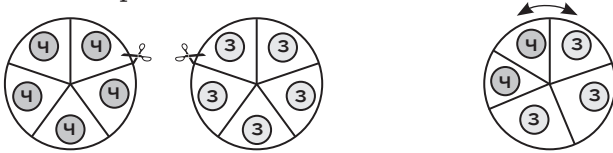


Пересуваючи по одному кружку, визначаємо кількість кружків окремо ліворуч та праворуч, а також їх загальну кількість; виходячи з цього робимо висновок про те, що ці числа складають дане число; записуємо випадок складу числа в таблицю.

Ілюструвати склад чисел можна за допомогою кругів, що обертаються. Учитель вирізає з картону два однакові круги

2.1. Числа 1–10. Число 0

і кожний із них ділить, наприклад, на 5 сегментів (відповідно до складу числа, що вивчається); у центрі кожного сегмента розташовується якийсь малюнок — у першому крузі, наприклад, червоного кольору, а в другому — зеленого. У кожному крузі робимо розріз по радіусу. У цей розріз вставляються круги один в один, що дозволяє їх обертати.



Також для запам'ятовування складу чисел корисними є завдання на складання «будиночків», «машинок», «потягів» зі складом чисел. Враховуючи дані психологічної науки щодо підвищення ефективності сприймання молодших школярів, ці таблиці корисно розташовувати горизонтально:

8	7	3	2	7	3	4	6
	1	5	6	1	5	4	2

7	3	2	1	5	4	6
	4	5	6	2	3	1

Для засвоєння складу чисел корисно застосовувати кісточки доміно: спочатку учні виконують прості вправи — визначають, скільки точок праворуч, скільки — ліворуч, скільки точок усього і доходять висновку, що певне число складається з двох інших чисел. Далі дітям пропонується знайти лише ті кісточки, які ілюструють дане число. Наприклад: «3 кісточок доміно виберіть ті, що ілюструють склад числа 5.»



За кісточками доміно учні повторюють склад числа 5: 5 — це 2 і 3; 1 і 4.

Після ознайомлення з дією додавання склад числа розглядається як подання числа у вигляді суми двох доданків.

Учні, об'єднуючи точки на кісточці доміно справа наліво та зліва направо, складають дві рівності на додавання. А після введення конкретного змісту дії віднімання учні за кісточками доміно складають не лише дві рівності на додавання, а й дві — на віднімання. Таким чином відбувається пропедевтика переставного закону додавання та взаємозв'язку арифметичних дій додавання і віднімання.

Наприклад: $2 + 3 = 5$. Зліва 2 точки, справа 3 точки; об'єднуємо точки зліва направо, буде 5 точок: $2 + 3 = 5$. Справа 3 точки,

зліва 2 точки; об'єднуємо точки справа наліво, отримаємо 5: $3+2=5$. Усього 5 точок, вилучили 2 точки (можна прикрити їх рукою), отримаємо 3 точки: $5-2=3$. Усього 5 точок, вилучили 3 точки, залишилось 2 точки: $5-3=2$.

Корисні завдання на заповнення пропусків у складі чисел і запис на цій основі рівності на додавання та віднімання. Наприклад: 6 — це 5 і 1. 6 — ціле; 5 і 1 — його частини. Об'єднуємо частини в ціле: $5+1=6$. Вилучаємо з цілого його першу частину, залишається друга частина: $6-5=1$.

6			
5	1	$5+1=6$	$6-5=1$
3	3	$3+3=6$	$6-3=3$
1	5	$1+5=6$	$6-1=5$
4	2	$4+2=6$	$6-2=4$
2	4	$2+4=6$	$6-4=2$

Число і цифра 0

При вивченні чисел першого десятка доцільно поступово вводити таку форму роботи, як усне опитування, наприклад:

Назвіть наступне число до числа 6 (5, 8, 9...).

Назвіть попереднє число до числа 7 (3, 2, 6...).

Як одержати наступне число?

Як одержати попереднє число?

Назвіть «сусідів» числа 2 (6, 8, 5...).

Назвіть числа, які більші за 6 і менші від 8; більші за 5 і менші від 9; менші від 4.

Визначте, чи правильні такі твердження:

число 8 більше або дорівнює 6; [Так.]

число 4 менше або дорівнює 4; [Так.]

число 6 більше або дорівнює 4; [Ні.]

число 7 менше або дорівнює 10. [Так.]

Назвіть числа, які менші або дорівнюють 5. [1, 2, 3, 4, 5.]

Тема «Числа першого десятка» закінчується вивченням числа 0. Вводимо поняття про число 0 як результат віднімання однакових чисел. Спосіб отримання числа 0 полягає у вилученні із множини всіх її елементів і записі дій над числами. Наведемо приклад.

На гілці було 2 листочки. Подув вітер, і один листочок упав на землю. Скільки листочків залишилося? [1] Як знайшли? [Ми від 2

відняли 1, отримали $1: 2 - 1 = 1$.] Ще раз подув вітер, і останній листочок упав. Скільки листочків залишилося на гілці? [Нічого.] А як це записати? [Треба від 1 відняти 1.] «Нічого» — це означає, що предметів немає зовсім, — пуста множина предметів, тобто множина, у якій немає жодного елемента; у математиці численність такої множини відповідає числу 0. Тому запишемо: $1 - 1 = 0$.

Зауважимо, що ми не вимагаємо від учнів оперувати поняттям «порожня множина», головне — досягнути розуміння того, що існують множини, у яких немає жодного елемента, а тому кількість елементів такої множини дорівнює нулю.

А якщо 6 вітер зірвав відразу два листочки, скільки 6 залишилися листочків на гілці? [$2 - 2 = 0$] Учні наводять приклади, коли в результаті отримуємо число 0: $4 - 4$, $14 - 14$, $100 - 100$.

Далі з'ясовується, коли ми отримуємо нуль. При виконанні якої арифметичної дії? [При відніманні.] Чи завжди при відніманні ми отримуємо нуль? [Ні.] А коли при відніманні отримуємо нуль? [Лише тоді, коли віднімаємо однакові числа.] Школярі роблять висновок: при відніманні однакових чисел отримуємо в результаті число 0.

Число 0 позначається цифрою, яка називається так само — нуль.

Після вивчення чисел від 0 до 10 можна ввести поняття «натуральне число».

Натуральні числа — це числа, які застосовуються при лічбі предметів і при порядковій лічбі. Число 0 не застосовується при лічбі предметів, тому воно не є натуральним числом.

Треба зазначити, що під час вивчення цієї теми можна почасти проводити математичні диктанти, наприклад:

- 1) Запишіть числа, які безпосередньо йдуть за числами 8, 7.
- 2) Запишіть числа, які безпосередньо йдуть перед числами 7, 5.
- 3) Запишіть попередні числа до 3, 10.
- 4) Запишіть числа, які є наступними до 5, 9.
- 5) До 4 додайте 1. Запишіть лише результат.
- 6) Від 7 відніміть 1. Запишіть лише результат.
- 7) 5 мінус 5. Запишіть число, яке отримуємо.

2.2. ЧИСЛА 11–100

2.2.1. Нумерація чисел 11–100

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.



Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- арифметичні штанги;
- кружки-намистинки;
- площинка «Сотня»;
- картки з одноцифровими і круглими числами;
- лічильні палички;
- лічильний матеріал;
- таблиця чисел «Сотня».

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ ПИТАНЬ ТЕМИ

Традиційно нумерацію в межах 100 було поділено на два етапи: числа 11–20 та числа 21–100. Такий порядок вивчення обумовлений тим, що лише для чисел 11–19 порядок назви розрядних чисел, що їх складають, і порядок запису не збігаються: 12 — дванадцять — спочатку називаємо одиниці, а потім десятки, а пишемо першим 1 десяток і лише потім 2 одиниці. 21 — двадцять один — порядок читання і запису збігаються.

Але разом із тим нумерація двоцифрових чисел до і після 20 принципово схожа: усна і письмова нумерація цих чисел спирається на десяткове групування одиниць при лічбі і на позиційний принцип запису числа, десяткову систему числення. Отже, немає сенсу вивчати «два рази» один і той самий матеріал, тим більше, що діти приходять до школи вже зі знанням назв чисел у межах 100. Тому в програмі з математики, починаючи з 2011 року, не виділяються ці два етапи, а пропонується вже в 1 класі вивчати нумерацію чисел у межах 100. Однак, взявши до уваги відмінність у порядку читання і запису чисел 11–19, автори підручників математики НУШ спочатку пропонують розглядати числа 11–20, і лише після цього вводять числа 21–100.

Узагальнення різних методичних підходів свідчить, що вивчення нумерації чисел у будь-якому центрі ділиться на два етапи: 1) вивчення усної нумерації; 2) вивчення письмової нумерації.

При вивченні нумерації чисел першого десятка усна і письмова нумерація вивчаються паралельно. При вивченні нумерації чисел 11–100 усна і письмова нумерація розглядаються окремо.

Формування поняття про десяток як складену лічильну одиницю

Лічба пар, трійок, п'ятірок... предметів

Вивчаючи числа першого десятка, доцільно лічити двійками, трійками, п'ятірками...

Вчитель пропонує полічити, скільки учнів сидять за однією партою. [Двоє, два, пара.]

Далі учні рахують, скільки пар учнів сидить у ряді. [5 пар учнів.]

З'ясовуємо, окремо учнів тут більше чи менше, ніж 5 пар.

Після виконання вправ на лічбу групами учні роблять висновок: вмiючи лічити до 10, можна полічити велику кількість предметів, якщо їх згрупувати.

Утворення десятка

Формування поняття про десяток здійснюється засобом зв'язування десяти лічильних паличок у пучок або десяти намистинок-одиниць у низку-десяток.

Учням пропонується відрахувати 10 лічильних паличок і назвати, скільки паличок вони відрахували. [Десять паличок.] Учитель повідомляє, що якщо зв'язати їх у пучок, то можна сказати також «десяток паличок». Діти показують десяток паличок і з'ясовують, що в десятку 10 окремих лічильних паличок.

Аналогічно можна працювати з кубиками і бруском кубиків, кружками-намистинками.

Вправи з лічби десятками

Вчитель звертає увагу учнів на те, що вони вже вмiють лічити парами, трійками, п'ятірками тощо. Вчитель ставить проблемне запитання: «якщо треба порахувати дуже велику кількість предметів, як це зробити?» [Можна їх згрупувати в десятки.] Таким чином, будемо рахувати десятками. Але спочатку згадаємо, як йдуть числа від 1 до 10, і запишемо їх у порядку зростання на дошці. Тепер полічимо десятками. Учитель бере 1 десяток, 2 десятки, 3 десятки... (учні коментують, скільки десятків він узяв); на дошці записуємо результати лічби.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 д.	2 д.	3 д.	4 д.	5 д.	6 д.	7 д.	8 д.	9 д.	10 д.

Порівнюємо числа, записані у верхньому та нижньому рядках. Як лічили у верхньому рядку? [Одиницями.] А в нижньому рядку? [Десятками.]

З'ясовуємо, чим відрізняються ці ряди чисел. [У верхньому рядку лічили одиниці, а в нижньому — десятки.]

Визначаємо, чим схожі ці ряди чисел. [У кожному рядку числа записані по порядку від 1 до 10 одиниць; від 1 до 10 десятків.]

Доходимо висновку про те, як лічити десятками.



Десятками можна лічити так само, як і одиницями.

Десять лічильних паличок — це 1 десяток паличок. Пропонуємо учням обміркувати, чи можна вважати, що 1 десяток і 1 одиниця це одне й те саме? [Ні, 1 десяток і 1 одиниця — це не одне і те саме, тому що 1 десяток лічильних паличок містить 10 окремих лічильних паличок.]

Повертаємось до аналізу двох рядків чисел; визначаємо, на скільки кожне наступне число більше у верхньому рядку [на 1 одиницю]; у нижньому [на 1 десяток]. На скільки менше кожне попереднє число у верхньому рядку? [На 1 одиницю.] А в нижньому? [На 1 десяток.]

Далі вчитель бере кілька десятків лічильних паличок і просить назвати, скільки десятків у нього в руці; потім пропонує кільком учням підняти свої десятки лічильних паличок, а клас лічить, скільки десятків лічильних паличок у них є.

Учитель виставляє на наборному полотні геометричні фігури по 10 або предметні картки з десятками предметів і пропонує учням полічити, скільки десятків предметів виставлено.

З'ясуємо, що вжитті лічать десятками. [Яйця, гудзики тощо.]

Порівняння чисел, отриманих при лічбі десятками

Учитель бере по кілька десятків лічильних паличок у ліву та праву руки та пропонує порахувати кількість десятків у кожній руці, а потім порівняти, де десятків більше, а де менше. Аналогічне завдання можна запропонувати із застосуванням кружків-намістинок, а також набірною полотна і набору (по 10 штук) геометричних фігур або предметних картинок.

Можна провести паралелі між порівнянням одиниць і десятків. Наприклад, можна запропонувати учням покласти 4 окремі намистинки-одиниці ліворуч і 6 намистинок-одиниць праворуч; позначити карками числа та порівняти їх. Потім під ними покласти відповідно 4 низки-десятки намистинок ліворуч та 6 низок-десятків намистинок праворуч; позначити числа картками і порівняти одержані числа.

Виконуючи подібні вправи, учні доходять висновку про те, що числа десятків порівнюють так само як і числа одиниць.

Далі можна запропонувати порівняти пари чисел, поданих в одиницях та в десятках. Наприклад: «Порівняйте числа. Що спільне в кожному стовпчику?» [У кожному стовпчику однакові числа, але у верхньому рядку це числа одиниць, а в нижньому — десятків. Спочатку порівнюються одиниці, а потім порівнюються десятки.] З'ясуємо, чи допоможе результат порівняння чисел у верхньому рядку поставити знак між числами в нижньому рядку? [Так.]

$$5 \bigcirc 8 \quad 10 \bigcirc 6 \quad 7 \bigcirc 9 \quad 4 \bigcirc 3 \quad 2 \bigcirc 6$$

$$5 \text{ д.} \bigcirc 8 \text{ д.} \quad 10 \text{ д.} \bigcirc 6 \text{ д.} \quad 7 \text{ д.} \bigcirc 9 \text{ д.} \quad 4 \text{ д.} \bigcirc 3 \text{ д.} \quad 2 \text{ д.} \bigcirc 6 \text{ д.}$$

Коментар. $5 < 8$, тому $5 \text{ д.} < 8 \text{ д.} \dots$

Додавання та віднімання чисел, отриманих при лічбі десятками

Пропонуємо учням практичну роботу з математичними матеріалами (лічильними паличками або кружками-намистинками).

Учитель пропонує учням покласти на парті зліва 2, а справа 3 намистинки-одиниці; об'єднати їх. Вчитель пропонує пригадати, що значить об'єднати [об'єднати — це означає додати]; визначити, скільки всього одиниць; записати рівність.

Вчитель пропонує покласти зліва 2 низки-десятки, а справа 3 низки-десятки; об'єднати їх; визначити, скільки всього десятків; записати рівність.

Зіставляємо одержані рівності й доходимо висновку, що числа десятків додають так само, як і числа одиниць.

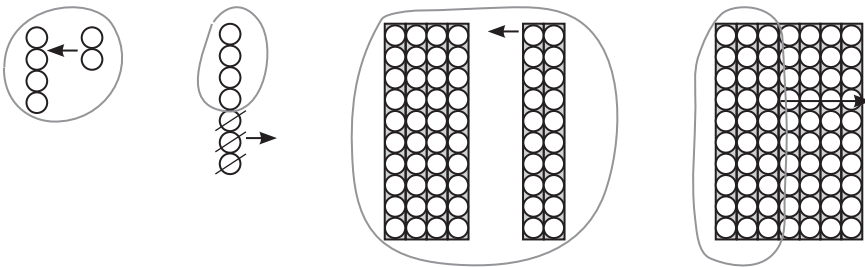
Аналогічно вводимо віднімання чисел десятків.

Учитель пропонує учням покласти на парті 7 намистинок-одиниць, вилучити 4 намистинки-одиниці. Вчитель пропонує пригадати, що значить вилучити. [Вилучити — це значить відняти.] З'ясуємо, скільки залишилося одиниць; записуємо рівність.

Учитель пропонує учням покласти на парті 7 десятків, вилучити 4 десятки. З'ясуємо, скільки залишилося десятків; записуємо рівність.

Зіставляємо одержані рівності й доходимо висновку про те, що числа десятків віднімають так само, як і числа одиниць.

Від практичних дій переходимо до виконання аналогічних завдань за малюнками, наприклад: «Прокоментуйте малюнок і складіть за ним рівність.»



Коментар. Зліва 4 одиниці, справа 2 одиниці. Об'єднаємо 4 одиниці та 2 одиниці, одержимо всього 6 одиниць.

Об'єднати — означає додати, тому складаємо рівність на додавання: $4 + 2 = 6$.

Об'єднали 4 десятки та 2 десятки, одержали 6 десятків.

Об'єднати — означає додати: $4 \text{ д.} + 2 \text{ д.} = 6 \text{ д.}$

Було 7 одиниць, вилучили 3 одиниці, залишилося 4 одиниці. Вилучити — означає відняти: $7 - 4 = 3$.

Було 7 десятків, вилучили 3 десятка, залишилось 4 десятки. Вилучити — означає відняти. $7 \text{ д.} - 4 \text{ д.} = 3 \text{ д.}$

Далі пропонуємо завдання без унаочнення, але додавання та віднімання чисел десятків подається у співставленні із додаванням та відніманням відповідних чисел одиниць, наприклад: «Порівняйте вирази в кожному стовпчику. Чи допоможе вираз у верхньому рядку знайти значення виразу в нижньому рядку?» [Так, допоможе.]

$8 - 5$	$2 + 7$	$10 - 6$	$4 + 4$	$9 - 7$
8 д. - 5 д.	2 д. + 7 д.	10 д. - 6 д.	4 д. + 4 д.	9 д. - 7 д.

Коментар. Від 8 відняти 5 буде 3. Від 8 десятків відняти 5 десятків також буде 3, але десятків, тому що ми виконуємо дії з десятками.

До 2 додати 7 буде 9. До 2 десятків додати 7 десятків, також буде 9, але не одиниць, а десятків; ми додаємо десятки й одержуємо десятки.

Робимо висновок:



Десятки додають і віднімають так само, як і одиниці.

Після проведеної роботи можна очікувати, що додавання і віднімання чисел, поданих у десятках, не викличе в дітей труднощів: «Знайдіть значення виразів.»

$5 \text{ д.} + 3 \text{ д.}$	$8 \text{ д.} - 6 \text{ д.}$	$3 \text{ д.} + 7 \text{ д.}$	$10 \text{ д.} - 5 \text{ д.}$
$6 \text{ д.} - 4 \text{ д.}$	$3 \text{ д.} + 4 \text{ д.}$	$9 \text{ д.} - 8 \text{ д.}$	$5 \text{ д.} + 2 \text{ д.}$
$6 \text{ д.} + 4 \text{ д.}$	$7 \text{ д.} - 5 \text{ д.}$	$2 \text{ д.} + 8 \text{ д.}$	$8 \text{ д.} - 5 \text{ д.}$

Коментар. До 5 десятків додаємо 3 десятки; десятки додають так само, як і прості одиниці, але в результаті одержують десятки; $5 + 3 = 8$; $5 \text{ д.} + 3 \text{ д.} = 8 \text{ д.}$...

Тепер у завдання для формування вміння порівнювати математичний вираз і число або математичні вирази можна включати числа, подані в десятках, наприклад: «Порівняйте математичний вираз і число або математичні вирази.»

$5 \text{ д.} + 2 \text{ д.} \bigcirc 8 \text{ д.}$	$4 \text{ д.} \bigcirc 9 \text{ д.} - 6 \text{ д.}$	$5 \text{ д.} + 4 \text{ д.} \bigcirc 3 \text{ д.} + 7 \text{ д.}$
$9 \text{ д.} - 4 \text{ д.} \bigcirc 3 \text{ д.}$	$5 \text{ д.} \bigcirc 2 \text{ д.} + 6 \text{ д.}$	$10 \text{ д.} - 7 \text{ д.} \bigcirc 2 \text{ д.} + 2 \text{ д.}$

Коментар. Треба порівняти суму 5 десятків і 2 десятків з числом 8 десятків; знаходимо значення суми: $5 \text{ д.} + 2 \text{ д.} = 7 \text{ д.}$; порівнюємо числа: $7 \text{ д.} < 8 \text{ д.}$, тому між сумою і числом ставимо такий самий знак: сума чисел 5 д. і 2 д. менша від 8 д.

Треба порівняти число 4 десятки з різницею 9 десятків і 6 десятків. Знаходимо значення різниці: $9 \text{ д.} - 6 \text{ д.} = 3 \text{ д.}$; порівнюємо числа: $4 \text{ д.} > 3 \text{ д.}$; ставимо такий самий знак між числом і виразом: $4 \text{ д.} > 9 \text{ д.} - 6 \text{ д.}$ — 4 десятки більше за різницю 9 десятків і 6 десятків.

Треба порівняти суму 5 десятків і 4 десятки із сумою 3 десятків і 7 десятків. Знаходимо значення кожного виразу: $5 \text{ д.} + 4 \text{ д.} = 9 \text{ д.}$, $3 \text{ д.} + 7 \text{ д.} = 10 \text{ д.}$; порівнюємо числа: $9 \text{ д.} < 10 \text{ д.}$, тому сума чисел 5 десятків і 4 десятки менша від суми чисел 3 десятків та 7 десятків.

Поняття про одноцифрові і двоцифрові числа

Учням пропонується записати числа від 0 до 10, уважно розглянути ці числа і встановити, яке число тут «зайве». Учні з'ясовують, що зайве число 10, тому що решту чисел записують лише однією цифрою, а число 10 — двома цифрами. Учитель вилучає число 10 і пропонує учням встановити, яка спільна ознака притаманна всім цим числам. Учні називають: запис за допомогою однієї цифри. Можна запропонувати дітям дати назву числам, у яких істотна ознака — запис однією цифрою. Числа, що записують за допомогою однієї цифри, називають одноцифровими.

Далі з'ясовуємо, скількома цифрами записують число 10. [Двома.] Учитель пропонує учням дати назву цьому числу за аналогією. Учні міркують так: якщо число, яке записують однією цифрою, називають **одноцифровим**, то число, яке записують двома цифрами, можна назвати **двоцифровим**. З метою випереджального навчання можна запропонувати дати назви чисел, які записують трьома, чотирма, п'ятьма... цифрами.

З'ясування значення цифр у записі числа 10

Учні викладають на парту 10 лічильних паличок, збирають їх разом і зв'язують у пучок, таким чином одержують 1 десяток паличок або викладають 10 намистинок-одиниць одна під одною та замінюють їх низкою-десятком. Записуємо число 10:

$$1 \text{ д.} = \underline{10}$$

Діти з'ясовують, яка цифра в записі показує, що в цьому числі 1 десяток; підкреслюють цю цифру. Визначаємо, на якому місці вона стоїть (на першому місці, рахуючи зліва направо). Далі встановлюємо, що показує в числі 10 цифра 0 (цифра 0 показує, що всі палички або намистинки зв'язані і вільних немає).

Беремо 2 десятки лічильних паличок. Ставимо запитання: «Як записати це число? На якому місці ми запишемо, що тут 2 десятки?» [На першому місці.] «А як ми запишемо, що всі десятки зв'язані в пучки і немає вільних паличок?» [Ми запишемо на другому місці цифру 0.]

Аналогічним чином працюємо над записом інших чисел десятків:

3 д. = 30 4 д. = 40 5 д. = 50 6 д. = 60 7 д. = 70
8 д. = 80 9 д. = 90

Читаємо числа: 1 десяток — десять; 2 десятки — двадцять (складається з двох частин: «два-» — кількість десятків і «дцять» — скорочено «десять»); 3 десятки — тридцять; 4 десятки — сорок (цю назву треба запам'ятати); 5 десятків — п'ятдесят. Як назвати число 6 десятків? [Шістдесят.] Як назвати 7 десятків? [Сімдесят.] Як назвати 8 десятків? [Вісімдесят.] 9 десятків — дев'яносто (це треба запам'ятати).

10 — <u>десять</u>	60 — <u>шістдесят</u>
20 — <u>двадцять</u>	70 — <u>сімдесят</u>
30 — <u>тридцять</u>	80 — <u>вісімдесят</u>
40 — <u>сорок</u>	90 — <u>дев'яносто</u>
50 — <u>п'ятдесят</u>	

З'ясуємо, назви яких чисел схожі. Чим схожі? Пропонуємо учням знайти числа, назви яких відрізняються від решти, записати їх.

На наступному етапі читаємо круглі числа, визначаючи кількість десятків, що в них містяться, та записуємо круглі числа від 10 до 90, рахуючи десятками: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

Порівняння круглих чисел

З метою перенесення учнями відомого способу дії доцільно подавати у співставленні круглі числа з відповідними числами десятків, наприклад, пропонуємо учням порівняти записи чисел у верхньому та нижньому рядках кожного стовпчика; з'ясувати, що в них спільне. [Це одні й ті самі числа, але у верхньому рядку числа записані у десятках, а в нижньому — як круглі числа — в одиницях] Пропонуємо порівняти числа у верхньому рядку, з'ясувати, чи допоможе це порівняти числа у нижньому рядку. [Так, бо це одні й ті самі числа.]

4 д. ○ 8 д.	7 д. ○ 3 д.	5 д. ○ 9 д.	6 д. ○ 2 д.
40 ○ 80	70 ○ 30	50 ○ 90	60 ○ 20

Коментар. 4 десятки менше від 8 десятків, тому 40 менше від 80...

З'ясуємо, як можна міркувати при порівнянні круглих чисел. [Треба круглі числа замінити десятками, порівняти числа десятків і поставити такий самий знак між круглими числами.] Далі, пропонуючи учням для порівняння круглі числа, наприклад:

$$70 \bigcirc 50 \quad 40 \bigcirc 60 \quad 80 \bigcirc 30 \quad 50 \bigcirc 60$$

Коментар. 70 — це 7 десятків, 50 — це 5 десятків; 7 десятків більше за 5 десятків, тому 70 більше за 50...

Додавання і віднімання круглих чисел

Учні вже набули досвіду додавання та віднімання чисел, поданих у десятках, тому при введенні додавання і віднімання круглих чисел доцільно спиратися на це вміння. Так, додавання і віднімання круглих чисел подаємо у співставленні з додаванням та відніманням відповідних чисел, поданих у десятках. Наприклад, пропонуємо учням порівняти записи чисел у верхньому та нижньому рядках кожного стовпчика; з'ясувати, що в них спільне. [Записані одні й ті самі числа, але у верхньому рядку вони подані в десятках, а в нижньому — в одиницях.] Пропонуємо учням знайти значення виразів у верхньому рядку, з'ясувати, чи допоможуть вони знайти значення виразів у нижньому рядку. [Так, бо додають або віднімають одні й ті самі числа.]

$$\begin{array}{cccc} 4 \text{ д.} + 2 \text{ д.} & 7 \text{ д.} - 5 \text{ д.} & 2 \text{ д.} + 6 \text{ д.} & 9 \text{ д.} - 3 \text{ д.} \\ 40 + 20 & 70 - 50 & 20 + 60 & 90 - 30 \end{array}$$

Коментар. До 4 десятків додати 2 десятки одержимо 6 десятків; тому до 40 додати 20 — це 4 десятки плюс 2 десятки буде 6 десятків, або 60...

Аналізуючи власні дії, учні доходять висновку про те, як можна міркувати при додаванні або відніманні круглих чисел; чим їх можна замінити.

Пропонуємо учням виконати арифметичні дії над круглими числами, замінюючи їх десятками.

$$70 - 40 \quad 30 + 50 \quad 90 - 60 \quad 30 + 20$$

Коментар. Від 70 треба відняти 40; замінюємо 70 на 7 десятків, 40 — на 4 десятки; віднімаємо числа десятків — 7 десятків мінус 4 десятки буде 3 десятки, або 30...

До 30 треба додати 50; замінюємо 30 десятками — буде 3 десятки; замінюємо 50 десятками — 5 десятків; додаємо числа десятків — 3 десятки плюс 5 десятків буде 8 десятків, або 80.

УТВОРЕННЯ ЧИСЕЛ ВІД 11 ДО 20. УСНА НУМЕРАЦІЯ

Під час вивчення усної нумерації показуємо учням утворення чисел від 11 до 20 — прираховуючи по 1, показуємо, що числа 11–20 можуть бути утворені приєднанням 1, 2, 3, ... до 10, при цьому необхідно підкреслити характер дії (покласти 1 на 10, 2 на 10 тощо) і пов'язати з цим пояснення назв чисел другого десятка. Прираховуючи числа по 1, підкреслюємо тим самим, що за межами десятка числа так само упорядковані, як і в межах 10. Для засвоєння десяткового складу числа застосовуються вправи двох видів: утворення числа із 1 десятка і кількох одиниць та розкладання числа на десятки й одиниці.

Одержання чисел другого десятка. Десятковий склад чисел другого десятка

Пропонуємо учням практичну роботу з математичним матеріалом з утворення чисел від 11 до 20.

Відрахуйте 10 лічильних паличок; зв'яжіть їх у пучок. Як сказати інакше, скільки у вас паличок? [1 десяток.] Візьміть 1 паличку, покладіть її на десяток. Що ми зробили? [Ми 1 поклали на 10.] Скільки стало всього паличок? [Один-на-дцять.] Ми отримали число 11. Хто помітив зв'язок між дією, що ми виконували над десятком та одиницею, і назвою отриманого числа? [Ми один поклали на десять. Десять скорочено — «-дцять». Ми один поклали на «-дцять» — один-на-дцять.]

Скільки тут десятків паличок? Візьміть десяток у ліву руку і покажіть. Скільки тут окремих одиниць. Покажіть їх, візьміть їх у праву руку. Скільки десятків і скільки одиниць містить число 11?

Покладіть на десяток ще 1 паличку. Скільки тепер паличок лежить на десятку? [2.] Що ми зробили? [Ми 2 поклали на 10.] Скільки всього паличок? [Два-на-десять — дванадцять.] Скільки десятків у числі 12? Скільки окремих паличок? Скільки десятків і скільки одиниць у числі 12?

Аналогічно розглядаються решта чисел другого десятка, після чого треба звернути увагу учнів на те, що в назвах чисел від 11 до 20 перша частина слова позначає число одиниць, а друга частина «-дцять» указує на 1 десяток, який містить дане число.

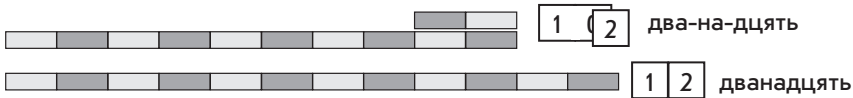
Для практичної роботи можна використовувати арифметичні штанги, накладаючи на штангу 10 штанги від 1 до 9. Це завдання дає можливість також поєднати назви чисел із характером виконуваних дій.

Після практичних вправ переходимо до коментування рисунків. Наприклад:

Коментар. На штангу 10 поклали штангу 1. Ми 1 поклали на 10. Одержали 11.



Приставимо 1 до 10 — число 11 більше за 10. Розгляньте, як цю дію виконали з картками з числами. Картку 1 поклали на картку 10, причому її поклали на 0. Тепер не всі одиниці зв’язані у десятку — є ще 1 окрема одиниця. Цифра 1, що записана зліва, означає, що в числі 11 — 1 десяток. Покажіть, яка штанга позначає десяток. Цифра 1 на другому місці означає, що в числі 11 — 1 одиниця. Покажіть, яка штанга позначає одиниці. Прокоментуйте, як одержали інші числа.



Коментар. Ми штангу 2 поклали на штангу 10; ми два поклали на «-дцять», одержали дванадцять. Приставляємо штангу 2 до штанги 10, бачимо, що число 12 більше за 10 і 12 більше за 11. Розглядаємо, як цю дію виконали з картками з числами: 2 поклали на 10, причому картку з числом 2 поклали на цифру 0. Цифра 1 означає, що в числі 12 — 1 десяток. Покажіть штангу, яка позначає десяток. Цифра 2 означає, що в числі 12 — 2 одиниці. Покажіть штангу, яка позначає 2 одиниці.

Після одержання чисел другого десятка та з’ясування їх назв та десяткового складу виконуємо практичні дії зі штангами та картками з числами:

- Складіть за допомогою штанг число, яке містить 1 десяток та 3 одиниці; позначте його картками з числами.
- Складіть за допомогою штанг число, яке містить 1 десяток та 7 одиниць; позначте його картками з числами.

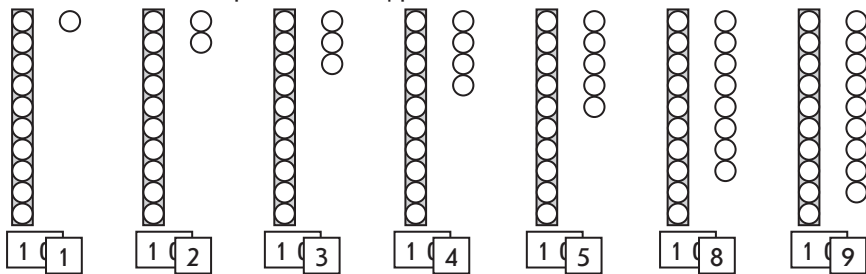
Читаємо назви чисел:

11 — <u>один</u> надцять	16 — <u>ші</u> стнадцять
12 — <u>два</u> надцять	17 — <u>сім</u> надцять
13 — <u>три</u> надцять	18 — <u>вісім</u> надцять
14 — <u>чоти</u> ринадцять	19 — <u>дев’ят</u> надцять
15 — <u>п’ят</u> надцять	

Пропонуємо учням прочитати окремо виділені частини слів (-дцять). Що цікаве можна помітити? [Ця частина слова в усіх назвах однакова.] Встановлюємо, чому виділена частина слів у всіх словах одна й та сама. [Тому що всі ці числа одержані в результаті прикладання на десяток кількох одиниць. Усі вони містять 1 десяток.] Визначаємо, скільки десятків у кожному числі. [Усі числа містять 1 десяток.] Пропонуємо учням прочитати частини слів, які підкреслено (один, два, три...) й з'ясувати, з якими словами вони зв'язані. [Вони зв'язані з назвами одноцифрових чисел.] У результаті учні доходять висновку про те, що назви чисел другого десятка пов'язані з характером дії, яку виконують при одержанні цих чисел: на десяток накладають певне число одиниць: один-на-дцять; два-на-дцять... Перша частина цих слів означає, скільки одиниць поклали на десяток. А остання частина означає 1 десяток.

Для виконання практичних вправ можна використовувати кружки-намистинки. Наприклад, викладаємо на парті 1 низку-десяток і кілька намистинок-одиниць; вчимо учнів позначити число картками з числами. Для цього використовуємо набір карток: картка з числом 10 та картки з числами від 1 до 9. Наприклад:

Скільки десятків? Скільки одиниць? Яке число утворили? Як його позначили картками з цифрами?



Коментар. Справа від низки-десятка поклали 1 окрему намистинку-одиницю. Маємо 1 десяток та 1 одиницю. Утворили число 11. Щоб його позначити картками, треба на картку 10 покласти картку 1, причому число 1 покласти на цифру 0; тепер не всі одиниці зв'язані в десяток — є 1 окрема одиниця...

Очевидно, що після того як учні набули досвід позначення чисел подібним чином, їм легко буде зрозуміти спосіб одержання чисел другого десятка. Наприклад:

Як одержати число 11? Яку арифметичну дію слід виконати? Як одержати решту чисел?

$$10 + 1 = 1 \text{ д. } 1 \text{ од. — } \underline{\text{одинадцять}}$$

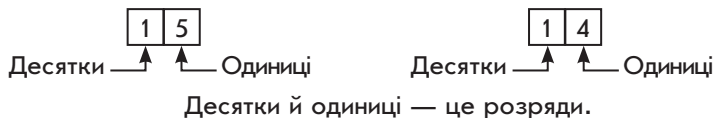
$$10 + 2 = 1 \text{ д. } 2 \text{ од. — } \underline{\text{дванадцять}}$$

- $10 + 3 = 1$ д. 3 од. — тринадцять
 $10 + 4 = 1$ д. 4 од. — чотирнадцять
 $10 + 5 = 1$ д. 5 од. — п'ятнадцять
 $10 + 6 = 1$ д. 6 од. — шістнадцять
 $10 + 7 = 1$ д. 7 од. — сімнадцять
 $10 + 8 = 1$ д. 8 од. — вісімнадцять
 $10 + 9 = 1$ д. 9 од. — дев'ятнадцять

Коментар. Щоб одержати число 11, треба до 1 десятка приєднати 1 одиницю. Об'єднати — це означає додати. Щоб одержати число 11, треба до 10 додати 1, одержимо 1 десяток і 1 одиницю — 11...

Ознайомлюємо учнів із назвами розрядів

Двоцифрові числа записують за допомогою тих самих цифр, що й одноцифрові числа. Які цифри ви знаєте? [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.] Але при записі двоцифрових чисел має значення місце, на якому записана цифра: цифра, яка стоїть на першому місці зліва, означає десятки, а цифра, яка стоїть на другому місці, — одиниці.



Читаємо кожне число. Скільки в ньому десятків? На якому місці записуються десятки? Скільки в числі одиниць? На якому місці записуються одиниці?



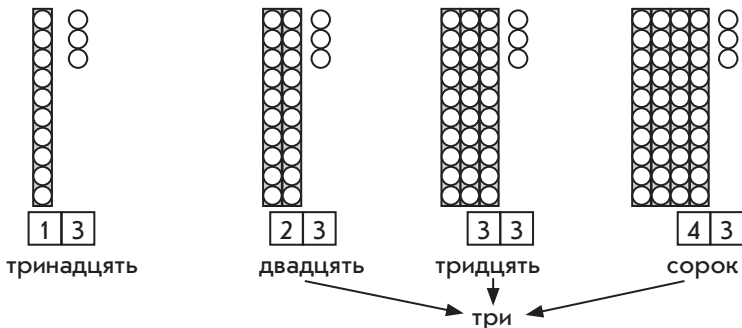
Десятки та одиниці називають **розрядами**. Перший розряд справа — **розряд одиниць**, другий розряд справа — **розряд десятків**.

УТВОРЕННЯ ЧИСЕЛ ВІД 21 ДО 100. УСНА НУМЕРАЦІЯ

Утворення чисел від 21 до 100

Переносимо одержані знання та вміння на числа в межах 100. Наприклад, учні викладають на парту 1 низку-десяток та 3 намистинки-одиниці й позначають число картками з числами. Далі приєднуємо до десятків по одному десятку й позначаємо одержане число картками з числами та читаємо їх. Наприклад:

Скільки десятків? Скільки одиниць? Як позначити число за допомогою карток з числами? Прочитайте одержані числа.



Коментар. Число 13 містить 1 десяток і 3 одиниці; щоб позначити це число, треба на картку з числом 10, на цифру 0, покласти картку з числом 3 — отримаємо число тринадцять.

Число 23 містить 2 десятки та 3 одиниці; щоб позначити це число, треба взяти картку з числом 20 і на цифру 0 покласти картку з числом 3 — це число читають так: спочатку називають десятки «двадцять», а потім одиниці «три» — двадцять три...

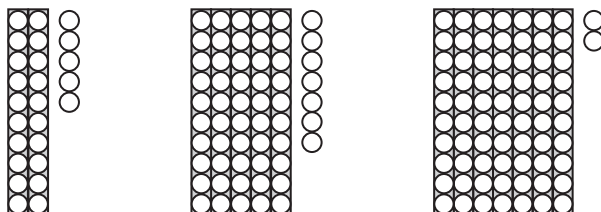
Записуємо в рядок отримані числа. З'ясуємо, на скільки кожне наступне число в цьому ряду більше за попереднє [на 10]; на скільки попереднє число менше від наступного [на 10].

У результаті власної діяльності учні доходять висновку: щоб одержати двоцифрові числа, можна до кількох десятків приєднати кілька одиниць.

Читання чисел

Пропонуємо багато вправ на читання чисел, які проілюстровані лічильними паличками. Учні повинні не тільки назвати відповідне число, а визначити його десятковий склад. Наприклад: на рисунку 4 десятки паличок і 2 окремі палички — це 4 десятки та 2 одиниці; 4 десятки та 2 одиниці складають число 42. Ілюструємо число за допомогою намистинок-одиниць та низок-десятків, визначаємо його десятковий склад та читаємо відповідне число. При читанні чисел від 21 до 100 спочатку називаємо число десятків, а потім число одиниць. Наприклад:

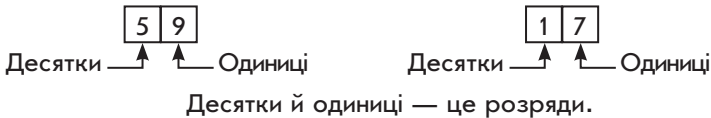
Яке число утворили з десятків та одиниць? Як його позначити картками з числами?



Коментар. У числі 2 десятки, тому покладемо картку «20», і 5 одиниць, тому покладемо картку «5» на нуль — 25. Читаємо число: перша частина слова означає, що в ньому 2 десятки, а друга — що в ньому 5 одиниць — двадцять п'ять...

Якщо в учнів є набори кружків-намистинок, то виконуємо практичні вправи типу: «Покладіть 4 десятки і 6 одиниць. Позначте картками число, яке одержали. Прочитайте його...».

Пропонуємо учням завдання на читання чисел без унаочнення. Спочатку учні читають числа, записані в розрядній таблиці, а потім і без розрядної таблиці. Наприклад: прочитати числа 56, 34... Тут учні спочатку визначають число десятків та число одиниць і лише потім використовують спосіб називання таких чисел. Наприклад: вчитель пропонує з'ясувати, що означає цифра, яка стоїть на першому зліва місці в записі двоцифрового числа [десятки]; на другому місці [одиниці]. Пропонує прочитати числа, визначаючи, скільки в числі десятків, скільки одиниць.



Коментар. У першому числі 5 десятків і 9 одиниць. Спочатку називаємо десятки — п'ятдесят, а потім одиниці — дев'ять; п'ятдесят дев'ять. У числі 59 п'ять десятків та дев'ять одиниць...

Корисними будуть вправи із таблицею чисел «Сотня»:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Читаємо числа першого рядка. Це одноцифрові числа, бо вони містять лише одиниці. Читаємо числа другого рядка і визначаємо їх вид (двоцифрові). З'ясуємо, що в записі цих чисел означає цифра на першому місці справа наліво (ця цифра означає одиниці), що означає цифра на другому місці справа (десятки).

Читаючи числа третього рядка, треба до слова «двадцять» (так читається відповідне кругле число) додати кілька одиниць.

Корисно поставити такі запитання:

Прочитайте числа четвертого рядка.

Яке спільне слово містять назви чисел п'ятого рядка? [«Сорок».]

Прочитайте числа п'ятого рядка.

Які числа мають стояти в шостому рядку?..

Доцільними будуть вправи на співставлення чисел, які записані однаковими цифрами, що розташовані на різних місцях:

15 і 51	71 і 17	12 і 21	81 і 18
91 і 19	14 і 41	61 і 16	13 і 31

З'ясуємо, що спільне в кожній парі чисел. [Кожну пару чисел записують однаковими цифрами.] Чим вони відрізняються? [Порядком запису цифр.] Обмірковуємо, чим відрізняються назви чисел, у яких 1 десяток, від назв інших двоцифрових чисел. [Числа, у яких 1 десяток, закінчуються на «дцять», що і позначає в них 1 десяток, а починаються з числа одиниць. Назви інших двоцифрових чисел починаються з числа десятків і закінчуються числом одиниць.]

Послідовність чисел у межах 100 в натуральному ряді

Учні мають навчитися лічити в межах 100 в прямому і зворотному порядку, визначати місце числа в натуральному ряді: називати попереднє і наступне числа. З цією метою знайомимо учнів із таблицею чисел «Сотня» і пропонуємо їм такі завдання.

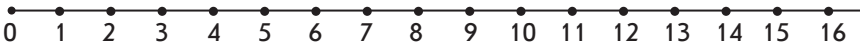
Назвіть числа 3-го десятка. [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.] Яким числом закінчується даний десяток? [30] З якого числа починається? [21] Що спільне в чисел третього десятка? [Усі числа, крім 30, містять по 2 десятки.] Чим вони відрізняються? [Одиницями.] На скільки кожне наступне число більше за попереднє? [На 1.] На скільки попереднє менше? [На 1.]

Прочитайте числа четвертого стовпчика. [4, 14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94.] Що спільне в чисел кожного стовпчика? [Однакові одиниці. Усі ці числа містять по 4 одиниці.] Чим вони відрізняються? [Десятками.] На скільки кожне наступне число стовпчика більше за попереднє? [На 10.] На скільки попереднє число менше? [На 10.]

Назвіть усі числа, які містять по 4 десятки. [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49.] Чим вони відрізняються? [Одиницями.] Назвіть усі числа, які містять по 4 одиниці. [4, 14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94.] Чим вони відрізняються? [Десятками.]

Назвіть «сусідів» чисел: 56, 79, 31. [«Сусіди» числа 56: наступне число 57, попереднє число 55.] Назвіть попереднє число до числа 66. Назвіть наступне число за числом 89...

Є сенс проілюструвати послідовність чисел на числовому промені.



Пропонуємо учням прочитати одноцифрові числа [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]; двоцифрові числа [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16...]; назвати найменше одноцифрове число [0]; найбільше одноцифрове число [9]. З'ясувати, яке число йде за найбільшим одноцифровим числом. [За найбільшим одноцифровим числом йде найменше двоцифрове число.]

Спосіб утворення чисел

Тут застосовуються такі способи утворення чисел: 1) з кількох десятків та кількох одиниць [54 утворюється з 5 десятків та 4 одиниць]; 2) додаванням 1 до попереднього числа [54 утворюється додаванням 1 до попереднього числа 53]; 3) відніманням 1 від наступного [54 утворюється відніманням 1 від наступного числа 55].

ПИСЬМОВА НУМЕРАЦІЯ

Запис чисел другого десятка

Використовуючи абак, пучки лічильних паличок та окремі палички або застосовуючи низки-десятки і окремі намистинки-одиниці та картки з круглими й одноцифровими числами, позначаємо картками числа другого десятка. Наприклад, розкладено 13 лічильних паличок: 1 пучок — десяток та 3 окремі палички — одиниці. Учні визначають десятковий склад числа 13 та позначають його картками в нижніх кишнях абака.

У математичних матеріалах М. Монтесорі є дошки Сегена для позначення і читання чисел другого десятка. Можна запропонувати учням розглянути цю дошку і з'ясувати, що на ній записано одне й те саме число 10 дев'ять разів. Потім учні на нуль кладуть картки з одноцифровими числами від 1 до 9 і читають одержані числа. Обговорюємо, що зробили з цієї дошкою. [На нуль поклали картку з числом одиниць.] Читаючи одержані числа, звертаємо увагу учнів на те, що означає перша частина цього слова [скільки одиниць у числі]; що означає друга частина слова [що ці одиниці поклали на десяток, тобто скільки десятків у цьому числі]; з'ясуємо, скільки в кожному числі десятків [1 десяток]; скільки одиниць [1 одиниця, 2 одиниці...]. Визначаємо, на якому

10	11
10	12
10	13
10	14
10	15
10	16
10	17
10	18
10	19

місці зліва записані десятки [на першому]; на якому місці записані одиниці [на другому].

Далі пропонуємо учням прочитати числа, записані в розрядній таблиці.

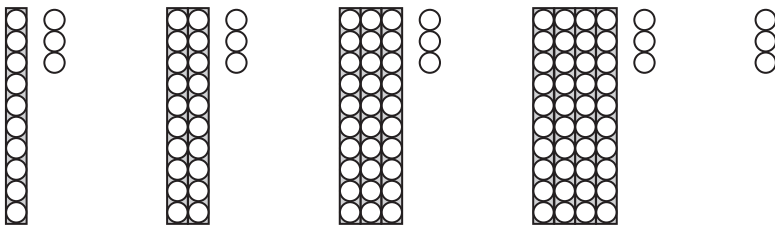
17... На якому місці записуються десятки? [На першому місці зліва.] На якому місці записуються одиниці? [На другому місці.]

Переходимо до запису чисел у нумераційній таблиці. Спочатку зазначаємо розрядний склад числа, наприклад: 1 десяток і 5 одиниць; 1 десяток і 8 одиниць; 1 десяток і 1 одиниця; 1 десяток і 7 одиниць; 1 десяток; 1 десяток і 2 одиниці; 7 одиниць; 1 десяток і 9 одиниць. А потім записуємо числа без визначення розрядного складу: 13, 16, 5, 14.

Запис чисел у межах 21–100

Спираємося на вміння учнів записувати числа другого десятка (на першому місці справа наліво пишуть одиниці, а на другому — десятки) та на знання десяткового складу чисел першої сотні.

Використовуючи абак, пучки лічильних паличок та окремі палички, повторюємо письмову нумерацію чисел другого десятка. Наприклад, на абакі розкладено 13 лічильних паличок: 1 пучок — десяток та 3 окремі палички — одиниці. Учні визначають десятковий склад числа 13 та позначають його картками в нижніх кишнях абака. Далі беремо ще 1 пучок-десяток та кладемо у відповідну кишню: тепер у розряді десятків 2 десятки, отже, змінюємо картку, що позначає десятки, і т. д. Робимо висновок: у двоцифрових числах на першому місці справа наліво пишемо одиниці, а на другому — десятки.



Навчання молодших школярів запису чисел першої сотні здійснюється за допомогою спеціальних завдань.

Використовуючи математичні матеріали М. Монтесорі — дошку Сегена, можна запропонувати учням завдання.

Пропонуємо учням уважно розглянути дошку; прочитати записані числа; з'ясувати, що можна про них сказати. [Це круглі десятки.] Пропонуємо розглянути картки з цифрами від 1 до 9.

Картки з цифрами 1, 2, ..., 9 накладатимемо на 10. 1 (2, 3...) покладемо на 10. З'ясуємо, яке число ми одержимо. Скільки в цьому числі десятків? скільки одиниць? Зверніть увагу: після того як на 10 покладемо картку 9, ми переходимо до наступного рядка. Тепер на 20 накладатимемо картки з цифрами від 1 до 9. Накладаючи, називаємо одержані числа. Читаємо числа, складені на дошці.

Перед записом чисел пропонуємо учням розглянути, як записали числа в нумераційній таблиці, і прочитати ці числа.

10	10	1
20	20	2
30	30	3
40	40	4
50	50	5
60	60	6
70	70	7
80	80	8
90	90	9

А потім пропонуємо учням записати в нумераційній таблиці числа, у яких: 1 десяток і 7 одиниць; 7 десятків і 7 одиниць; 5 десятків; 4 десятки і 3 одиниці; 7 одиниць; 6 десятків.

Далі учні в зошиті записують числа за розрядним складом: 5 десятків 4 одиниці; 8 десятків 1 одиниця.

Врешті, учні в зошитах записують числа без вказаного розрядного складу, наприклад: двадцять вісім, п'ятнадцять, сорок три.

Також засвоєнню нумерації двоцифрових чисел сприяють вправи:

- 1) поясніть, що означає кожна цифра в записі числа (наприклад, у числі 47 цифра 7 означає кількість одиниць, а цифра 4 — кількість десятків);
- 2) запишіть за допомогою даних цифр можливі двоцифрові числа (наприклад, з цифр 2 та 5 можна скласти такі двоцифрові числа: 22, 25, 52, 55);
- 3) дайте характеристику числу: десятковий склад, місце в натуральному ряді, особливості запису (наприклад, число 43 містить 4 десятки та 3 одиниці; попереднє до нього число 42, а наступне — 44; це двоцифрове число записують за допомогою двох різних цифр: 4 та 3).

Запис числа у вигляді суми розрядних доданків

Після того як діти навчаться визначати десятковий склад та записувати двоцифрові числа, вводиться поняття «сума розрядних доданків» як така сума, у якій десятки та одиниці подано окремо, інакше кажучи, це сума десятків та одиниць.

Щоб подати число у вигляді суми розрядних доданків, треба: 1) визначити кількість десятків (підкреслити десятки в записі числа двома рисками); 2) визначити кількість одиниць (підкреслити одиниці однією рисою); 3) записати десятки у вигляді круглого числа; 4) до круглого числа додати одиниці. Наприклад: $74 = 70 + 4$.

Слід зазначити, що подання числа у вигляді суми розрядних доданків спирається на досвід дітей позначення картками двоцифрових чисел, коли вони на картку з круглим числом накладали картку з одноцифровим числом. У даному випадку дія обернена — тепер ми маємо розсунути ці картки.

Порівняння чисел

На цьому етапі навчання застосовуються такі способи порівняння чисел.

Спосіб *на підставі розташування чисел на числовому промені або в натуральному ряді*: число, яке на числовому промені розташовується праворуч або яке при лічбі називають пізніше, більше, а число, що на числовому промені розташовується ліворуч або при лічбі називають раніше, менше.

З цим способом порівняння діти вже добре знайомі: ознайомлення з ним відбулося при вивченні порівняння чисел першого десятка, а закріплення відбувається при вивченні порівняння чисел до 20. Тому на етапі актуалізації слід повторити, як треба міркувати при порівнянні чисел першого десятка; а потім запитати учнів: «Чи можна так само міркувати при порівнянні чисел від 11 до 20? при порівнянні чисел першої сотні?». Отримавши від учнів позитивну відповідь, перенести цей спосіб порівняння в нову ситуацію. Наприклад: «як можна міркувати при порівнянні одноцифрових чисел?» [Можна складати пари, можна порівнювати числа за порядком їх розташування в натуральному ряді, а можна порівнювати логічним способом.] З'ясовуємо, у чому полягає спосіб порівняння за місцем числа в натуральному ряді. [Число, яке йде в натуральному ряді раніше/розташовується ліворуч від даного, менше. Число, яке йде в натуральному ряді пізніше/розташовується праворуч від даного, більше.] Пропонуємо учням порівняти числа за місцем розташування в натуральному ряді.

5○8 7○4 9○3 6○8 4○2 6○3 1○5

Коментар. Треба порівняти 5 і 8; 5 на числовому промені розташовується ліворуч від 8 або при лічбі йде раніше за 8, тому 5 менше від 8. Треба порівняти 7 і 4; 7 на числовому промені розташовується праворуч від 4 або при лічбі йде пізніше, тому 7 більше 4.

Переносимо спосіб порівняння чисел за розташуванням числа на числовому промені або місцем числа в натуральному ряді на числа в межах 20.

15○18 17○14 19○13 16○17 4○12 16○13 11○15

Чи можна так само міркувати при порівнянні двоцифрових чисел? [Так.] Двоцифрових і одноцифрових чисел? [Так.]

$$\begin{array}{cccc} 14 \bigcirc 18 & 4 \bigcirc 12 & 16 \bigcirc 14 & 87 \bigcirc 83 \\ 23 \bigcirc 32 & 28 \bigcirc 9 & 44 \bigcirc 49 & 65 \bigcirc 62 \\ 57 \bigcirc 51 & 7 \bigcirc 45 & 64 \bigcirc 59 & 32 \bigcirc 40 \end{array}$$

Коментар. Треба порівняти числа 14 та 18; 14 розташовується на числовому промені ліворуч або йде в натуральному ряді раніше 18, тому 14 менше 18. Треба порівняти 23 і 32; 23 йде в натуральному ряді при лічбі раніше 32; тому 23 менше 32. Треба порівняти 57 і 51; 57 йде в натуральному ряді при лічбі пізніше числа 51, тому 57 більше 51...

Порівнюючи пари чисел у другому стовпчику, з'ясуємо, що в натуральному ряді спільне в парах чисел. [До складу кожної пари входять одноцифрове та двоцифрове числа.] Спираючись на результат порівняння, учні роблять висновок:



Будь-яке **одноцифрове** число **менше** від будь-якого **двоцифрового** числа.
Будь-яке **двоцифрове** число **більше** за будь-яке **одноцифрове** число.

Корисними будуть вправи: назвіть числа, які менші від числа 16; назвіть двоцифрові числа, які менші від 18; назвіть числа другого десятка, які більші за 12; назвіть числа, які більші за 13, але менші від 16.

Порозрядне порівняння чисел починається з найвищого розряду і відбувається за алгоритмом:

- 1) підкреслюю число десятків у кожному числі;
- 2) порівнюю числа десятків: більше те число, у якому десятків більше (менше те число, у якому десятків менше); якщо десятків порівну, то переходжу до п. 3;
- 3) підкреслюю число одиниць у кожному числі;
- 4) порівнюю числа одиниць: більше те число, у якому одиниць більше (менше те число, у якому одиниць менше); якщо одиниць порівну, то ці числа рівні.

Наприклад, треба порівняти 27 і 19. У числі 27 — 2 десятки, а в числі 19 — 1 десяток; порівнюємо числа десятків: 2 десятки більше за 1 десяток, тому число 27 більше за 19. Треба порівняти 30 і 32. У числі 30 — 3 десятки, у числі 32 — 3 десятки; порівнюємо числа десятків — порівну, тому переходимо до одиниць; у числі 30 — 0 одиниць, у числі 32 — 2 одиниці; порівнюємо одиниці: 0 менше 2, тому число 30 менше числа 32...

Це новий спосіб порівняння. Він буде широко застосовуватися при порівнянні чисел у всіх подальших концентрах, тому йому слід приділити певну увагу.

ВИПАДКИ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ НА ПІДСТАВІ НУМЕРАЦІЇ ЧИСЕЛ

Додавання та віднімання числа 1

Додавання та віднімання числа 1 здійснюється на підставі порядку розташування чисел у натуральному ряді: додати до будь-якого числа 1 — це означає отримати наступне число; відняти від будь-якого числа 1 — це означає отримати попереднє число.

Правило додавання та віднімання числа 1 було засвоєне учнями на попередньому етапі навчання — у центрі «Десяток», тому в цій темі його слід перенести в нову ситуацію. Спочатку переносимо на випадки додавання та віднімання в межах 20, а потім на числа в межах 100.

Завдання вчителя полягає в тому, щоб учні успішно здійснили перенесення знань у нову ситуацію. Для цього треба актуалізувати порядок розташування чисел до 20 (100); поняття «попереднє» і «наступне» числа; правила додавання і віднімання числа 1 у межах 10. Для полегшення переносу знань у нову ситуацію можна запропонувати учням трійки рівностей, у яких перший доданок або зменшуване відрізняється кількістю десятків. Наприклад:

$3 + 1 = 4$	$8 - 1 = 7$	$6 + 1 = 7$	$4 - 1 = 3$
$13 + 1 = 14$	$18 - 1 = 17$	$16 + 1 = 17$	$14 - 1 = 13$
$43 + 1 = 44$	$68 - 1 = 67$	$76 + 1 = 77$	$54 - 1 = 53$

З'ясуємо, чим схожі вирази кожного стовпчика; чим відрізняються.

Встановлюємо, чи є спільне в способі додавання числа 1; віднімання числа 1.

Який висновок можна зробити?



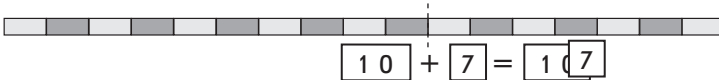
Додати до будь-якого числа 1 — означає отримати наступне число. Відняти від будь-якого числа 1 — означає отримати попереднє число.

**Випадки додавання до круглих десятків кількох одиниць.
Випадки віднімання від числа або його десятків, або його одиниць**

Додавання до десятків окремих одиниць

Спочатку опрацьовуємо цей прийом обчислення на прикладі чисел від 11 до 20. Слід зазначити, що тут в нагоді стане

досвід, одержаний при позначенні картками з числами двоцифрових чисел; при заміні числа сумою розрядних доданків. Застосовуємо арифметичні штанги. Наприклад: приєднуємо до штанги «10» штангу «7» («8», «5», ...), одержуємо число 17 (18, 15...). Визначаємо його десятковий склад, позначаємо число картками з цифрами: накладаємо картку «7» («8», «5»...) на картку «10». Ми приєднали штангу «10» і штангу «7» («8», «5»...). Що значить «об'єднати» на математичній мові? [Це значить додати.] Які штанги об'єднали? Подивіться, як склали рівність.



Далі від дії з реальними предметами переходимо до дії зі схемами.

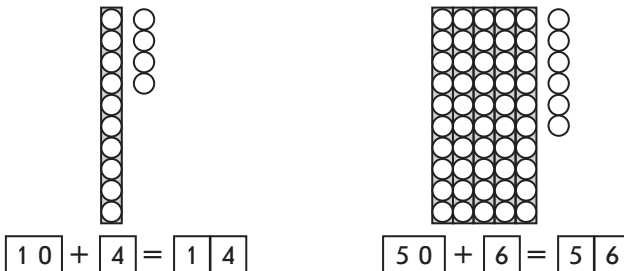
Знайдіть значення виразів за зразком: $10 + 7 = 1 \text{ д. } 7 \text{ од.} = 17$.



Коментар. До 10 треба додати 7. 10 — це 1 десяток, 7 — це 7 одиниць; поєднуємо: 1 десяток і 7 одиниць складають число 17...

Переносимо розглянутий спосіб міркування на числа від 21 до 100. Наприклад:

Як одержали числа? Чи правильно складено рівності?



Щоб одержати число 14, ми до 1 десятка приєднали 4 одиниці. Рівність записано правильно: 1 десяток — це 10; до 10 додали — приєднали — 4 одиниці, одержали 14...

Щоб одержати число 56, до 5 десятків приєднали 6 одиниць. Рівність записано правильно: 5 десятків — це 50; до 50 додати — приєднати — 6 одиниць буде 56...

Учні порівнюють рівності. У кожній рівності до круглого числа — до числа десятків — додаємо число одиниць і одержуємо двоцифрове число, яке містить і десятки, і одиниці. Формулюємо пам'ятку:



ПАМ'ЯТКА

Додавання на підставі розрядного складу числа

1. Замінюю двоцифрове кругле число десятками.
2. Читаю інший доданок з назвою одиниць.
3. Поєдную десятки з одиницями.
4. Записую число, яке містить дану кількість десятків та одиниць.

Наприклад: $30 + 7 = 3$ д. 7 од. $= 37$

Міркуючи за пам'яткою, знаходимо значення сум:

$$10 + 5 = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$$

$$30 + 2 = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$$

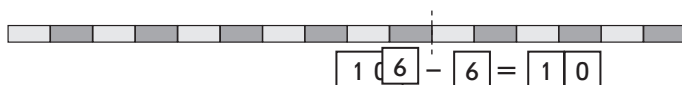
$$90 + 4 = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$$

$$50 + 9 = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array}$$

Коментар. $10 + 5$. 10 — це 1 десяток, 5 — це 5 одиниць; об'єдную десятки й одиниці — 1 десяток і 5 одиниць; 1 десяток і 5 одиниць складають число 15.

Ознайомлення учнів зі способом віднімання від двоцифрового числа його одиниць (спосіб віднімання на основі знання розрядного складу числа)

Опрацьовуємо цей спосіб міркування на числах від 11 до 20. Утворюємо за допомогою штанг число 16 (18, 17...). Визначаємо, скільки в ньому десятків; скільки одиниць. Позначаємо одержане число за допомогою карток з цифрами. Відсуваємо штангу «6» («8», «7»...). Відсуваємо картку з цифрою 6 (8, 7...). Визначаємо, що залишилося. Що значить відсунути, вилучити на математичній мові? Подивіться, як складено рівність.



Від практичних дій та розгляду малюнків, які ілюструють віднімання від числа другого десятка його одиниць, переходимо до виконання дії з коментарем, використовуючи схеми. Наприклад:

Знайдіть значення виразів за зразком:

$$15 - 5 = 1 \text{ д. } 5 \text{ од.} - 5 \text{ од.} = 1 \text{ д.} = 10.$$

$$17 - 7$$

$$19 - 9$$

$$12 - 2$$

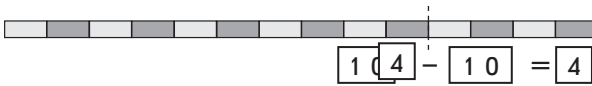
$$16 - 6$$

У двоцифрових числах підкресліть одиниці однією рисою, а десятки — двома. В одноцифрових числах підкресліть одиниці однією рисою.

Коментар. 15–5. 15 — це 1 десяток і 5 одиниць; від 1 десятка і 5 одиниць віднімаємо 5 одиниць, залишається 1 десяток, або 10...

Ознайомлення учнів зі способом віднімання від двоцифрового числа його десятків (спосіб віднімання на основі знання розрядного складу числа) відбувається аналогічно.

Утворюємо за допомогою штанг число 14 (15, 19...). З'ясуємо, скільки в ньому десятків; скільки одиниць. Позначаємо одержане число за допомогою карток з числами. Відсуваємо штангу «10». Відсуваємо картку «10». Визначаємо, що залишилося. Що значить відсунути, вилучити на математичній мові? Подивіться, як складено рівність.



Переходимо до виконання дії за схемами. Наприклад:

Знайдіть значення виразів за зразком:

$$15 - 5 = 1 \text{ д. } 5 \text{ од.} - 1 \text{ д.} = 5 \text{ од.} = 5.$$

$$17 - 10$$

$$19 - 10$$

$$12 - 10$$

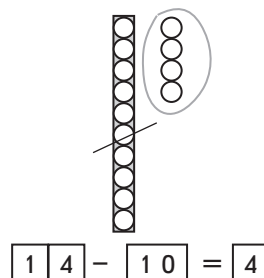
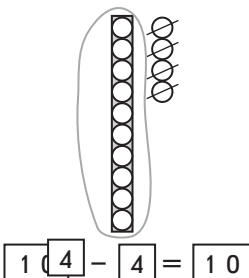
$$16 - 10$$

У двоцифрових числах підкресліть одиниці однією рисою, а десятки — двома. В одноцифрових числах підкресліть одиниці однією рисою.

Коментар. 17–10. 17 — це 1 десяток і 7 одиниць, 10 — це 1 десяток; від 1 десятка і 7 одиниць віднімаємо 1 десяток, залишається 7 одиниць...

Переносимо спосіб міркування (для віднімання від числа другого десятка його десятків або одиниць) на двоцифрові числа першої сотні.

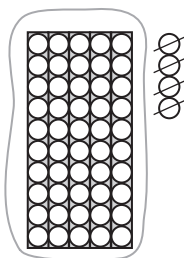
Пропонуємо учням практичну роботу, під час якої учні від числа другого десятка віднімають або його одиниці, або його десятки, ілюструючи виконувани дії кружками-намистинками:



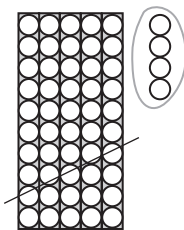
Коментар. Було 14. Число 14 складається з 1 десятка та 4 одиниць. З 1 десятка і 4 одиниць вилучили — відняли його одиниці, залишився 1 десяток.

Число 14 — це 1 десяток і 4 одиниці. З 1 десятка і 4 одиниць вилучили 1 десяток, залишилося 4 одиниці.

Ілюструємо кружками-намистинками число 54. З'ясуємо, що змінилося число десятків. Обговорюємо, чи можна при відніманні від числа 54 його десятків або його одиниць міркувати так само, як і у випадку з числом 14.



$$\boxed{5} \boxed{4} - \boxed{4} = \boxed{50}$$



$$\boxed{5} \boxed{4} - \boxed{50} = \boxed{4}$$

Коментар. 54 — це 5 десятків і 4 одиниці. З 5 десятків і 4 одиниць вилучили 4 одиниці, залишається 5 десятків — 50. Рівність складено правильно, вилучити — означає відняти.

54 — це 5 десятків і 4 одиниці. З 5 десятків і 4 одиниць вилучили 5 десятків і одержали 6 одиниць. Рівність складено правильно.



Віднімання на підставі розрядного складу числа

1. Визначаю розрядний склад зменшуваного: \square десятків, \square одиниць.
2. Називаю від'ємник зі словом « $\frac{\text{одиниць}}{\text{десятків}}$ ».
3. Віднімаю від двоцифрового числа його $\frac{\text{одиниці}}{\text{десятки}}$, залишається $\frac{\text{десятки}}{\text{одиниці}}$.

Наприклад: $53 - 3 = 5 \text{ д. } 3 \text{ од.} - 3 \text{ од.} = 5 \text{ д.} = 50$
 $53 - 30 = 5 \text{ д. } 3 \text{ од.} - 3 \text{ д.} = 3 \text{ од.} = 3$

З учнями можна узагальнити способи міркування при додаванні та відніманні на підставі розрядного складу числа і скласти пам'ятку.



ПАМ'ЯТКА

Додавання і віднімання на підставі розрядного складу числа

1. Визначаю, скільки у двоцифровому числі десятків і скільки одиниць.
2. Визначаю, скільки одиниць або десятків треба $\frac{\text{додати}}{\text{відняти}}$.
3. $\frac{\text{Об'єдную}}{\text{Вилучаю}}$ розрядні $\frac{\text{десятки}}{\text{одиниці}}$.
4. $\frac{\text{Записую}}{\text{називаю}}$ число, яке складається з отриманого числа десятків і одиниць.

2.2.2. Методика вивчення додавання і віднімання в межах 10

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.



Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- набори геометричних фігур;
- арифметичні штанги;
- кісточки доміно;
- набір «Числа і кружки»;
- набір карток з числами та знаками арифметичних дій.

КОНКРЕТНИЙ ЗМІСТ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

Конкретний зміст арифметичних дій додавання і віднімання формується під час оперування учнями множинами предметів. Об'єднуючи елементи двох множин, що не перетинаються, знаходимо численність поєднаної множини.

Операція об'єднання двох множин, що не перетинаються, розкриває конкретний зміст дії додавання.

Численність множини, що залишилася після вилучення частини її елементів, відповідає остачі.

Операція вилучення частини елементів множини розкриває конкретний зміст дії віднімання.

В основі пояснення змісту арифметичних дій закладено принцип співвіднесення предметної, вербальної, схематичної і символічної моделей і перехід від однієї моделі до іншої.

Підготовча робота до ознайомлення з діями додавання і віднімання здійснюється за допомогою практичних вправ, під час яких діти викладають на парті геометричні фігури та, об'єднуючи їх, показують усі фігури. Таким чином, спочатку формується поняття про об'єднання елементів двох множин, що не перетинаються. Діти доходять висновку: щоб показати всі предмети, треба їх об'єднати — це означає присунути, змішати тощо. Аналогічно діти вправляються у вилученні частини множини та показі остачі. Щоб показати остачу, решту, треба вилучати — це означає відсунути, забрати, відрізати тощо. Пропонуємо учням практичну роботу з математичними матеріалами, наприклад, із набором геометричних фігур:

1. Покладіть на парту 4 кружки зліва. Покладіть 2 кружки справа. Присуньте, змішайте усі кружки. Покажіть усі кружки.

З'ясуємо, усього кружків більше чи менше; скільки всього кружків.

У результаті виконання подібних вправ учні доходять висновку: присунути, змішати, зсипати — це означає об'єднати. Щоб показати всі кружки, треба їх об'єднати.

2. Покладіть на парту 5 квадратів. 4 квадрати відсуньте. Покажіть квадрати, які залишилися. Залишилося квадратів більше чи менше, ніж було? Скільки квадратів залишилося?

У результаті виконання подібних вправ учні доходять висновку: відсунути, відрізати, відсипати — це означає вилучити. Щоб показати остачу, треба вилучати.

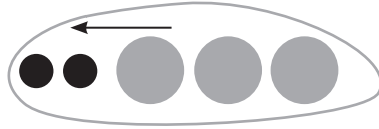
3. Покладіть на парту 2 сині квадрати і 2 червоні квадрати. Покажіть усі квадрати. Треба об'єднувати чи вилучати? Коли об'єднуємо, стає більше чи менше? Скільки всього квадратів?

4. Покладіть на парту 3 кружки. 1 кружок вилучіть. Покажіть кружки, що залишилися. Коли вилучаємо, залишається більше чи менше, ніж було? Скільки кружків залишилося?

Перелічуючи кількість елементів об'єднаної множини, діти впевнюються в тому, що коли об'єднуємо, стає більше; щоб стало більше, треба об'єднати. Коли вилучаємо, стає менше. Щоб стало менше, треба вилучати.

Наступним кроком є схематичне зображення операцій об'єднання або вилучення. Об'єднуючи — обводять замкненою кривою лінією всі фігури, вилучаючи — закреслюють кілька фігур та обводять замкненою кривою остачу. Наприклад, пропонуємо учням завдання:

5. Розгляньте, як об'єднали сірі та чорні кружки. Покажіть усі кружки. Що треба зробити, щоб показати усі кружки? З яких частин складаються усі кружки?



Діти розглядають, як замкненою лінією об'єднали всі кружки. Проводять пальцем по замкненій лінії, тим самим показуючи всі кружки. Роблять висновок: щоб показати всі кружки, треба об'єднати їх. Усі кружки складаються із сірих та чорних кружків.

6. Розгляньте, як показали остачу після того, як частину трикутників вилучили. Покажіть решту — остачу трикутників. Що треба зробити, щоб показати, скільки залишилося?



Діти розглядають, як на малюнку показано вилучення частини елементів множини, як обвели замкненою лінією решту елементів; проводять по замкненій лінії пальцем. Роблять висновок: щоб показати, скільки залишилось, треба вилучати.

Ознайомлення з арифметичними діями додавання і віднімання

На наступному етапі здійснюється ознайомлення з суттю арифметичних дій додавання і віднімання: вчимо дітей пов'язувати практичну дію об'єднання елементів двох множин з арифметичною дією додавання, а практичну дію вилучення частини елементів множини з арифметичною дією віднімання; формуємо поняття про те, що, коли додаємо, стає більше, а коли віднімаємо, залишається менше. Знайомимо учнів із знаками додавання і віднімання; вчимо їх писати; вводимо поняття «вираз», «значення виразу». Починаємо з виконання практичних вправ із математичними матеріалами. Наприклад:

1. Покладіть на парту зліва 5 червоних квадратів. Покладіть справа 2 сині квадрати. Присуньте сині квадрати до червоних. Покажіть усі квадрати. Що ми зробили з квадратами? [Ми присунули — об'єднали. Усього квадратів 5 і ще 2.]

Коли квадрати об'єднали, їх стало більше, ніж окремо червоних квадратів і окремо жовтих квадратів. Усього квадратів 7. Щоб одержати 7 квадратів, ми об'єднали 5 квадратів і 2 квадрати. Об'єднати — означає додати. Додавання — це арифметична дія, яка виконується між числами. Таким чином, 5 і ще 2 — означає до 5 додати 2, одержимо 7. В арифметичній дії додавання є свій знак «+» — плюс. Це можна записати так: $5 + 2 = 7$.

Учні з'ясовують, що коли об'єднуємо, стає більше. Об'єднати — означає додати. Тому коли додаємо, також стає більше. Отже, щоб стало більше, треба об'єднати — додати.

2. Покладіть на парту 8 кружків. 3 круги відсуньте. Покажіть круги, що залишилися. Що ми зробили? [Ми відсунули — вилучили. Залишилося кругів 8 без 3.]

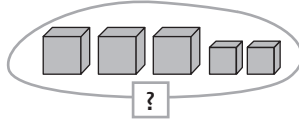
Коли круги вилучили, їх стало менше, ніж було. Залишилося кругів 5. Щоб одержати 5 кругів, ми вилучили з 8 кругів 3 круги. Вилучити — це означає відняти. Віднімання — це арифметична дія, яка виконується між числами. Таким чином, 8 без 3 — це значить від 8 відняти 3, одержимо 5. У арифметичній дії віднімання є свій знак «-» мінус. Це можна записати так: $8 - 3 = 5$.

Коли вилучаємо, стає менше. Вилучити — означає відняти. Тому коли віднімаємо, стає менше. Щоб стало менше, треба відняти.

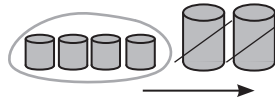
Учні розглядають зроблені записи: $5 + 2 = 7$ і $8 - 3 = 5$ та з'ясовують, що в них спільною є наявність знака рівності, тому їх можна назвати одним словом «рівності». Ліворуч від знака рівності записані числа, що поєднані знаком «+» або «-»: $5 + 2$ і $8 - 3$ — це вирази. Праворуч від знака рівності записані числа 7 або 5 — це значення виразів.

З метою первинного закріплення суті арифметичних дій додавання і віднімання учні до малюнків, на яких проілюстровано об'єднання або вилучення, складають вирази або рівності; перевіряють їх правильність і виправляють помилки, якщо вони є. Наприклад, пропонуємо учням з'ясувати, щоб показати, скільки всього фігур, треба об'єднувати чи вилучати. [Об'єднувати.] Скільки всього кубиків? [Усього кубиків 3 і 2, усього 5.] Що означає об'єднати? [Об'єднати — означає додати.] Як записати 3 і 2 за допомогою арифметичної дії додавання? [3 і 2 — означає до 3 додати 2: $3 + 2 = 5$.] Скільки всього кубиків? [5] Коли ми додали, стало більше чи менше? [Коли додаємо, стає більше.]

Вчитель пропонує учням прокоментувати малюнок:



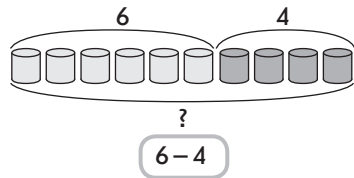
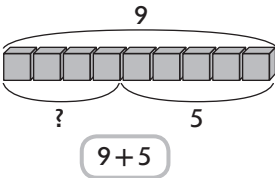
Пропонуємо учням з'ясувати, щоб показати, скільки залишилось, треба об'єднувати чи вилучати. [Вилучати.] Скільки залишилось? [Залишилось 6 без 2, залишилось 4 циліндри.] Що означає вилучити? [Вилучити — означає відняти.]



Як записати 6 без 2 за допомогою арифметичної дії віднімання? [6 без 2 — означає від 6 відняти 2: $6 - 2 = 4$.]

Скільки залишилось циліндрів? [4] Коли відняли, залишилось більше чи менше? [Коли віднімаємо, залишається менше, ніж було спочатку.]

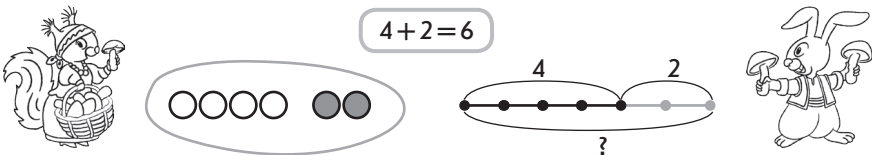
Пропонуємо учням перевірити, чи правильно до малюнків записали вирази.



Наступним кроком має бути перехід від схематичного рисунка до схематичного рисунка у вигляді відрізків.

Познайомити учнів з тим, що об'єднання й вилучення можна ілюструвати не лише на малюнках, наприклад, з геометричними фігурами — кругами, трикутниками тощо, а й за допомогою відрізків, можна наступним чином.

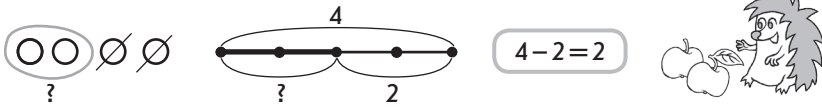
Учитель пропонує учням прокоментувати рисунок:



Білочка знайшла 4 грибочки, а зайчик 2 грибочки. Щоб показати всі грибочки, треба об'єднувати чи вилучати? [Об'єднувати.] Розгляньте схему, на якій грибочки позначили

кружками. Що означають білі кружки? Скільки білих кружків? [4] Що означають ці кружки? [Грибочки, які знайшла білочка.] Скільки сірих кружків? [2 — це грибочки, що знайшов зайчик.] Покажіть усі кружки: треба об'єднувати чи вилучати? [Об'єднувати.] Що означають усі кружки? [Грибочки, які знайшли білочка і зайчик.] Розгляньте схему, на якій грибочки позначили відрізками. Що означає відрізок з дужкою з числом 4? [Що білочка знайшла 4 грибочки.] Що означає відрізок з дужкою з числом 2? [Що зайчик знайшов 2 грибочки.] Розгляньте, як дужкою об'єднали червоний та синій відрізки. Що означає весь цей відрізок? [Усі грибочки, що знайшли білочка і зайчик.] Усього грибочків більше чи менше, ніж окремо знайшла білочка; ніж окремо знайшов зайчик? [Більше.] Скільки всього грибочків знайшли білочка і зайчик? [Перераховуємо, 6.] Чи правильно склали рівність до цих схем? [Так, тому що тут ми об'єднували. Об'єднати — означає додати.]

Учні коментують наступний малюнок:



Їжачок наколов на голки 4 яблука. Ідучи додому, 2 яблука він загубив. Щоб показати, скільки залишилось яблук, треба об'єднувати чи вилучати? [Вилучати.] Розгляньте схему, на якій яблука позначили кружками. Що означають усі кружки? [Яблука, які були спочатку.] Що означають кружки, які закреслили? [Яблука, які їжачок загубив.] Що означають кружки, що обвели замкненою кривою? [Яблука, які залишилися.] Розгляньте схему, на якій яблука позначили відрізками. Поясніть, що означає кожний відрізок. Що означає цілий відрізок? [Що спочатку було 4 яблука.] Що означає частина відрізка, виділена товстішою лінією? [Що 2 яблука їжачок загубив.] Що означає тоненька частина відрізка? [Скільки яблук залишилось.] Залишилось яблук більше чи менше, ніж було? [Менше.] Скільки залишилось яблук? [Перераховуємо, 2.] Ми об'єднували чи вилучали? [Вилучали.] Чи правильно склали рівність до цих схем? [Так.]

Для усвідомлення дітьми того, що при додаванні стає більше, а при відніманні стає менше, оперуючи наочною або перед розв'язанням завдань за сюжетними картинками, до яких складається схема та рівність, учитель ставить запитання: «Стало більше чи менше?», або «Усього більше чи менше?», або «Залишилося більше чи менше?» — і лише потім діти перераховують предмети

і впевнюються в цьому. Школярі усвідомлюють, що всього більше, а більше число знаходять дією додавання; залишилося менше, а менше число знаходять дією віднімання.

Далі вирази або рівності складаємо й до схематичних рисунків у вигляді відрізків, діти вибирають вираз до схематичного рисунка або, навпаки, схематичний рисунок до виразу, наприклад:



Також учні складають по дві рівності на додавання і віднімання за рисунками, на яких множину геометричних фігур розбито на дві підмножини за спільною ознакою (кольором; розміром; формою), або кісточками доміно, або відрізками, що складаються з двох відрізків.



Аналогічним чином, на підставі суті арифметичних дій додавання і віднімання, складаємо по дві рівності на додавання та дві — на віднімання на підставі складу числа.

Методика ознайомлення учнів з арифметичними діями додавання та віднімання побудована на підставі теорії укрупнення дидактичних одиниць П. М Ерднієва, яким доведена ефективність спільного вивчення взаємно обернених дій, якими і є дії додавання і віднімання [37].

ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ЗА ЧИСЛОВИМ ПРОМЕНЕМ

З поняттям числового променя діти вже знайомі: при вивченні чисел 1–10 послідовність чисел у натуральному ряді ілюструвалася на числовому промені. На цьому уроці є сенс узагальнити уявлення дітей про числовий промінь, це можна зробити таким чином.

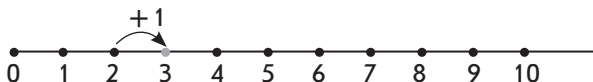
Учитель креслить на дошці промінь й з'ясовує, що треба зробити, щоб одержати числовий промінь. [Треба відкласти від його початку 1 відрізок і підписати під одержаною точкою цифрою 1, потім ще такий самий відрізок, усього 2 відрізки, і підписати під одержаною точкою цифрою 2 і т. д.]

Працюючи з числовим променем, учні відповідають на такі запитання.

Назвіть попереднє число до числа 8 (3, 5...). Як отримати попереднє число? Яке число отримаємо, якщо від 7 віднімемо 1? [Попереднє число 6.] Назвіть наступне число до числа 4 (7, 9...). Як отримати наступне число? Яке число отримаємо, якщо до 3 додамо 1? [Наступне число 4.] Назвіть «сусідів» числа 6. [Попереднє число 5, наступне число 7.] Як отримати це число з попереднього? [Треба до 5 додати ще 1.] Як отримати число 6 з наступного? [Треба від 7 відняти 1.] Назвіть числа, які менші від 5. За якою ознакою можна «впізнати» ці числа? [1, 2, 3, 4. Ці числа на числовому промені позташовуються ліворуч від числа 5.] Назвіть числа, які більші за 8. [9, 10... Ці числа на числовому промені позташовуються праворуч від числа 8.] Назвіть числа, які більші за 2, але менші за 8 [3, 4, 5, 6, 7.] Які арифметичні дії ви знаєте? Що значить додати? відняти? Коли об'єднуємо, стає більше чи менше? А коли вилучаємо?

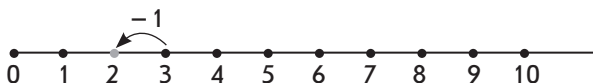
Наступним кроком має бути актуалізація конкретного змісту арифметичних дій додавання та віднімання: учні складають рівності за малюками, на яких геометричні фігури об'єднуються в одну множину або з множини вилучається її частина (підмножина); або складають вирази або рівності за схемами; або складають рівності на додавання та віднімання за кісточками доміно.

З додаванням і відніманням за числовим променем діти знайомі: одержання нового числа з попереднього (наступного) ілюстрували на числовому промені, зробивши один «крок» вперед (назад). Тому актуалізуємо спосіб одержання наступного (попереднього) числа та його ілюстрацію на числовому промені: як отримати наступне число? [Щоб отримати наступне число, треба додати 1.] Яке число отримаємо, якщо до 2 додамо 1? [До 2 додати 1 отримаємо наступне число 3...]



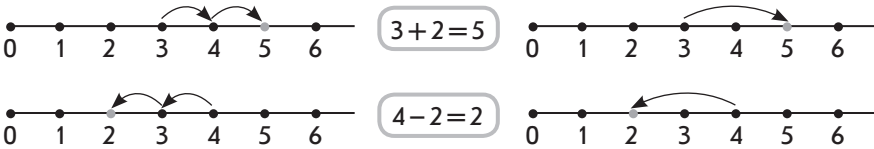
Отже, щоб додати 1, треба зробити один «крок» уперед за числовим променем.

Як отримати попереднє число? [Щоб отримати попереднє число, треба відняти 1.] Яке число отримаємо, якщо від 3 віднімемо 1? [Від 3 відняти 1 отримаємо попереднє число 2...]



Отже, щоб відняти число 1, треба зробити один «крок» назад за числовим променем.

На етапі ознайомлення пропонуємо учням розглянути, як додали і відняли число 2 за числовим променем, і з'ясувати, чим відрізняється креслення праворуч від креслення ліворуч.



Як додали число 2? [Додали 1 та ще 1; зробили 1 «крок» уперед та ще 1 «крок» праворуч — уперед. Щоб додати 2, зробили відразу великий «крок» уперед — праворуч, який містить 2 одиничні «кроки» праворуч — уперед.] Щоб додати число 2, праворуч «відкрокували» 2 одиничні відрізки.

Як відняли 2? [Відняли 1, а потім ще 1. Зробили 2 одиничні «кроки» ліворуч — назад. Щоб відняти 2, зробили відразу великий «крок» назад — ліворуч, який містить 2 одиничні «кроки» ліворуч — назад.] Щоб відняти число 2, ліворуч «відкрокували» 2 одиничні відрізки.

Порівнюємо рисунки зверху та знизу. [На верхньому кресленні додавали число 2, а на нижньому — віднімали число 2. На верхньому кресленні ми праворуч відкладали 2 одиничні відрізки, а на нижньому — ліворуч відкладали 2 одиничні відрізки.] Коли додаємо, стає більше чи менше? Де на числовому промені розташовані більші числа? [Праворуч.] Отже, коли додаємо, за числовим променем, треба «крокувати» — рухатися праворуч — уперед. Коли віднімаємо, стає більше чи менше? Де на числовому промені розташовані менші числа? [Ліворуч.] Отже, коли віднімаємо, за числовим променем треба «крокувати» — рухатися ліворуч — назад.

Далі дію додавання і віднімання за числовим променем опрацьовують на випадках додавання і віднімання чисел 3, 4...

НАЗВА КОМПОНЕНТІВ І РЕЗУЛЬТАТУ АРИФМЕТИЧНОЇ ДІЇ ДОДАВАННЯ

На етапі актуалізації повторюємо суть арифметичних дій додавання та віднімання, актуалізуємо знання дітей про те, що при додаванні одержуємо більше число, а при відніманні — менше; схематичне зображення додавання та віднімання за допомогою відрізків.

Під час ознайомлення учнів з назвами компонентів і результату арифметичної дії додавання їм пропонується практичне завдання.

Вчитель пропонує учням покласти на парту 4 зелені та 3 червоні кружечки, об'єднати ці кружечки, скласти та прочитати вираз (колір фігур на малюнку позначено буквами: з — зелений, ч — червоний).



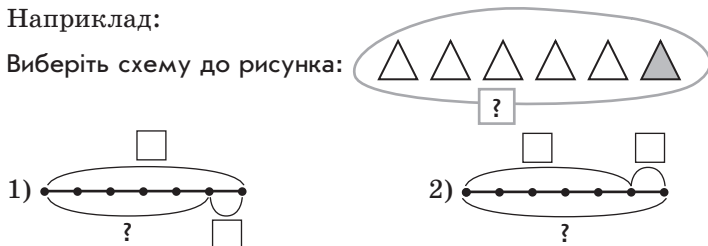
Після виконання практичного завдання проводимо бесіду: до 4 додаємо 3. Числа, які додають, називають **доданками**. Таким чином, 4 та 3 — це доданки: 4 — це перший доданок, 3 — це другий доданок.

Перерахуйте кружечки або додайте 3 червоні кружечки по одному. Запишіть рівність: $4+3=7$. Ми отримали в результаті додавання число 7. Число, яке отримують у результаті дії додавання, називають **значенням суми**. Число 7 — це значення суми.

Далі переходимо до схематичного зображення доданків та суми.

Наприклад:

Виберіть схему до рисунка:



Покажіть усі трикутники. Щоб дізнатися, скільки всього трикутників, треба об'єднувати. Тож назвіть схему, на якій відрізок, позначений знаком питання, є результатом об'єднання двох відрізків [це схема 2].

Довший відрізок на схемі означає, що білих трикутників 5. Коротший відрізок на схемі означає, що сірий трикутник 1. Цілий відрізок, що складається з двох частин, показує усі трикутники — і білі, і сірі. Усього трикутників більше, ніж окремо білих; ніж окремо сірих. Більше число знаходимо дією додавання. Складаємо вираз: $5+1$. Число 5 — перший доданок. Число 1 — другий доданок. Знаходимо значення виразу. Число 6 — значення суми. Показуємо на схемі перший доданок, другий доданок, значення суми.



Відтепер діти читають рівності із назвами компонентів та результату дії додавання. У записях рівностей учням пропонується

підкреслити перший доданок однією рисою, другий доданок — двома рисками, а значення суми — хвилястою лінією.

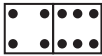
ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ З ЧИСЛОМ 0

Актуалізуємо поняття про число 0.

Що значить нуль предметів? [Нуль предметів означає, що предметів немає зовсім.] Яких предметів у класі нуль?

На етапі ознайомлення спосіб міркування при додаванні та відніманні з числом 0 учні можуть «відкрити» шляхом виконання відомої для них вправи — складання двох рівностей на додавання та двох рівностей на віднімання за кісточками доміно. Наприклад:

Складіть приклади на додавання і віднімання. У рівності підкресліть: перший доданок однією рисою, другий доданок двома рисками, значення суми хвилястою лінією.

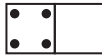


$4 + 6 = 10$

$6 + 4 = 10$

$10 - 4 = 6$

$10 - 6 = 4$

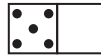


$4 + 0 = 4$

$0 + 4 = 4$

$4 - 4 = 0$

$4 - 0 = 4$

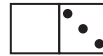


$5 + 0 = 5$

$0 + 5 = 5$

$5 - 5 = 0$

$5 - 0 = 5$



$0 + 3 = 3$

$3 + 0 = 3$

$3 - 0 = 3$

$3 - 3 = 3$

Випишіть рівності на додавання з числом 0. Порівняйте доданки і суму. Що цікаве?

$4 + 0 = 4$

$5 + 0 = 5$

$3 + 0 = 3$

$0 + 4 = 4$

$0 + 5 = 5$

$0 + 3 = 3$

Що спільне в рівностях першого рядка? [В усіх рівностях, окрім рівності в першому стовпчику, другий доданок — число 0.]

Порівняйте в кожній рівності значення суми та перший доданок. Що можна помітити? [Значення суми дорівнює першому доданку.]

Чи завжди при додаванні значення суми дорівнює першому доданку? [Ні.] А в якому випадку? [Тут другий доданок число 0.] Який висновок можна зробити? [Якщо другий доданок число 0, то значення суми дорівнює першому доданку.]

Що спільне в рівностях другого рядка? [У них перший доданок — число 0.]

Порівняйте в кожній рівності значення суми та другий доданок. [Значення суми дорівнює другому доданку.] Чому значення суми дорівнює другому доданку? [Тому що перший доданок — число 0.] Який висновок можна зробити? [Якщо перший доданок число 0, то значення суми дорівнює другому доданку.]

Порівняйте всі ці рівності. Що в них спільне? [Один із доданків число 0, а значення суми дорівнює іншому доданку.] Який висновок можна зробити? [Якщо один із доданків число 0, то значення суми дорівнює іншому доданку. При додаванні нуля до будь-якого числа в результаті одержимо те саме число.] Чи може значення суми дорівнювати одному з доданків? У якому випадку? [Може, якщо інший доданок — число 0.]

Випишіть рівності на віднімання нуля. Порівняйте число, від якого віднімають нуль, з результатом (зазначимо, що учні ще можуть не знати назви компонентів та результату при відніманні). Що цікаве можна помітити?

$$4 - 0 = 4$$

$$5 - 0 = 5$$

$$3 - 0 = 3$$

Що спільне в усіх цих рівностях? [В усіх цих рівностях віднімають число 0.] Що ще спільне? Порівняйте одержаний результат із числом, від якого віднімають. [Одержаний результат дорівнює числу, від якого віднімають нуль.]

Який висновок можна зробити? [При відніманні нуля від будь-якого числа в результаті одержимо те саме число.]

Порівнюючи рівності на додавання та на віднімання числа 0, діти доходять висновку: при додаванні або при відніманні нуля в результаті одержимо те саме число.

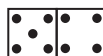
З відніманням однакових чисел діти вже познайомилися при введенні числа 0. На цьому етапі навчання можна ще раз звернутися до завдання на складання рівностей за числовими фігурами, а саме запропонувати учням записати окремо решту рівностей (залишаться рівності на віднімання, у яких у результаті одержимо нуль — саме це є їх спільною ознакою). Порівнявши число, від якого віднімають, та число, яке віднімають, школярі встановлюють, що ці числа рівні, й доходять висновку: при відніманні рівних чисел в результаті одержимо число 0.

ПЕРЕСТАВНИЙ ЗАКОН ДОДАВАННЯ

Ознайомлення з переставним законом додавання здійснюємо через порівняння рівностей, що складені за кісточками доміно, і підводимо дітей до формулювання закону на підставі індуктивних узагальнень.

За числовими фігурами складіть рівності на додавання. Прочитайте рівності. Що цікавого ви помітили?

Прочитайте першу рівність: перший доданок 5, другий доданок 4, значення суми 9. Прочитайте другу рівність: перший доданок 4, другий доданок 5, значення



$$5 + 4 = 9$$

$$4 + 5 = 9$$

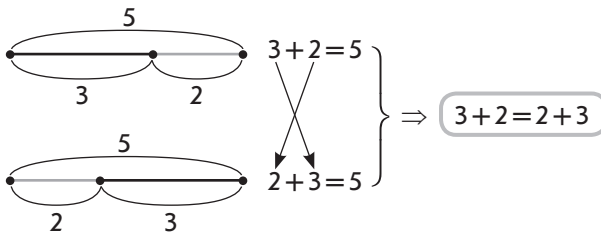
суми 9. Що помітили? [Перший доданок став другим, а другий доданок став першим, значення суми від цього не змінилося.]

Після виконання завдання учні роблять висновок: у цих рівностях переставили доданки: перший доданок став другим, а другий, навпаки, — першим; значення суми від цієї перестановки не змінилося.

Аналогічне завдання можна запропонувати учням з відрізками.

Чи правильно учень склав схеми та рівності?

- 1) Хлопчик на парті виклав 3 квадрати та 2 круги.
- 2) Хлопчик на парті виклав 2 круги та 3 квадрати.

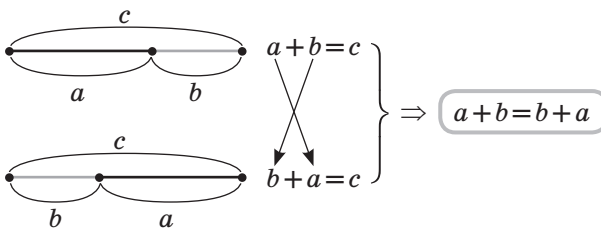


Хлопчик виконав схематичні креслення правильно та правильно записав відповідні рівності. Читаємо першу рівність: перший доданок 3, другий доданок 2, значення суми 5. Читаємо другу рівність: перший доданок 2, другий доданок 3, значення суми 5. Доданки переставили: число, яке було першим доданком, стало другим, і навпаки — число, яке було другим доданком, стало першим. Від цієї перестановки значення суми не змінилося.

Учні доходять висновку: від перестановки доданків значення суми не змінюється.

Можна познайомити учнів із буквеним записом переставного закону додавання:

До числа a додати b дорівнює до числа b додати a .



Застосовуємо переставний закон додавання для знаходження значень виразів:

Порівняйте суми. Чим вони схожі? Чим відрізняються? Що можна сказати про результати сум? Чому?

$$\begin{array}{ccccccc} 5+2 & 3+4 & 7+1 & 5+6 & 8+7 & 4+9 & 7+3 \\ 2+5 & 4+3 & 1+7 & 6+3 & 7+8 & 4+6 & 3+7 \end{array}$$

Коментар. Перший доданок 5, другий доданок 2; перший доданок 2, другий доданок 5. Ці вирази схожі тим, що в них однакові доданки, а відрізняються порядком запису доданків. Доданки переставили, від цього значення суми не змінюється, тому ці вирази мають однакові значення...

Не мають однакових значень вирази: у 4-му та 6-му стовпчиках, тому що в них доданки неоднакові.

Порівняйте записи в кожному стовпчику. Чи допоможе перша рівність знайти значення другого виразу? Чому? Знайдіть значення другого виразу в кожному стовпчику.

$$\begin{array}{ccccc} 7+2=9 & 4+2=6 & 3+2=5 & 9+1=10 & 4+5=9 \\ 2+7 & 2+5 & 2+3 & 1+9 & 5+4 \end{array}$$

Значення якої суми ми не змогли записати відразу, не рахуючи? Чому?

Розкажіть переставний закон додавання. Застосуйте його для знаходження значень сум: $1+7$; $2+7$.

$$1+7 \overset{\leftrightarrow}{=} 7+1=8$$

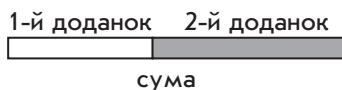
Коментар. Ми не вміємо до 1 додавати 7, але вміємо додавати 1, треба поміняти місцями доданки (від перестановки доданків значення суми не змінюється): $7+1=8$. $2+7$ — також незручно додавати, треба поміняти місцями доданки (від перестановки доданків значення суми не змінюється): $7+2$ — одержимо на одиницю більше, ніж у попередньому прикладі, тому що 2 — це 1 і ще раз 1, додати 2 — це означає додати 1 і ще раз 1: $7+2=9$.

Висновок після розв'язання подібних завдань: зручніше до більшого числа додавати менше.

Доцільно познайомити учнів із застосуванням переставного закону у випадку трьох доданків і з іншим його формулюванням: додавати числа можна в будь-якому порядку. Це правило дуже спрощує обчислення у випадках трьох доданків, коли значення суми — двоцифрове число. Наприклад: $7+4+3=7+3+4=10+4=14$.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МІЖ ДІЯМИ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

Познайомити учнів із взаємозв'язком між діями додавання і віднімання можна за допомогою наочного посібника (рисунок).

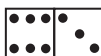


Якого кольору відрізок, що ілюструє перший доданок? Другий доданок? суму? З чого складається сума?

Аркушем паперу прикриваємо на схемі по черзі перший, а потім другий «доданки». Визначаємо, що залишилось. Коли прикрили аркушем один із «доданків», ми вилучили. Учні доходять висновку: якщо від суми двох доданків відняти один доданок, то одержимо інший доданок.

Треба зазначити, що частіше в методичній літературі питання про взаємозв'язок дій додавання та віднімання розглядається як складання з однієї рівності на додавання двох рівностей на віднімання. Ми радимо не лише складати такі рівності, а й давати словесні пояснення.

Прокоментуйте, як за кісточкою доміно склали дві рівності на додавання та дві рівності на віднімання.



$$6 + 3 = 9$$

$$9 - 6 = 3$$

$$3 + 6 = 9$$

$$9 - 3 = 6$$

Коментар. Об'єднуємо точки зліва направо: $6 + 3$, усього точок 9, $6 + 3 = 9$. Читаємо: перший доданок 6, другий доданок 3, значення суми 9. Якщо від суми двох чисел відняти перший доданок, то залишиться другий: $9 - 6 = 3$.

Якщо від суми двох чисел відняти другий доданок, то залишиться перший: $9 - 3 = 6$.

Тепер можна ввести *означення дії віднімання*. З цією метою діти коментують, як з рівності на додавання склали дві рівності на віднімання: від суми відняли перший доданок і одержали другий доданок; від суми відняли другий доданок і одержали перший доданок. Знаходили один із доданків — від суми віднімали інший доданок.

Віднімання — це арифметична дія, при якій за сумою та одним доданком знаходять інший доданок.

$$\underline{8} - 5 = 3, \text{ тому що } 3 + 5 = 8$$

Наприклад: $8 - 1 = 7$, тому що $7 + 1 = 8$.

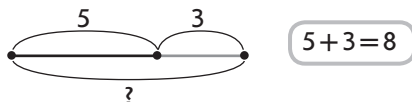
Коментар. Віднімання — це арифметична дія, при якій за сумою й одним доданком знаходять інший доданок; отже, 8 — сума, а 1 — один із доданків, треба знайти інший доданок. Яке число разом з числом 1 у сумі дає число 8? [Це число 7.]

Слід мати на увазі, що знання взаємозв'язку дій додавання і віднімання будуть потрібні під час складання таблиць віднімання чисел другої п'ятірки; до цього моменту ще є багато часу для усвідомлення цих знань учнями.

ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО ДОДАНКА

Актуалізуємо назви компонентів та результату дії додавання, її схематичне зображення.

Чи правильно учень склав рівність до схеми? Прочитайте рівність з назвою компонентів та результату. Покажіть їх на схемі.



Коментар. Рівність до схеми складено правильно. Читаємо рівність: перший доданок 5, другий доданок 3, значення суми 8. На схемі перший доданок позначено чорним відрізком, другий доданок позначено сірим відрізком, суму позначено відрізком, що складається з двох частин — чорної та сірої.

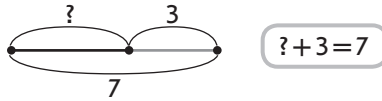
Учитель пропонує на кресленні прикрити рукою перший доданок. Що ми зробили? [Ми із суми вилучили перший доданок.] Що залишилося? [Залишився другий доданок.] Що значить вилучити? [Вилучити — це означає відняти.] Яке правило доречно згадати? [Якщо від суми двох чисел відняти перший доданок, то залишиться другий доданок.] Діти прикривають рукою другий доданок. Ми із суми вилучили другий доданок. Вилучити — це означає відняти. Ми від суми відняли другий доданок, і залишився перший доданок. Якщо від суми двох чисел відняти другий доданок, то залишиться перший доданок.

Що треба зробити, щоб отримати перший доданок? [Треба від суми відняти другий доданок.]

Що треба зробити, щоб одержати другий доданок? [Треба від суми відняти перший доданок.]

Ознайомлення з правилом знаходження невідомого доданка можна здійснити, створивши ситуацію, коли відома сума і один доданок, а інший доданок невідомий. Наприклад: «В Івана у двох руках 7 паличок. У правій руці 3 палички, а скільки паличок

у лівій руці, він нам не показав, і порахувати ми їх не можемо. Як дізнатися, скільки паличок в Івана у лівій руці?».



Учні міркують так: 7 паличок в обох руках, а в правій — тільки 3, отже, до числа 7 входять 3 палички, які Іван тримає в правій руці; щоб дізнатися, скільки паличок у лівій руці, треба з 7 вилучити 3.

Учні пояснюють за схематичним малюнком, що означають відомі числа та невідоме число, встановлюють, що відомі сума і другий доданок, отже, треба знайти перший доданок.

Покажіть відрізок, який позначає всі палички, які тримає Іван в обох руках. З яких відрізків він складається? Покажіть відрізок, який позначає 3 палички, які Іван тримає в правій руці. Покажіть відрізок, що позначає палички, що тримає хлопчик в іншій руці. Що позначає сірий відрізок? [Другий доданок.] чорний відрізок? [Перший доданок.] великий відрізок, що складається з чорної та сірої частин? [Суму.] Отже, нам відома сума й один доданок, треба знайти інший доданок. Ще раз покажіть суму. Покажіть другий доданок. З цілого відрізка — суми — вилучіть другий доданок (прикрийте його рукою). Що залишилося? [Перший доданок.] Якою дією знайдемо перший доданок? [Вилучити — це означає відняти, тому дією віднімання.] Яка арифметична дія називається відніманням? [Віднімання — це арифметична дія, при якій за сумою й одним доданком знаходять інший доданок.] Якою дією знаходимо невідомий доданок? [Дією віднімання.] Як? [Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.]

Зазначимо, якщо учні добре засвоїли взаємозв'язок арифметичних дій додавання та віднімання, то до правила знаходження невідомого доданка легко перейти, переформулювавши відомий учням спосіб одержання першого чи другого доданка. Запитання вчителя можуть бути такими:

Як пов'язані арифметичні дії додавання та віднімання? Що одержимо, якщо від суми двох чисел віднімемо перший (другий) доданок? Як одержати перший (другий) доданок? А якщо перший (другий) доданок невідомий, то як знайти невідомий другий (перший) доданок?

Даючи відповідь на такі запитання, учні самі сформулюють правило знаходження невідомого доданка.

На етапі первинного закріплення правила знаходження невідомого доданка пропонуємо учням прочитати рівності з назвою компонентів; з'ясувати, що невідомо; як знайти невідомий компонент. Знайти невідомий компонент.

$$\begin{array}{cccc}
 2 + \square = 5 & \square + 1 = 10 & 1 + \square = 6 & \square + 2 = 8 \\
 \square + 1 = 4 & 2 + \square = 9 & \square + 2 = 7 & 1 + \square = 8 \\
 2 + \square = 6 & \square + 1 = 9 & 2 + \square = 4 & \square + 1 = 7 \\
 \square + 1 = 2 & 2 + \square = 3 & \square + 1 = 5 & 2 + \square = 2
 \end{array}$$

Коментар. Перший доданок 2, другий доданок невідомий, значення суми 5; треба знайти невідомий другий доданок. Щоб знайти невідомий другий доданок, треба від суми відняти відомий перший доданок: $5 - 2 = 3$; перевіряємо: $2 + 3 = 5$ — це правильна рівність.

Пропонуємо учням у рівностях на додавання підкреслити однією лінією перший доданок, двома — другий доданок, хвилястою лінією — значення суми. Визначити, що невідоме. Поряд написати, як знайти невідомий доданок.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} 2 + \square = 7 \\ \curvearrowright \\ 1 + \square = 6 \\ \curvearrowright \\ \square + 2 = 10 \\ \curvearrowright \\ 1 + \square = 5 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} 7 - \\ 6 \\ 10 \\ 5 \end{array} & \begin{array}{c} 1 + \square = 9 \\ \curvearrowright \\ \square + 2 = 8 \\ \curvearrowright \\ 2 + \square = 5 \\ \curvearrowright \\ \square + 1 = 9 \\ \curvearrowright \end{array}
 \end{array}$$

МАТЕМАТИЧНИЙ ВИРАЗ «СУМА»

Опрацювання зазначеної теми розпочинається з читання рівностей з назвами компонентів:

$$\begin{array}{ccccccc}
 5 & + & 1 & = & 6 \\
 \text{1-й доданок} & & \text{2-й доданок} & & \text{значення суми}
 \end{array}$$

Після цього вчитель повідомляє, що вираз, який записано ліворуч від знака «=», називають так само, як і результат, — «сума». Якщо між числами стоїть знак «+», то записано суму. Щоб записати суму, треба між числами поставити знак «+», а щоб знайти значення суми, треба ці числа додати. Отже, треба

розрізняти поняття «сума» як назви виразу та «значення суми» як числового значення виразу.

Розглядаючи назву компонентів і результату дії додавання, можна дещо інакше познайомити учнів з математичним виразом «сума», провівши з учнями бесіду.

Запишіть числа 4 та 2 через клітинку. Поставте між ними знак порівняння. Як називається отриманий запис? [Нерівність.] Запишіть ще раз ці числа через клітинку. Поставте між ними знак додавання. Прочитайте запис. $[4 + 2.]$ Що означає $4 + 2$? [Це означає 4 та ще 2.] Зробіть схематичний малюнок. Як називається великий відрізок? [Значення суми.] З чого воно складається? [З доданків 4 та 2.] Отже, запис: $4 + 2$ — це сума. Перерахуйте клітинки і дізнайтеся, скільки отримали в результаті. [6] Запишіть рівність. $[4 + 2 = 6.]$ Чому між сумою та отриманим числом поставили знак рівності? [Тому що число 6 — це значення суми.]

Пропонуємо учням виписати із поданих записів лише суми.

$$8 + 1 \quad 7 = 7 \quad 9 > 5 \quad 2 + 5 \quad 3 + 3 \quad 4 < 6.$$

Як ви впізнали суми? Підкресліть знак, який вам допоміг встановити, де записані суми.



Якщо між числами стоїть знак «+», то записано суму.

На які дві групи можна розділити записи, що залишилися? [На рівності і нерівності.] Запишіть кожен групу в окремому рядку. Напишіть у кожному рядку свій приклад.

Що записано: $7 \bigcirc 2$? Що треба зробити, щоб отримати нерівність? [Поставити знак «>» чи «<».] Якщо ми поставимо знак «<», то яку нерівність ми отримаємо? [Неправильну — хибну.] Який знак треба поставити, щоб отримати правильну — істинну нерівність? [Знак «>».]

Що треба зробити, щоб записати суму?



Щоб записати суму, треба між числами поставити знак «+».

Запишіть суми в рядок: $3 + 5$, $4 + 2$, $6 + 3$, $7 + 1$. У кожній сумі підкресліть перший доданок червоним олівцем, а другий — зеленим олівцем. Знайдіть значення кожної суми.

Слід зазначити, що треба поступово вчити учнів читати рівності на додавання кількома способами:



... плюс ...
 до ... додати ...
 Перший доданок ..., другий доданок ..., сума ...
 Сума чисел ... і ...
 Число ... збільшити на ...
 Число ... більше числа ... на

Для того щоб навчити учнів читати вираз «сума» двома останніми способами, можна запропонувати таку бесіду.

Прочитайте вираз трьома способами: $4 + 3$.

Коли до 4 додамо 3, отримаємо більше чи менше число, ніж число 4? [Більше ніж число 4.] На скільки результат буде більшим ніж число 4? [На стільки, скільки ми додамо, а додали ми 3, тому результат буде більшим на 3.] Таким чином, результат збільшиться на 3, тобто число 4 збільшиться на 3. Тому цей вираз можна прочитати інакше: «Число 4 збільшити на 3».

Запишіть у вигляді виразів: 5 збільшити на 2; 2 збільшити на 1; до 3 додати 5. Назвіть доданки в кожній сумі. Знайдіть значення кожної суми. Значення першої суми більше чи менше, ніж перший доданок? [Більше.] На скільки більше? [На стільки, скільки ми додали, на 2.] Таким чином, рівність $5 + 2 = 7$ можна прочитати ще одним способом: «Число 7 більше числа 5 на 2, або число 7 більше числа 2 на 5».

У такий спосіб здійснюється пропедевтика конкретного змісту збільшення числа на кілька одиниць і різницевого порівняння.

З метою закріплення поняття «сума» пропонуємо завдання.

1. Серед виразів виберіть суми. Знайдіть значення цих сум.

Сформулюйте переставний закон додавання. Значення ще яких сум ви знаєте? Назвіть ці суми і їх значення.

$7 - 3$	$6 + 1$	$8 - 0$	$8 + 1$	$9 - 1$	$8 - 8$	$5 + 0$
	$6 + 1 = 7$		$8 + 1 = 9$		$5 + 0 = 5$	
	$1 + 6 = 7$		$1 + 8 = 9$		$0 + 5 = 5$	

2. Знайдіть спочатку значення сум. Знайдіть значення решти виразів.

$6 - 1$	$5 + 0$	$7 - 7$	$4 + 1$	$6 - 0$	$8 - 1$	$0 + 9$
$3 + 1$	$8 - 0$	$0 + 2$	$4 - 4$	$9 + 1$	$6 + 0$	$7 - 1$

Коментар. До 3 додати 1 — означає одержати наступне число 4. $5 + 0$ — при додаванні нуля одержимо те саме число 5. $0 + 2$ — при додаванні нуля до будь-якого числа одержимо те саме число 2.

Від 6 відняти 1 — означає одержати попереднє число 5. 8–0 — при відніманні нуля від будь-якого числа одержимо те саме число. 7–7 — при відніманні однакових чисел у результаті буде 0.

Після ознайомлення із розглянутими поняттями на кожному уроці доцільне усне опитування такого змісту.

Які арифметичні дії ви знаєте? Як називають числа, які додають? Як називають результат дії додавання.

Яку арифметичну дію слід виконати, щоб одержати не менше число (більше або рівне)? [Додавання.] У якому випадку при додаванні одержуємо більше число? [Якщо обидва доданки відмінні від нуля.] У якому випадку одержимо те саме число? [Якщо один з доданків — число 0.]

Яку арифметичну дію слід виконати, щоб одержати не більше число (менше або рівне)? [Віднімання.] У якому випадку при відніманні одержуємо менше число? [Якщо віднімаємо число, яке не дорівнює нулю.] У якому випадку одержимо те саме число при відніманні? [Якщо віднімаємо нуль.] Чи можна при відніманні одержати в результаті нуль? [Так, якщо ми віднімаємо однакові числа.]

Чи може сума дорівнювати одному з доданків? [Так, якщо інший доданок дорівнює нулю.]

З чого складається сума? [Сума складається з доданків.]

Що більше (у загальному випадку): сума чи доданок? [Більша сума.]

На наступному етапі навчання можливі ще й такі запитання.

Чи впливає порядок доданків на значення суми? Сформулюйте переставний закон додавання. [Від переставляння доданків значення суми не змінюється.]

З якою арифметичною дією пов'язана дія додавання? [З дією віднімання.] Як пов'язані дії додавання і віднімання? Сформулюйте взаємозв'язок дій додавання і віднімання. [Якщо від суми двох чисел відняти перший доданок, то одержимо другий доданок. Якщо від суми двох чисел відняти другий доданок, то одержимо перший доданок. Якщо від суми двох чисел відняти один доданок, то одержимо інший доданок.]

Яка арифметична дія називається відніманням? [Віднімання — це арифметична дія, при якій за сумою й одним із доданків знаходять інший доданок.]

Назвіть наступне число до числа 4, 7, 5, 9. Як одержати наступне число? Назвіть попереднє число до числа 4, 2, 8, 6. Як одержати попереднє число?

Що означає до числа додати 1; 2? Що означає від числа відняти 1; 2?

МАТЕМАТИЧНИЙ ВИРАЗ «РІЗНИЦЯ»

На етапі ознайомлення нагадуємо учням, що ще до початку вивчення цієї теми вони вже познайомились із математичним виразом «сума», вміють знаходити суми з-поміж інших виразів, тому їм можна запропонувати завдання типу:

Розбийте вирази на дві групи. Як назвати вирази першої групи? Знайдіть значення виразів кожної групи.

5+1	7-2	4+2	9-2	6+2	10-1	3+1
8+2	4+0	4-2	5+2	7-7	7+2	8-0

Учні розбивають вирази на групи відповідно до знака, який стоїть між числами, тому до першої групи входять суми, а до другої групи — вирази, у яких між числами записано знак «-».

Назву виразів першої групи учні вже знають — сума — якщо між числами записаний знак «+», то записано математичний вираз суму. У виразах другої групи між числами стоїть знак «-», і вчитель повідомляє, якщо між числами стоїть знак «-», то записано математичний вираз різницю. Щоб записати різницю, треба між числами поставити знак «-». Далі учні знаходять значення сум і різниць.

5+1	7-2
8+2	4-2
4+0	9-2
4+2	7-7
5+2	10-1
6+2	8-0
7+2	
3+1	

На етапі первинного закріплення поняття «різниця» пропонуємо учням завдання:

Знайдіть спочатку значення різниць, а потім знайдіть значення сум.

8-2	3+2	10-2	2+2	5-2	1+2	6-2
2+6	2-2	2+3	1+8	10-1	0+4	2+8

Відтепер дітей можна вчити читати вирази і рівності на віднімання кількома способами:



... мінус ...
 від ... відняти ...
 Різниця чисел ... і ...
 Число ... зменшити на ...
 Число ... менше числа ... на

Для того щоб навчити учнів читати вираз «різниця» двома останніми способами, можна запропонувати таку бесіду.

Прочитайте вираз трьома способами: 4-3.

Коли від 4 відніmemo 3, отримаемо більше чи менше число, ніж число 4? [Менше, ніж число 4.]

На скільки результат буде меншим, ніж число 4? [На стільки, скільки ми відніmemo, а відняли ми 3, тому результат буде меншим на 3.]

Таким чином, результат зменшиться на 3, тобто число 4 зменшиться на 3. Тому цей вираз можна прочитати інакше: «Число 4 зменшити на 3».

Запишіть у вигляді виразів: 5 зменшити на 2, 2 зменшити на 1, 3 збільшити на 2. Знайдіть значення кожної різниці. Назвіть число, від якого віднімають у кожній рівності. Назвіть результат різниці.

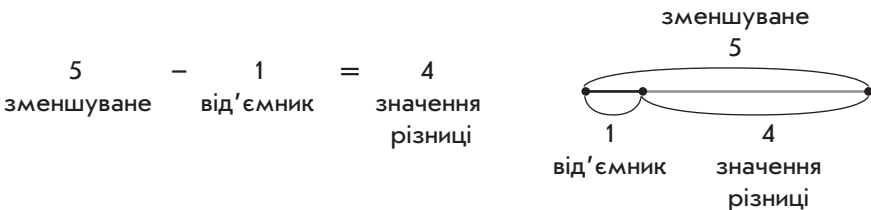
Значення першої різниці більше чи менше, ніж число, від якого віднімали? [Менше.] На скільки менше? [На стільки, скільки ми відняли, на 2.]

Таким чином, рівність $5 - 2 = 3$ можна прочитати ще одним способом: «Число 3 менше числа 5 на 2».

НАЗВА КОМПОНЕНТІВ ДІЇ ВІДНІМАННЯ

До ознайомлення із назвою компонентів і результату дії віднімання діти, аналізуючи рівності на віднімання, обмежуються висловами: «число, від якого віднімають; число, яке зменшується», «число, яке віднімають». Застосування таких словосполучень готує дітей до засвоєння понять: «зменшуване» — число, що зменшується, та «від'ємник» — число, яке віднімають.

На початку вивчення теми вчитель повідомляє, що так само, як і при додаванні, при відніманні числа мають свої назви. Учні згадують, що при відніманні одержують менше число. Отже, при відніманні число, від якого ми віднімаємо, зменшується, тому його називають **зменшуваним**. Число, яке віднімають, називають за характером дії **від'ємником**. І результат дії віднімання називають так само, як і вираз, що записано ліворуч від знака рівності, але зі словом «значення» — **значення різниці**.



Доречною буде бесіда із застосуванням пропонованої схеми.

Яке число найбільше при відніманні? [Зменшуване.] Чому?

Пропонуємо учням також запитання, які готують їх до ознайомлення із правилами знаходження невідомого зменшуваного та невідомого від'ємника:

З чого складається зменшуване? [Зменшуване складається з від'ємника та різниці.]

Як одержати зменшуване? [Треба до різниці приєднати від'ємник.]

Як одержати від'ємник? [Треба зі зменшуваного вилучити різницю.]

Значення різниці більше чи менше за зменшуване? [Значення різниці менше за зменшуване (у загальному випадку).]

Чи може значення різниці дорівнювати зменшуваному? У якому випадку? [Якщо від'ємник нуль, то значення різниці дорівнює зменшуваному.]

Далі діти показують на схемах дужкою зменшуване, від'ємник і значення різниці; записують відповідні рівності.

Також корисні завдання на складання рівностей під диктовку, наприклад:

- 1) зменшуване 6, від'ємник 1, знайдіть значення різниці [$6 - 1 = 5$];
- 2) перший доданок 5, другий доданок 2, знайдіть значення суми [$5 + 2 = 7$];
- 3) зменшуване 10, від'ємник 2, знайдіть значення різниці [$10 - 2 = 8$].

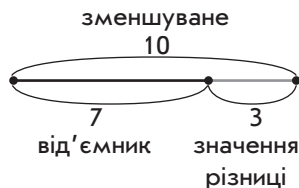
Доцільно пропонувати школярам читати вирази з назвою компонентів та знайти їх значення. Пропонуємо учням у рівностях на віднімання підкреслити однією рискою зменшуване, двома — від'ємник, хвилястою лінією — значення різниці.

ПРАВИЛА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО ЗМЕНШУВАНОВОГО, НЕВІДОМОГО ВІД'ЄМНИКА

Познайомити учнів із цими правилами можна через аналіз схематичного зображення компонентів та результату дії віднімання. Доцільним буде провести таку бесіду.

Яке число найбільше при відніманні?

За схемою поясніть, з чого складається зменшуване. [Із від'ємника і значення різниці.]



$$10 - 7 = 3$$

Як одержати зменшуване? [Треба до значення різниці приєднати від'ємник.] Що означає приєднати? [Приєднати — означає додати.]

Зменшуване складається із значення різниці та від'ємника. Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до значення різниці додати від'ємник.

Можна міркувати інакше: зменшуване — найбільше число, а більше число знаходять дією додавання. Отже, зменшуване знаходять дією додавання. Зменшуване — невідомо, але відомі значення різниці й від'ємник, їх і потрібно додавати. Таким чином, щоб знайти невідоме зменшуване, треба до значення різниці додати від'ємник.

На схемі із зменшуваного вилучаємо значення різниці (прикриваємо її). Залишився від'ємник. Щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти значення різниці.

Або міркувати можна таким способом: від'ємник менший за зменшуване, а менше число знаходять дією віднімання; тому від'ємник будемо знаходити дією віднімання. Якщо невідомий від'ємник, то мають бути відомі зменшуване і значення різниці. Отже, щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти значення різниці.

Вазначимо, що від'ємник може дорівнювати зменшуваному, але, міркуючи подібним способом, ми розглядаєм загальний випадок, коли від'ємник менший за зменшуване.

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ТАБЛИЧНОГО ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

Таблиці додавання і віднімання чисел у межах 10 мають складатися учнями на підставі міркувань. Учні не повинні бездумно заучувати таблиці, вони мають знати спосіб обчислення і користуватися ним при розв'язуванні завдань.

Обчислювальні навички — це найвищий ступінь оволодіння обчислювальними прийомami. Під прийомом обчислення розуміють систему операцій, яку потрібно виконати, щоб дія досягла своєї мети — це орієнтувальна основа дії (ООД). Таким чином, прийоми обчислення складаються з ряду послідовних операцій (системи операцій), виконання яких приводить до знаходження значення арифметичної дії над цими числами, причому вибір операції в кожному прийомі встановлюється тими теоретичними положеннями, які використовуються як його теоретична основа.

Теоретичною основою додавання та віднімання числа 1 є знання порядку розташування чисел у натуральному ряді. Числа 2,

3, 4, 5 додають і віднімають частинами на підставі складу цих чисел (теоретична основа — правило додавання суми до числа).

Переставний закон додавання є теоретичною основою прийому додавання чисел 6, 7, 8, 9. Числа 6, 7, 8, 9 віднімають на підставі взаємозв'язку між діями додавання і віднімання.

При ознайомленні і первинному закріпленні обчислювального прийому міркування подаються розгорнено і повністю промовляються вголос, потім вони поступово скорочуються і автоматизуються, у результаті чого учень набуває навички у виконанні даної дії.

Виходячи із груп прийомів обчислення в межах 10, слід дотримуватися такого порядку опрацювання випадків табличного додавання і віднімання: 1) додавання і віднімання числа 1; 2) додавання і віднімання числа 2; 3) додавання і віднімання числа 3; 4) додавання і віднімання числа 4; узагальнення прийому додавання і віднімання частинами; 5) додавання на підставі переставного закону додавання: додавання чисел 5, 6, 7, 8, 9; 6) віднімання на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання: віднімання чисел 5, 6, 7, 8, 9. Розглянемо зміст обчислювальних прийомів.

<div style="text-align: center;"> <p><u>Додавання</u> <u>Віднімання</u> числа 1</p> <p>$+1$: наступне -1: попереднє</p> <p>$\frac{\text{Додати}}{\text{Відняти}}$ 1 — означає одержати $\frac{\text{наступне}}{\text{попереднє}}$ число.</p> </div>
<div style="text-align: center;"> <p><u>Додавання</u> <u>Віднімання</u> числа 2</p> <p>$+2$: $\overset{\curvearrowright}{+1}+1$ 1 1 -2: $\overset{\curvearrowleft}{-1}-1$</p> <p>$\frac{\text{Додати}}{\text{Відняти}}$ 2 — означає $\frac{\text{додати}}{\text{відняти}}$ 1 та ще 1.</p> </div>
<div style="text-align: center;"> <p><u>Додавання</u> <u>Віднімання</u> числа 3</p> <p>$+3$: $\overset{\curvearrowright}{+1}+\overset{\curvearrowright}{+2}$ 1 2 $\overset{\curvearrowright}{+2}+1$ 2 1 -3: $\overset{\curvearrowleft}{-2}-1$ $\overset{\curvearrowleft}{-1}-2$</p> <p>$\frac{\text{Додати}}{\text{Відняти}}$ 3 — означає $\frac{\text{додати}}{\text{відняти}}$ 1 та ще 2, або $\frac{\text{додати}}{\text{відняти}}$ 2 та ще 1.</p> </div>

<p>Додавання Віднімання числа 4</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $+4: \begin{matrix} +1+3 \\ +3+1 \\ +2+2 \end{matrix}$ </div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> </table> <div style="text-align: center;"> $-4: \begin{matrix} -3-1 \\ -1-3 \\ -2-2 \end{matrix}$ </div> </div> <p><u>Додати</u> 4 — означає <u>додати</u> 1 та ще 3, або <u>додати</u> 3 та <u>відняти</u> 1, або <u>додати</u> 2 та ще 2.</p>		1	3	3	1	2	2
1	3						
3	1						
2	2						
<p style="text-align: center;">Додавання чисел 5; 6; 7; 8; 9</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Незручно до меншого числа додавати більше, треба переставити доданки.</p>	<p style="text-align: center;">Віднімання чисел 5; 6; 7; 8; 9</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Подаю зменшуване у вигляді суми зручних доданків, один із яких дорівнює від'ємнику. 2. Якщо від суми двох доданків відняти один доданок, то залишиться інший доданок. 3. Читаю (записую) відповідь. <p>Наприклад: $9 - 6 = 3 + 6 - 6 = 3$</p> <div style="text-align: center;"> </div>						

Методика формування обчислювальних навичок передбачає етапи: 1) ознайомлення з прийомом обчислення, надання учням ООД; 2) виконання учнями нової дії, спираючись на матеріалізовані опори — картки з друкованою основою, пам'ятки; 3) розгорнене виконання дії з промовлянням уголос кожного кроку пам'ятки (спочатку читаючи кожне завдання пам'ятки, а потім — промовляючи своїми словами); 4) виконання дії з промовлянням «про себе» кроків пам'ятки, під час виконання дія скорочується — виконуються лише основні операції; 5) виконання дії в розумовому плані, дія максимально скорочується та автоматизується. На останньому етапі складаємо таблиці.

Розглянемо докладно методику складання таблиць.

Таблиці додавання та віднімання числа 1

Зазначимо, що спочатку учні мають відкрити спосіб додавання і віднімання числа 1. Перед цим необхідно актуалізувати в дітей знання порядку розташування чисел у натуральному ряді,

терміни «наступне» і «попереднє» число; знання того, що наступне число більше на 1, а попереднє число менше на 1.

При визначенні способів додавання та віднімання числа 1 з учнями можна провести таку бесіду.

Назвіть наступне число до числа 5. [Наступне число 6.]

На скільки наступне число більше за попереднє? [На 1.]

Як отримати наступне число 6 із числа 5? [Якщо до 5 додамо 1, то отримаємо наступне число 6.]

Запишіть рівність. [$5 + 1 = 6$.]

Яке число отримаємо, коли додамо 1? [Наступне число.]

Що означає до будь-якого числа додати 1? [Додати 1 — означає отримати наступне число.]

Назвіть попереднє число до 5. [Це число 4.]

Воно більше чи менше за 5? На скільки менше? [На 1.]

Як отримати попереднє число 4 із числа 5? [Якщо від 5 віднімемо 1, то отримаємо попереднє число 4.]

Запишіть рівність. [$5 - 1 = 4$.]

Яке число отримаємо, коли віднімемо 1? [Попереднє число.]

Що означає від будь-якого числа відняти 1? [Відняти 1 — означає отримати попереднє число.]

Після того як учні набули навички додавання і віднімання числа 1, складаємо таблицю додавання, міркуючи на підставі правила:

До 1 додати 1 — це означає отримати наступне число 2:	$1 + 1 = 2$
До 2 додати 1 — це означає отримати наступне число 3:	$2 + 1 = 3$
До 3 додати 1 — це означає отримати наступне число 4:	$3 + 1 = 4$
До 4 додати 1 — це означає отримати наступне число 5:	$4 + 1 = 5$
До 5 додати 1 — це означає отримати наступне число 6:	$5 + 1 = 6$
До 6 додати 1 — це означає отримати наступне число 7:	$6 + 1 = 7$
До 7 додати 1 — це означає отримати наступне число 8:	$7 + 1 = 8$
До 8 додати 1 — це означає отримати наступне число 9:	$8 + 1 = 9$
До 9 додати 1 — це означає отримати наступне число 10:	$9 + 1 = 10$

Таблиці додавання є гарним матеріалом для дослідження залежності значення суми від зміни одного з доданків.

Уважно розгляньте таблицю. Що цікаве ви помітили? [В усіх рівностях однаковий другий доданок — 1. Перший

доданок увесь час збільшується на 1, і сума так само збільшується на 1.]

Таким чином, якщо збільшити перший доданок, а другий доданок лишити сталим, то й сума так само збільшиться.

Розкажіть таблицю, застосовуючи ваше спостереження.

Складаємо таблицю віднімання, міркуючи на підставіправила:

Від 2 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 1:	$2 - 1 = 1$
Від 3 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 2:	$3 - 1 = 2$
Від 4 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 3:	$4 - 1 = 3$
Від 5 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 4:	$5 - 1 = 4$
Від 6 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 5:	$6 - 1 = 5$
Від 7 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 6:	$7 - 1 = 6$
Від 8 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 7:	$8 - 1 = 7$
Від 9 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 8:	$9 - 1 = 8$
Від 10 відняти 1 — це означає отримати попереднє число 9:	$10 - 1 = 9$

Таблиці віднімання є гарним матеріалом для дослідження залежності значення різниці від зміни зменшуваного.

Уважно розгляньте таблицю. Що цікаве ви помітили? [Ми весь час віднімаємо одне й те саме число — 1. Те число, від якого віднімаємо (зменшуване), кожний раз збільшується на 1, і результат так само збільшується на 1.]

Таким чином, якщо число, від якого віднімаємо (зменшуване), збільшити, то й результат різниці так само збільшиться.

Розкажіть таблицю по порядку, застосовуючи це спостереження.

Важливо розуміти, що програма не вимагає механічного заучування таблиць додавання та віднімання. Таблиці складаються на заключному етапі формування обчислювальної навички. Але якщо зважати на те, що не всі учні одночасно її набувають, то для таких учнів доцільно використовувати допоміжні матеріали, наприклад, відрізок натурального ряду чисел, на якому такі учні стрілочками позначають наступне та/або попереднє число. Наприклад:

Виконайте дії за інструкцією.

- 1) Підкресліть у ряду чисел число, до якого додають 1 чи від якого віднімають 1.

2) Подумайте, яке число отримаємо в результаті: наступне чи попереднє. Покажіть його стрілочкою.

3) Запишіть відповідь.

$$5 + 1 = \square \quad 1, 2, 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$5 - 1 = \square \quad 1, 2, 3, 4, \underline{5}, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$7 + 1 = \square \quad 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

$$9 - 1 = \square \quad 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

Методика навчання додавання і віднімання числа 2

З метою відкриття учнями способу додавання і віднімання числа 2 спираємося на їх знання прийому додавання та віднімання числа 1. Актуалізуємо вміння дітей додавати і віднімати число 1, а також знання складу числа 2. Зважаючи на те, що число 2 складається з 1 і 1, то щоб додати число 2, треба додати спочатку 1 і ще 1; щоб відняти число 2, треба спочатку відняти 1 і ще 1. Наприклад:

$$5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$9 - 2 = 9 - 1 - 1 = 8 - 1 = 7$$

Коментар. 2 — це 1 і 1. До 5 додати 2 — це означає додати 1 і ще раз 1. До 5 додамо 1 — одержимо 6. До 6 додамо 1 — одержимо 7.

2 — це 1 і ще 1. Від 9 відняти 2 — це означає відняти 1 і ще раз 1. Від 9 віднімаємо 1 — одержимо 8. Від 8 віднімаємо 1 — одержимо 7.

При формуванні обчислювальної навички доцільно дотримуватися теорії поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна [30], відповідно до якої дія, перед тим як стати розумовою, має пройти ряд проміжних етапів, на яких вона змінюється як за формою, так і за мірою узагальненості. Після того як учні відкрили ООД, дія виконується в матеріалізованій формі з фіксацією в записі всіх проміжних операцій. Тому на першому етапі засвоєння дії вимагаємо від учнів виконання розгорнутих записів. Після того як учні засвоять послідовність операцій, що складають дію, і почнуть виконувати її з коментарем, форма дії змінюється — вона засвоюється у формі голосного мовлення. На цьому етапі дія виконується також як повністю розгорнена, у записі фіксуються всі проміжні результати. Якщо, коментуючи розв'язання, учні починають пропускати проміжні операції (вони у думці нібито звучать, але дитина не бажає витратити час на її відтворення в голосному мовленні, у записі учень фіксує лише основні операції), це свідчить про те, що дія набула форми голосного мовлення про

себе, і нарешті, дія максимально скорочується й виконується нібито за формулою — дія переходить у внутрішній план, дитина набуває обчислювальної навички.

Після набуття учнями обчислювальної навички додавання та віднімання числа 2 складаються таблиці.

Наведемо фрагмент уроку із теми «Таблиці додавання та віднімання числа 2».

Розбийте вирази на дві групи. Знайдіть значення виразів кожної групи.

1+2	3-2	4+2	6+2	7-2	9-2
2-2	3+2	5-2	6-2	8+2	10-2
2+2	4-2	5+2	7+2	8-2	

В усіх виразах спільним є число 2 — його або додають, або віднімають. Учні розбивають вирази на групи за знаком арифметичної дії, що записана між числами. До першої групи відносять усі суми, а до другої — решту виразів — різниці. Випишемо ці групи на дошці в стовпчик і знаходимо їх значення.

До 1 додати 2 — незручно до меншого числа додавати більше, треба переставити доданки: $1 + 2 = 2 + 1$, отримаємо 3:

$$1 + 2 = 2 + 1 = 3$$

До 2 додати 2 — означає до 2 додати 1, отримаємо 3, та ще 1, отримаємо 4: $2 + 2 = 4$.

До 3 додати 2 — означає до 3 додати 1, отримаємо 4, та ще 1, отримаємо 5: $3 + 2 = 5$.

І так далі. Аналогічно міркуємо при знаходженні значень виразів другої групи. Від 2 відняти 2 — при відніманні однакових чисел у результаті одержимо число 0. Від 3 відняти 2 — означає відняти 1, отримаємо 2, та ще 1, отримаємо 1: $3 - 2 = 1$. І так далі.

1		3		3		1
2		4		4		2
3		5		5		3
4		6		6		4
5	+ 2 =	7		7	- 2 =	5
6		8		8		6
7		9		9		7
8		10		10		8

Учитель звертає увагу учнів на розташування рівностей у таблиці додавання та в таблиці віднімання: у них збільшується весь час на 1 або перший доданок, або число, від якого віднімають (зменшуване). Таким чином ще раз повторюємо залежність

значення суми від зміни одного з доданків, значення різниці від зміни зменшуваного.

Прочитайте таблицю додавання числа 2. Як змінюється перший доданок? На скільки? Як змінюється значення суми? На скільки? Який висновок можна зробити? Прочитайте таблицю віднімання числа 2.

У таблиці додавання в усіх рівностях однаковий другий доданок, а перший доданок збільшується на 1. Значення суми також збільшується на 1. Таким чином, якщо перший доданок збільшиться на 1, то значення суми також збільшиться на 1 при сталому другому доданку.

Ви дізналися про секрет складання таблиці: треба знати значення $1 + 2 = 3$ (а ми це вже знаємо: $1 + 2 = 2 + 1 = 3$), а потім лише додавати 1 до кожного наступного першого доданка і додавати 1 до кожного наступного значення суми.

Розкажіть таблицю додавання числа 2 по порядку.

Уважно розгляньте рівності таблиці віднімання числа 2. Що цікаве ви помітили? [У кожній рівності віднімаємо число 2.]

Як змінюється число, від якого віднімаємо 2? [Число зменшується.] Як змінюється значення виразу? [Число, від якого віднімають 2, увесь час збільшується на 1, і значення виразу так само збільшується на 1.]

Ви дізналися про «секрет» складання таблиці: треба знати лише значення $2 - 2 = 0$, а потім лише додавати 1 до кожного наступного числа, від якого віднімаємо 2, і додавати 1 до кожного наступного значення виразу.

Розкажіть таблицю віднімання числа 2.

Закріплюємо висновок про залежність суми від зміни першого доданка при сталому другому доданку.

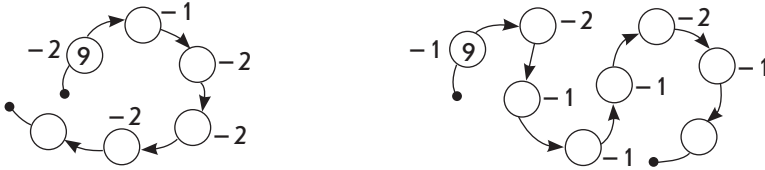
Що спільне у виразах? Як змінюється перший доданок? Як зміниться значення суми? Знайдіть значення суми, користуючись цим висновком.

$$+1 \left(\begin{array}{l} 6 + 3 = 9 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 7 + 3 = \square \end{array} \right) ?$$

$$+1 \left(\begin{array}{l} 4 + 3 = 7 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 + 3 = \square \end{array} \right) ?$$

Коментар. Перший доданок 6, другий доданок 3, значення суми 9. Перший доданок 7, другий доданок 3, значення суми невідомо. Порівнюємо ці записи. В обох сумах однакові другі доданки. Вони відрізняються першими доданками. У другій рівності перший доданок 7, а в першій — 6. Отже, перший доданок збільшився на 1, тому й значення суми збільшилося на 1 — буде не 9, а на 1 більше — 10.

Опрацюємо табличні випадки додавання і віднімання, а також додавання і віднімання числа 0 та віднімання однакових чисел, виконуючи дії за стрілочками.



Закріплюємо знання переставного закону додавання та вміння його застосовувати при додаванні до меншого числа більшого.

Пропонуємо учням порівняти доданки в кожній сумі. [У кожній сумі перший доданок менший від другого.] З’ясувати, чи зручно додавати до меншого числа більше. [Незручно, зручніше до більшого числа додавати менше.] Визначаємо, який закон можна застосувати. [Переставний закон додавання — від переставлення доданків значення суми не змінюється.] Пропонуємо знайти значення виразів.

$$\begin{array}{lll}
 2 + 5 \overset{\leftrightarrow}{=} 5 + 2 = 7 & 2 + 6 \overset{\leftrightarrow}{=} 6 + 2 = 8 & 2 + 7 \overset{\leftrightarrow}{=} 7 + 2 = 9 \\
 2 + 8 \overset{\leftrightarrow}{=} 8 + 2 = 10 & 2 + 3 \overset{\leftrightarrow}{=} 3 + 2 = 5 & 2 + 4 \overset{\leftrightarrow}{=} 4 + 2 = 6
 \end{array}$$

Коментар. Перший доданок 2, другий доданок 5, незручно до меншого числа додавати більше, треба переставити місцями доданки: від перестановки доданків значення суми не змінюється: $5 + 2 = 7$.

Відразу ж після складання таблиць додавання і віднімання учням пропонується знайти значення числових виразів, що містять дві арифметичні дії: обидві дії додавання; одна дія — віднімання, інша додавання; обидві дії віднімання. Розв’язуючи такі завдання, учні виконують дії в тому порядку, у якому вони записані. Враховуючи особливості пізнавальних процесів молодших школярів, радимо виконувати розгорнений запис розв’язання. Наприклад: $6 + 1 + 2$.

Що спочатку треба зробити? [Спочатку треба до 6 додати 1.] Поставимо від 6 до 1 стрілочку і знаходимо значення суми.

$$\begin{array}{c}
 6 + 1 + 2 = 7 + 2 \\
 \curvearrowright
 \end{array}$$

Що тепер треба зробити? [Тепер треба до 7 додати 2.] Знайдіть значення суми 7 та 2:

$$7 + 2 = 9$$

ЗБІЛЬШЕННЯ ЧИ ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛА НА КІЛЬКА ОДИНИЦЬ

Зазначимо, що при навчанні лічбі учні виконували практичні вправи з арифметичними штангами: порівнюючи дві певні штанги за довжиною, прикладаючи одну до одної; з'ясовували, яке число більше або менше способом утворення пар із червоних та синіх рисочок та демонструючи риси, що лишилися без пари. Уже тоді ми звертали увагу, на скільки одне число більше або менше за інше.

Крім того, при вивченні чисел першої п'ятірки широко використовувався спосіб порівняння чисел через утворення пар з елементів двох множин і учні обводили замкненою кривою лінією об'єкти, які лишилися без пари, і коментували, на скільки одне число більше або менше за інше. Таким чином, створене підґрунтя для усвідомлення різницевого порівняння та збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

Підготовча робота полягає у виконанні практичних вправ.

1. Покладіть на парту 5 квадратів. Зробіть так, щоб квадратів стало на 2 більше. Треба об'єднувати чи вилучати? Складіть рівність із карток. Яку арифметичну дію треба виконати, щоб стало на 2 більше?
2. Покладіть на парту 8 кружків. Зробіть так, щоб кружків стало на 2 менше. Треба об'єднувати чи вилучати? Складіть рівність із карток. Яку арифметичну дію треба виконати, щоб стало на 2 менше?

Безпосередньою підготовкою до ознайомлення із збільшенням або зменшенням числа на кілька одиниць є актуалізація поняття «стільки ж».

Ознайомлення здійснюємо засобом виконання практичних вправ.

Покладіть на парту 5 синіх квадратів. Покладіть під ними стільки ж червоних квадратів. Скільки треба покласти червоних квадратів? Покладіть поряд ще один червоний квадрат. Тепер квадратів стільки ж? [Ні. Червоних квадратів більше.] На скільки червоних квадратів більше, ніж синіх? [На 1.]

Розгляньте, як виконали схематичний рисунок. Яких квадратів більше? На скільки більше?

(Колір фігур на малюнку позначено буквами: с — синій, ч — червоний)



[Червоних квадратів стільки ж, скільки й синіх, та ще 1.]



На 1 більше — це значить стільки ж та ще 1.

Щоб дізнатися про число, яке на 1 більше, треба додати.

Якою арифметичною дією знайдемо 5 та ще 1? [Дією додавання.] Складемо рівність: $5 + 1 = 6$. Червоних квадратів 6.

На прикладі проілюструємо методику первинного закріплення.

Марічка і Наталка пішли в ліс по гриби. Марічка знайшла 7 грибів, а Наталка — на 1 гриб більше. Зробіть схематичний малюнок і покажіть, скільки грибів знайшла Наталка.

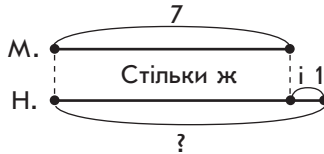
Скільки грибів знайшла Марічка? [7] Накреслимо відрізок завдовжки 7 клітинок.

Скільки грибів знайшла Наталка? [Не відомо, але сказано, що на 1 більше.]

Що значить «на 1 більше»? [На 1 більше — це значить стільки ж та ще 1.] Отже, креслимо під відрізком, що позначає гриби Марічки, відрізок такої самої довжини, він позначає «стільки ж».

Це ми показали «стільки ж», а треба «стільки ж та ще 1», отже, приєднаємо до нього ще відрізок завдовжки 1 клітинка.

Покажіть відрізок, який позначає, скільки грибів знайшла Наталка. Як ми його одержали?



Розгляньте рисунок. Чого більше? На скільки більше?



Яких фігур більше? [Кругів.] На скільки більше? [На 2.]

Що позначає верхній відрізок? Скільки їх? [Трикутники, їх 6.]

Що позначає нижній відрізок? [Круги.]

З яких частин складається нижній відрізок? [З двох частин: перша частина позначає, що кругів стільки ж, скільки трикутників, тобто 6, а друга частина позначає 2.]

На скільки більше кругів, ніж трикутників? [На 2 більше.]

Що значить на 2 більше? [На 2 більше — це означає стільки ж та ще 2].

Отже, кількість кружків — стільки ж, скільки й трикутників, 6, та ще 2. Якою дією знаходимо 6 та 2? [Дією додавання: $6 + 2 = 8$. 8 кругів.]

Пропонуємо учням відповісти на запитання:

Що значить «на 1 більше»? [На 1 більше — це значить стільки ж та ще 1.]

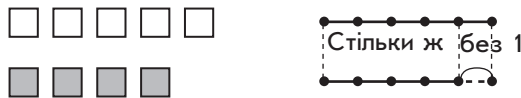
Що значить «на 2 більше»? [На 2 більше — це значить стільки ж та ще 2.]

Що значить «на 3 більше»? [На 3 більше — це значить стільки ж та ще 3.]

Що значить «на 4 більше»? «на 6 більше»?..

Якою дією знаходимо число, яке на кілька одиниць більше? [Дією додавання.]

Аналогічно опрацьовуємо зменшення на 1. Розглядаємо, як зроблено схематичний рисунок:



Що позначає верхній відрізок? [Скільки білих квадратів.]

Що позначає нижній відрізок? З яких частин він утворюється? [Накреслили відрізок, що позначає стільки ж, скільки й білих квадратів, а потім один відрізок вилучили.] Сірих квадратів стільки ж, скільки білих, але без 1.

Скільки білих квадратів? [5] А сірих? [Стільки ж, тобто 5, але без 1.] Якою арифметичною дією знаходимо 5 без 1? [Дією віднімання: $5 - 1 = 4$. 4 сірих квадрати.]

Учні доходять висновку: сірих квадратів стільки ж, скільки й білих, але без 1.



На 1 менше — це значить стільки ж, але без 1.
Щоб дізнатися про число, яке на 1 менше, треба відняти.

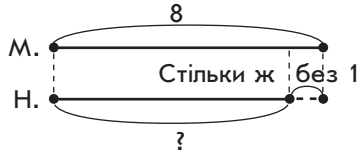
Марічка і Наталка пішли в ліс по гриби. Марічка знайшла 8 грибів, а Наталка знайшла на 1 гриб менше. Зробіть схематичний малюнок і покажіть, скільки грибів знайшла Наталка.

Скільки грибів знайшла Марічка? [8.] Накреслимо відрізок завдовжки 8 клітинок. Скільки грибів знайшла Наталка? [Невідомо, але сказано, що на 1 менше.]

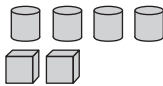
Що значить «на 1 менше»? [На 1 менше — це значить стільки ж, але без 1.] Отже, креслимо під відрізком, що позначає гриби Марічки, відрізок такої самої довжини, він позначає «стільки ж».

Ми показали «стільки ж», а нам треба «стільки ж, але без 1», отже, вилучимо з нього відрізок, завдовжки 1 клітинка.

Покажіть відрізок, який позначає, скільки грибів знайшла Наталка. Як ми його одержали?



Чого менше? На скільки менше?



Чого менше? [Кубиків.] На скільки менше? [На 2.]

Що позначає верхній відрізок? Скільки їх? [Циліндри, їх 4.]

Що позначає нижній відрізок? [Кубики.]

Як одержали нижній відрізок? [Спочатку позначили, що кубиків стільки ж, скільки й циліндрів, тобто 4, а потім вилучили 2.] На скільки менше кубиків, ніж циліндрів? [На 2 менше.]

Що значить «на 2 менше»? [На 2 менше — це означає стільки ж, але без 2.] Отже, кількість кубиків — стільки ж, скільки й циліндрів, 4, але без 2.] Якою дією знаходимо 4 без 2? [Дією віднімання: $4 - 2 = 2$. 2 кубики.]

Стаavimo узагальнюючі запитання:

Що значить «на 1 менше»? [На 1 менше — це значить стільки ж, але без 1.]

Що значить «на 2 менше»? [На 2 менше — це значить стільки ж, але без 2.]

Що значить «на 3 менше»? [На 3 менше — це значить стільки ж, але без 3.]

Що значить «на 4 менше» і «на 6 менше»?..

Якою арифметичною дією дізнаємось про число, яке на кілька одиниць менше від даного? [Дією віднімання.]

Формуємо поняття: якщо одне число на кілька одиниць більше за інше, то інше число, навпаки, менше на стільки ж одиниць.

Наприклад: малинок більше, ніж полуниць, на 2; полуниць менше, ніж малинок, на 2. Малинок на 2 більше, ніж полуниць, тому полуниць на 2 менше, ніж малинок.

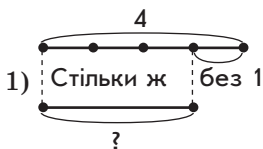
Розгляньте малюнки. Кого більше? Кого менше? На скільки? Скільки метеликів? Виберіть до кожного малюнка схему і вираз.



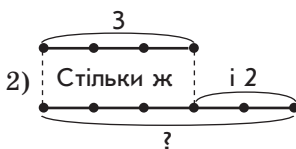
Стільки ж



Стільки ж без 1



$3 + 2$



$4 - 1$

Коментар до першого малюнка: метеликів стільки ж, скільки й сонечок, та ще 2, тому метеликів більше на 2, ніж сонечок. Отже, виберемо схему, на якій позначено знаком запитання відрізок, який складається з двох частин: стільки ж та ще 2 — це схема 2. Стільки ж, тобто 3, та ще 2 знаходять дією додавання, тому до цього малюнка підходить перший вираз. Знаходимо значення виразу: $3 + 2 = 5$. 5 метеликів.

Коментар до другого малюнка: метеликів менше, ніж бджілок, — не вистачає одного метелика, щоб кожній бджілці була пара, щоб метеликів було стільки ж, скільки й бджілок; отже, метеликів стільки ж, скільки й бджілок, 4, але без 1. Тому метеликів на 1 менше, ніж бджілок. Тому виберемо схему, на якій відрізок зі знаком питання одержуємо в результаті вилучення: стільки ж без 1 — це схема 1. Стільки ж, 4, але без 1 знаходять дією віднімання, тому вибираємо другий вираз. Знаходимо значення виразу: $4 - 1 = 3$. 3 метелики.

Треба знайти число, яке більше за 8 на 1. Що значить на 1 більше? Якою арифметичною дією знайдемо це число? Виберіть вираз. Знайдіть його значення.

$8 - 1$

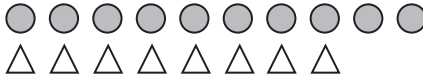
$8 + 1$

Коментар. На 1 більше — це означає стільки ж, 8, та ще 1; 8 та ще 1 знаходять дією додавання, тому вибираємо вираз: $8 + 1$. Знаходимо його значення: $8 + 1 = 9$.

РІЗНИЦЕВЕ ПОРІВНЯННЯ

Діти вже знайомі з тим, як одержати число, яке на кілька одиниць більше або менше даного. Тому, спираючись на наявний у них досвід, пропонуємо практичні вправи.

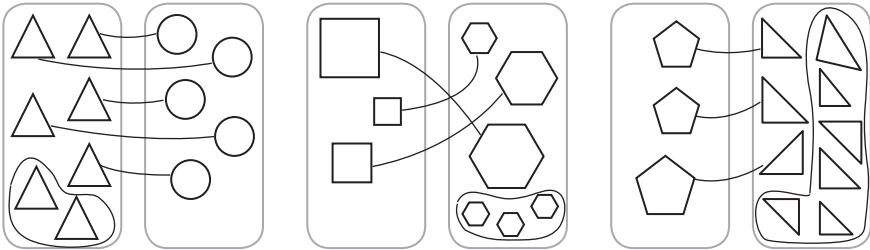
На етапі підготовки пропонуємо учням, не рахуючи, сказати, яких фігур більше і на скільки; яких фігур менше і на скільки.



Кругів на 2 більше, ніж трикутників. Трикутників на 2 менше, ніж кругів.

Коментар. Кругів стільки ж, скільки й трикутників, та ще 2, тому кругів на 2 більше, ніж трикутників. Трикутників стільки ж, скільки й кругів, але без 2, тому трикутників на 2 менше, ніж кругів. Отже, якщо ми складемо пари і залишаться зайві фігури, то їх число покаже, на скільки більше або на скільки менше.

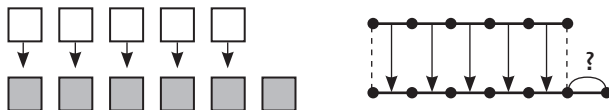
На етапі ознайомлення пропонуємо учням за малюнками визначити, яких фігур більше; на скільки більше; на скільки менше.



Коментар. Зліва 7 трикутників, справа 5 кругів; склали пари — кожному трикутнику поставили у відповідність круг, але не всім трикутникам вистачило пари, тому трикутників більше, ніж кругів (7 більше 5), кругів менше, ніж трикутників (5 менше 7); 2 трикутники лишилося без пари, тому трикутників на 2 більше, ніж кругів, — 7 більше 5 на 2; не вистачило 2 кругів, щоб скласти пари, тому кругів на 2 менше, ніж трикутників, — 5 менше 7 на 2. Отже, трикутників на 2 більше, ніж кругів, а кругів на 2 менше, ніж трикутників. 7 більше 5 на 2, а 5 на 2 менше 7. Отже, на скільки 7 більше 5, на стільки ж 5 менше 7 — на 2...

З правилом різницевого порівняння можна познайомити учнів у такий спосіб.

Скільки білих квадратів? Скільки сірих квадратів? Складіть пари. Яких квадратів більше? На скільки більше? Якою дією дізнаємось?



Коментар. Білих квадратів 5, а сірих 6; 5 менше 6 на 1, тому що не вистачило 1 білого квадрата для складання пари; 6 більше за 5 на 1, тому що 1 сірому квадрату не вистачило пари. Щоб дізнатися, скільком квадратам не вистачило пари, треба відняти від числа сірих квадратів стільки ж квадратів, скільки й білих. Отже, щоб дізнатися, на скільки одне число більше за інше, треба від більшого відняти менше.

Далі можна пропонувати завдання на знаходження значення різницевого відношення між двома числами.

Порівняйте числа. На скільки більше? На скільки менше?

$$5 \bigcirc 2 \quad 1 \bigcirc 8 \quad 7 \bigcirc 2 \quad 0 \bigcirc 3 \quad 6 \bigcirc 1 \quad 2 \bigcirc 4 \quad 10 \bigcirc 2$$

Коментар. 5 більше 2. Щоб дізнатися, на скільки 5 більше 2, треба від більшого числа 5 відняти менше число 2: $5 - 2 = 3$; 5 більше 2 на 3, тому 2 менше 5 також на 3.

1 менше 8. Щоб дізнатися, на скільки 1 менше 8, треба від більшого числа 8 відняти менше число 1: $8 - 1 = 7$; 1 менше 8 на 7 або 8 більше 1 також на 7.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ЧИСЕЛ 3, 4, 5

На етапі актуалізації опорних знань діти повторюють склад відповідних чисел та згадують, як вони міркували при додаванні і відніманні чисел 2, 3, 4; роблять висновок про те, що їх додавали і віднімали частинами на підставі складу числа.

Далі висувається припущення, що й дане число 3 (4, 5) так само можна додавати або віднімати частинами, знаючи його склад: спочатку 1, а потім 2; спочатку 2, а потім 1.

Таблиці додавання і віднімання чисел 3, 4, 5 складаються лише після того, як учні набудуть обчислювальної навички і вмітимуть виконувати додавання та віднімання зазначених чисел кількома способами.

Розглянемо методику навчання додавання та віднімання числа 3.

Ознайомлення із способом додавання і віднімання числа 3

Порівняйте вирази в кожній парі. Знайдіть значення першого виразу. Чи може перший вираз допомогти знайти значення другого?

$7+1+2$

$6+2+1$

$9-1-2$

$8-2-1$

$7+3$

$6+3$

$9-3$

$8-3$

Коментар до першого стовпчика. Однаковим в обох виразах є перший доданок 7, але в першому виразі є ще два доданки — 1 і 2, а у другому — лише один доданок 3. Знаходимо значення першого виразу: спочатку до 7 додамо 1, буде 8, а потім до 8 додамо ще 2, буде 10. Які числа додали до 7? [До 7 додали числа 1 і 2.] Яке число складають числа 1 і 2? [Число 3.] Чи може перший вираз допомогти знайти значення другого виразу? [Так, ми всього до 7 додали 3 і одержали 10, тому $7+3$ буде також 10.] Отже, ці вирази мають однакові значення. У першому виразі число 3 додали не відразу, а частинами — спочатку додали 1, а потім додали 2. А для знаходження значення другого виразу треба відразу до 7 додати 3. Зрозуміло, що зручніше виконувати додавання частинами: спочатку додати 1, а потім ще 2.

Коментар до другого стовпчика. В обох виразах однаковий перший доданок 6, відрізняються вирази тим, що в першому є два доданки — 2 і 1, а у другому лише один доданок 3. Знаходимо значення першого виразу: до 6 спочатку додамо 2, буде 8, а потім до 8 додамо 1, одержимо 9. Щоб знайти значення першого виразу, ми по черзі додали спочатку 2, а потім 1, усього додали 3. Для знаходження значення другого виразу треба відразу до 6 додати 3, тому також буде 9. Таким чином, число 3 можна додавати не відразу, а частинами: спочатку додати 2, а потім ще додати 1.

Коментар до третього стовпчика. В обох виразах однакове число, від якого віднімають, відрізняються вирази тим, що в першому віднімають два числа — 1 і 2, а у другому — лише одне число 3. Знаходимо значення першого виразу: від 9 спочатку віднімемо 1, буде 8, а потім від 8 віднімемо 2, одержимо 6. Щоб знайти значення першого виразу, ми по черзі відняли спочатку 1, а потім 2, усього відняли 3. Для знаходження значення другого виразу треба відразу від 9 відняти 3, тому також буде 6. Таким чином, число 3 можна віднімати не відразу, а частинами: спочатку відняти 1, а потім ще відняти 2.

Як можна міркувати, щоб додати 3? 3 — це 1 і 2 або 2 і 1. Тому число 3 можна додати двома способами — спочатку додати 1, а потім ще 2 або спочатку додати 2, а потім ще 1.

Як можна міркувати, щоб відняти 3? Аналогічно: 3 — це 1 і 2 або 2 і 1. Тому спочатку можна відняти 1, а потім ще відняти 2 або спочатку відняти 2, а потім ще відняти 1.

Прокоментуйте розв'язання.

$$7 + 3 = 7 + 1 + 2 = 8 + 2 = 10$$

$$7 + 3 = 7 + 2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$7 - 3 = 7 - 1 - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$7 - 3 = 7 - 2 - 1 = 5 - 1 = 4$$

Коментар. До 7 треба додати 3. Число 3 подаємо у вигляді суми двох доданків — 1 і 2. До 7 спочатку додамо 1, а потім додамо 2. До 7 додати 1, одержимо 8, до 8 додаємо 2, одержимо 10. Або число 3 подаємо у вигляді суми двох доданків: 2 і 1. До 7 спочатку додамо 2, а потім додамо 1. До 7 додаємо 2, буде 9, до 9 додаємо 1, одержимо 10. Відповіді отримали однакові, тому ми знайшли значення виразу правильно.

Від 7 треба відняти 3. Число 3 подаємо у вигляді суми чисел 1 і 2. Від 7 спочатку віднімемо 1, а потім віднімемо 2. Від 7 віднімаємо 1, буде 6, від 6 віднімаємо 2, одержимо 4. Або 3 подаємо у вигляді суми чисел 2 і 1. Від 7 спочатку віднімемо 2, а потім віднімемо 1. Віднімаємо від 7 число 2, буде 5, від 5 віднімаємо 1, буде 4. Одержали однакові результати. Отже, ми знайшли значення виразу правильно.

Ознайомлення з таблицями додавання і віднімання числа 3
Розбийте вирази на дві групи. Знайдіть значення виразів кожної групи.

1 + 3	4 - 3	4 + 3	6 + 3	9 - 3
3 - 3	3 + 3	6 - 3	7 - 3	10 - 3
2 + 3	5 - 3	5 + 3	8 - 3	

В одну групу об'єднуємо суми, а в іншу — різниці:

0		3		3		0
1		4		4		1
2		5		5		2
3	+ 3 =	6		6	- 3 =	3
4		7		7		4
5		8		8		5
6		9		9		6
7		10		10		7

Коментар. $1+3$ — незручно до меншого числа додавати більше, треба переставити місцями доданки (від переставляння доданків значення суми не змінюється): $1+3=3+1=4$.

Аналогічно розглядаємо випадок додавання числа 3 до числа 2.

$3+3$. 3 — це 2 і 1; спочатку до 3 додамо 2, буде 5, а потім до 5 додамо 1, буде 6. І так далі...

$3-3$. При відніманні однакових чисел одержимо нуль: $3-3=0$.

$4-3$. 3 — це 1 і 2. Від 4 спочатку віднімемо 1, буде 3, потім від 3 віднімемо 2, одержимо 1. І так далі...

Розглядаємо рівності в кожному стовпчику. Що в них спільне? Чим вони відрізняються? Що цікаве ви помітили? [Ми склали таблицю додавання числа 3 та таблицю віднімання числа 3. У таблицях рівності розташовані по порядку — у міру збільшення першого доданка або зменшуваного.]

Формуємо поняття про залежність суми від зміни першого доданка

Прочитайте таблицю додавання числа 3. Чим схожі всі рівності? [Усі рівності на додавання, у них однаковий другий доданок — число 3.] Чим вони відрізняються? [Відрізняються першими доданками і сумами.] Як змінюється перший доданок? [Перший доданок весь час збільшується на 1.] Як зміна першого доданка впливає на значення суми? [Значення суми також збільшується на 1.]

Порівняйте рівності із таблиці додавання числа 3. Як зміна доданка впливає на значення суми?

$$+2 \begin{pmatrix} 4+3=7 \\ 6+3=9 \end{pmatrix} ? \qquad -2 \begin{pmatrix} 5+3=8 \\ 7+3=10 \end{pmatrix} ? \qquad +3 \begin{pmatrix} 2+3=5 \\ 5+3=8 \end{pmatrix} ?$$

Коментар. $4+3=7$ і $6+3=9$ — перший доданок збільшується на 2, другий доданок не змінюється, значення суми було 7, стало 9 — воно також збільшилося на 2. $7+3=10$ і $5+3=8$ — перший доданок зменшився на 2, другий доданок не змінився, значення суми було 10, стало 8 — також зменшилося на 2...

Якщо дітям важко встановити цю закономірність, то можна підкреслювати дані рівності безпосередньо в таблиці додавання числа 3, яку записано на дошці. Діти бачать, скільки рівностей відділяють їх від однієї рівності до іншої рівності, учні наочно бачать, на скільки одиниць збільшився перший доданок і на скільки одиниць збільшилося значення суми.

Після виконання завдань учні роблять індуктивний висновок:



Якщо перший доданок збільшиться (зменшиться) на кілька одиниць, то значення суми теж збільшиться (зменшиться) на стільки ж одиниць.

Що спільне у виразах? Як змінюється перший доданок? Як зміниться значення суми? Знайдіть значення суми, користуючись цим висновком.

$$+3 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 4+3=7 \\ 7+3=\square \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$-2 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 4+4=\square \\ 6+4=10 \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$+1 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 5+5=10 \\ 6+5=\square \end{array} \right) ? \end{array}$$

Коментар. $4+3=7$ і $7+3=\square$ — у сумах спільний другий доданок, відрізняються вирази першими доданками; перший доданок збільшився на 3, тому й значення суми також збільшиться на 3. Тому, щоб знайти значення другої суми, достатньо до 7 додати 3, одержимо 10.

$6+4=10$ і $4+4=\square$ — у сумах спільний другий доданок, відрізняються вирази першими доданками; перший доданок зменшився на 2, тому й значення суми також зменшилося на 2. Тому, щоб знайти значення суми, достатньо від 10 відняти 2, буде 8...

Формуємо поняття про залежність різниці від зміни зменшуваного

Прочитайте таблицю віднімання числа 3. Як змінюється зменшуване? На скільки? [Зменшуване весь час збільшується на 1.] Як змінюється різниця? На скільки? [Різниця також весь час збільшується на 1.] Який висновок можна зробити? [Якщо зменшуване збільшиться на 1, то й значення різниці також збільшиться на 1.]

Порівняйте рівності із таблиці віднімання числа 3. Як зміна зменшуваного впливає на значення різниці?

$$+2 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 4-3=1 \\ 6-3=3 \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$-2 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 5-3=2 \\ 7-3=4 \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$+3 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 3-3=0 \\ 6-3=3 \end{array} \right) ? \end{array}$$

Коментар. $4-3=1$ і $6-3=3$ — зменшуване збільшилося на 2, від'ємник не змінився, значення різниці було 1, стало 3 — збільшилося так само на 2.

$7 - 3 = 4$ і $5 - 3 = 2$ — зменшуване зменшилося на 2, від’ємник не змінився, значення різниці було 4, стало 2 — зменшилося так само на 2.

Після виконання завдання учні роблять індуктивні висновки:



Якщо зменшуване збільшиться (зменшиться) на кілька одиниць, то значення різниці теж збільшиться (зменшиться) на стільки ж одиниць.

Що спільне у виразах? Як змінюється зменшуване? Як зміниться значення різниці? Знайдіть значення різниці, користуючись цим висновком.

$$+3 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 4 - 3 = 1 \\ 7 - 3 = \square \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$-2 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 4 - 4 = \square \\ 6 - 4 = 2 \end{array} \right) ? \end{array}$$

$$+1 \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 5 - 3 = 2 \\ 6 - 3 = \square \end{array} \right) ? \end{array}$$

Коментар. $4 - 3 = 1$ і $7 - 3 = \square$ — зменшуване збільшилося на 3, від’ємник не змінився, тому різниця так само збільшиться на 3: $1 + 3 = 4$.

$6 - 4 = 2$ і $4 - 4 = \square$ — зменшуване зменшилось на 2, від’ємник не змінився, тому різниця так само зменшиться на 2: $2 - 2 = 0 \dots$

При вивченні табличного додавання та віднімання слід пропонувати учням достатню кількість завдань на обчислення сум та різниць. З метою формування обчислювальних навичок можна пропонувати учням картки з друкованою основою, наприклад, такого змісту:

4 + 5	2 + 5	2 + 4	4 + 5	4 + 5
6 - 4	7 - 4	7 - 5	6 - 4	6 - 4
4 + 3	6 + 3	7 + 3	4 + 3	4 + 3
8 - 5	9 - 5	3 + 5	8 - 5	8 - 5
9 + 1	5 + 1	8 + 1	9 + 1	9 + 1
9 - 4	7 - 4	10 - 5	9 - 4	9 - 4

Узагальнення способу додавання та віднімання частинами

Учителі мають розуміти, що, вивчаючи додавання та віднімання в межах 10, учні можуть користуватися різними способами міркування. Так, знаючи склад чисел першого десятка і розуміючи сутність арифметичних дій додавання та віднімання, учні можуть виконувати арифметичні дії на підставі цих знань. Але не всі діти швидко засвоюють склад чисел, особливо це стосується складу чисел другої п’ятірки. Завдання вчителя — допомогти дитині досягти успіху в обчисленнях, пропонуючи різні варіанти міркувань.

Одним із таких засобів є додавання та віднімання чисел частинами.

Цей спосіб міркування передбачає знання складу чисел першої п'ятірки, який діти достатньо гарно запам'ятовують, і на цій підставі додавання та віднімання числа не відразу, а частинами.

Додаючи або віднімаючи число частинами, учні актуалізують попередньо вивчені випадки додавання і віднімання й таким способом відбувається безперервне повторення вивченого.

Крім того, прийом додавання та віднімання частинами є загальним прийомом, який із певними уточненнями буде застосовуватися для усних обчислень у наступних концентрах. Тому дуже важливо, щоб учні на простішому матеріалі — у межах 10 — за своїли його суть.

Розбийте вирази на дві групи. Як можна міркувати при знаходженні значень виразів? Чи можна міркувати інакше?

$$7+2 \quad 6-2 \quad 5+3 \quad 9-3 \quad 6+4 \quad 8-4 \quad 5+5 \quad 7-5$$

Діти розбивають вирази за назвою: до першої групи відносять суми, а до другої — різниці.

Скількома способами можна додати число 2 (3, 4, 5)?

Чому число 2 можна додати тільки одним способом? Чому число 5 можна додати чотирма способами? [На основі чого ми визначали спосіб обчислення? На основі складу числа, ми число 2 (3, 4, 5) замінювали сумою і по черзі додавали спочатку перший доданок, а потім другий доданок.]

Що спільне в міркуваннях при додаванні чисел 2, 3, 4, 5? [Ми ці числа подавали у вигляді суми двох чисел, спочатку додавали один із його складників, а потім інший.] Як ми додавали ці числа? [Ми їх додавали частинами.]

Таким чином, ми числа 2, 3, 4, 5 додавали частинами на основі складу числа. Як же треба міркувати, щоб додати числа 2, 3, 4, 5 частинами?



ПАМ'ЯТКА

Додавання чисел 2, 3, 4, 5

Прийом додавання частинами

1. Замінюю число 2 (3, 4, 5) сумою двох доданків.
2. Спочатку додаю перший доданок.
3. До одержаного результату додаю другий доданок.
4. Читаю (записую) результат.

Наприклад: $5 + 3 = 5 + 2 + 1 = 7 + 1 = 8$

$$\begin{array}{c} \wedge \quad \curvearrowright \\ 2 + 1 \end{array}$$

Скількома способами можна відняти число 2 (3, 4, 5)?

Чому число 2 можна відняти тільки одним способом? Чому число 5 можна відняти чотирма способами? На основі чого ми визначали спосіб обчислення? [На основі складу числа, ми число 2 (3, 4, 5) замінювали сумою і по черзі віднімали спочатку перший доданок, а потім другий доданок.]

Що спільне в міркуваннях при відніманні чисел 2, 3, 4, 5? Як ми віднімали ці числа? [Ми їх віднімали частинами.]

Таким чином, ми числа 2, 3, 4, 5 віднімали частинами на основі складу числа. Як же треба міркувати, щоб відняти числа 2, 3, 4, 5 частинами?

ПАМ'ЯТКА

Віднімання чисел 2, 3, 4, 5

Прийом віднімання частинами

1. Замінюю число 2 (3, 4, 5) сумою двох доданків.
2. Спочатку віднімаю перший доданок.
3. Від одержаного результату віднімаю другий доданок.
4. Читаю (записую) результат.

Наприклад: $5 - 3 = 5 - 2 - 1 = 3 - 1 = 4$

На етапі первинного закріплення наводимо приклади на додавання та приклади на віднімання, коли число додають або віднімають частинами. Діти наводять приклади на додавання і віднімання чисел 2, 3, 4, 5.

ТАБЛИЦІ ДОДАВАННЯ ЧИСЕЛ 6, 7, 8, 9

При складанні таблиць додавання чисел 6, 7, 8, 9 на етапі актуалізації опорних знань треба повторити знання табличних випадків додавання чисел 1, 2, 3, 4, 5 і переставний закон дії додавання. Наприклад:

$$3 + 6 = 6 + 3 = 9 \qquad 2 + 8 = 8 + 2 = 10 \qquad 1 + 7 = 7 + 1 = 8$$

$$3 + 7 = 7 + 3 = 10 \qquad 1 + 9 = 9 + 1 = 10 \qquad 1 + 8 = 8 + 1 = 9$$

Порівняйте перший та другий доданки в кожній сумі. [Перший доданок менший від другого доданка.] Яке число менше? [Менше перший доданок.] Яке число більше? [Більший другий доданок.] Чи зручно до меншого числа додавати більше число? [Ні.] А як зручніше? [Зручніше до більшого числа додавати менше.] Яким законом слід скористатися? [Переставним законом додавання: від перестановки доданків значення суми не змінюється.]

Складання таблиць здійснюється на підставі переставного закону додавання.

$$\begin{array}{llll}
 1+6=6+1=7 & 1+7=7+1=8 & 1+8=8+1=9 & 1+9=9+1=10 \\
 2+6=6+2=8 & 2+7=7+2=9 & 2+8=8+2=10 & \\
 3+6=6+3=9 & 3+7=7+3=10 & & \\
 4+6=6+4=10 & & &
 \end{array}$$

Діти міркують за правилом: зручніше до більшого числа додавати менше число, тому треба переставити доданки.

Продовжуємо працювати над залежністю суми від зміни одного з доданків або залежністю різниці від зміни зменшуваного.

Як зміна одного компонента впливає на значення виразу?

$$\begin{array}{c}
 +2 \left(\begin{array}{l} 2+6=8 \\ 4+6=\square \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 -2 \left(\begin{array}{l} 1+7=\square \\ 3+7=10 \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 +4 \left(\begin{array}{l} 5-4=1 \\ 9-4=\square \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 +2 \left(\begin{array}{l} 6-5=1 \\ 8-5=\square \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 -2 \left(\begin{array}{l} 0+8=\square \\ 2+8=10 \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 +3 \left(\begin{array}{l} 2+5=7 \\ 5+5=\square \end{array} \right) ?
 \end{array}$$

Коментар. $2+6=8$ і $4+6=\square$ — перший доданок збільшився на 2, другий доданок не змінився, тому значення суми так само збільшиться на 2: $8+2=10$.

$3+7=10$ і $1+7=\square$ — перший доданок зменшився на 2, другий доданок не змінився, тому значення суми так само зменшиться на 2: $10-2=8$.

$5-4=1$ і $9-4=\square$ — зменшуване збільшилося на 4, від'ємник не змінився, тому різниця так само збільшиться на 4: $1+4=5$.

ВІДНІМАННЯ ЧИСЕЛ 6, 7, 8, 9

Віднімання чисел 6, 7, 8, 9 відбувається на підставі взаємозв'язку між діями додавання і віднімання, тому на етапі актуалізації опорних знань треба повторити взаємозв'язок між діями додавання і віднімання. Також на етапі підготовки слід опрацювати окремі дії, що складають обчислювальний прийом віднімання чисел 6, 7, 8, 9: подання числа у вигляді суми зручних доданків, віднімання від суми одного з доданків.

Пропонуємо учням завдання на закріплення знання складу числа та вміння подавати число у вигляді суми двох доданків.

2.2. Числа 11–100

На основі складу числа замініть число 6 (8, 7, 9) сумою двох доданків.

$6 = 1 + 5$	$8 = 1 + 7$	$7 = 1 + 6$	$9 = 1 + 8$
$6 = 2 + 4$	$8 = 2 + 6$	$7 = 2 + 5$	$9 = 2 + 7$
$6 = 3 + 3$	$8 = 3 + 5$	$7 = 3 + 4$	$9 = 3 + 6$
$6 = 4 + 2$	$8 = 4 + 4$	$7 = 4 + 3$	$9 = 4 + 5$
$6 = 5 + 1$	$8 = 5 + 3$	$7 = 5 + 2$	$9 = 5 + 4$
	$8 = 6 + 2$	$7 = 6 + 1$	$9 = 6 + 3$
	$8 = 7 + 1$		$9 = 7 + 2$
			$9 = 8 + 1$

З метою закріплення знання взаємозв'язку між діями додавання і віднімання можна запропонувати завдання:

Знайдіть значення сум. Як пов'язані дії додавання і віднімання?
З кожної рівності на додавання складіть по дві рівності на віднімання.

$5 + 3 = 8$	$4 + 2 = 6$	$3 + 6 = 9$	$5 + 1 = 6$	$6 + 4 = 10$
$8 - 5 = 3$	$6 - 4 = 2$	$9 - 3 = 6$	$6 - 5 = 1$	$10 - 6 = 4$
$8 - 3 = 5$	$6 - 2 = 4$	$9 - 6 = 3$	$6 - 1 = 5$	$10 - 4 = 6$

Коментар. Якщо від суми двох чисел відняти перший доданок, то залишиться другий доданок. Якщо від суми двох чисел відняти другий доданок, то залишиться перший доданок.

Також на етапі підготовчої роботи доцільно пропонувати учням завдання на застосування взаємозв'язку між арифметичними діями додавання та віднімання, подані в спеціальній формі, що являє собою фрагмент розв'язання при виконанні віднімання чисел другої п'ятірки. Наприклад:

Що залишиться, якщо від суми двох чисел відняти перший доданок?

[Якщо від суми двох чисел відняти перший (другий) доданок, то залишиться другий (перший) доданок.]

$$\boxed{7+2} - 2 = 7 \quad \boxed{4+3} - 4 = 3 \quad \boxed{1+2} - 2 = 1 \quad \boxed{5+1} - 5 = 1$$

Коментар. Від суми чисел 7 і 2 треба відняти 2; якщо від суми 7 і 2 відняти другий доданок 2, то залишиться перший доданок 7; від суми чисел 4 і 3 треба відняти 4; якщо від суми 4 і 3 відняти перший доданок 4, то залишиться другий доданок 3.

Ознайомлення зі способом віднімання чисел 6, 7, 8, 9

Замініть зменшуване сумою. Що залишиться, якщо від суми двох чисел відняти один доданок?

$$9 - 7 = (\square + 7) - 7 = \square$$

$$10 - 8 = (\square + 8) - 8 = \square$$

Коментар. Зменшуване 9 подаємо у вигляді суми двох доданків 2 і 7. Якщо від суми 2 і 7 відняти другий доданок 7, то залишиться перший доданок 2.

Порівняйте суму, якою ми замінили зменшуване та від'ємник. Що цікаве можна помітити? Чи є між ними зв'язок? Який? [Другий доданок суми, якою замінили зменшуване, дорівнює від'ємнику.] Отже, другий доданок — не будь-яке число, а число, що дорівнює від'ємнику. Таку суму будемо називати **сумою зручних доданків**.

Далі учні з'ясовують, як вони міркували при розв'язанні, і визначають власні дії за кроками. Таким чином, діти знайомляться із пам'яткою.



ПАМ'ЯТКА

Віднімання чисел 6, 7, 8, 9

Прийом на підставі взаємозв'язку між діями додавання і віднімання

1. Заміною зменшуване сумою зручних доданків, один із яких дорівнює від'ємнику.
2. Якщо від суми двох чисел відняти один доданок, то залишиться інший доданок.
3. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад:

$$9 - 7 = 2 + 7 - 7 = 2$$

Первинне закріплення способу віднімання чисел на основі взаємозв'язку між діями додавання і віднімання

Користуючись пам'яткою, прокоментуйте розв'язання.

$$8 - 7 = 1 + 7 - 7 = 1$$

$$10 - 6 = 4 + 6 - 6 = 4$$

Коментар. Зменшуване 8 подаємо у вигляді суми зручних доданків 1 і 7. Якщо від суми 1 і 7 відняти другий доданок 7, то залишиться перший доданок 1...

Яке правило ми застосовували в міркуваннях? [Ми застосовували правило про взаємозв'язок між діями додавання і віднімання.]

Які числа віднімаємо в такий спосіб? [Числа 6, 7, 8, 9 віднімаємо на основі взаємозв'язку між діями додавання і віднімання.]

Після опрацювання дії в матеріалізованій формі, у формі голосного мовлення, коли учні виконують і фіксують у записі всі операції, які складають ООД, при переході до етапу голосного мовлення про себе учні скорочують запис розв'язання, фіксуючи у ньому лише основні операції.

Міркування можна скоротити так: замінюємо зменшуване сумою зручних доданків і відразу називаємо відповідь.

Прокоментуйте розв'язання за схемою.

$$9 - 7 = \square$$

$$\begin{array}{c} \square + \square \\ \swarrow \quad \searrow \\ \square \quad \square \end{array}$$

$$8 - 6 = \square$$

$$\begin{array}{c} \square + \square \\ \swarrow \quad \searrow \\ \square \quad \square \end{array}$$

$$9 - 8 = \square$$

$$\begin{array}{c} \square + \square \\ \swarrow \quad \searrow \\ \square \quad \square \end{array}$$

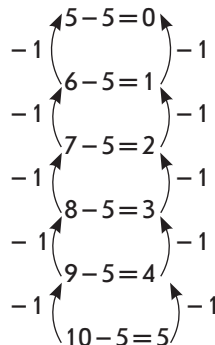
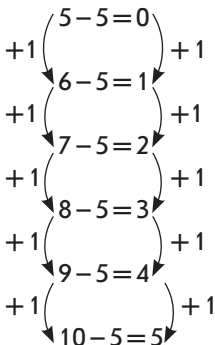
Коментар. Зменшуване 9 подаємо у вигляді суми зручних доданків 2 і 7. Забираємо 7 (учні прикривають пальцем другий доданок у сумі зручних доданків). Залишається 2.

Слід зазначити, що число 5 можна віднімати як частинами, так і на підставі взаємозв'язку арифметичних дій додавання та віднімання.

Таблиці віднімання чисел 5, 6, 7, 8, 9

Учні разом із учителем складають таблиці віднімання на підставі вище розглянутих міркувань й досліджують залежність значення різниці від зміни зменшуваного.

$5 - 5 = 0$	$6 - 6 = 0$	$7 - 7 = 0$	$8 - 8 = 0$	$9 - 9 = 0$
$6 - 5 = 1$	$7 - 6 = 1$	$8 - 7 = 1$	$9 - 8 = 1$	$10 - 9 = 1$
$7 - 5 = 2$	$8 - 6 = 2$	$9 - 7 = 2$	$10 - 8 = 2$	
$8 - 5 = 3$	$9 - 6 = 3$	$10 - 7 = 3$		
$9 - 5 = 4$	$10 - 6 = 4$			
$10 - 5 = 5$				



Як змінюється зменшуване? Як зміна зменшуваного впливає на різницю? [Зменшуване весь час збільшується на 1. Різниця

так само збільшується на 1. Якщо зменшуване збільшиться на 1, то й різниця так само збільшиться на 1.] А якщо зменшуване зменшиться на 1, як це вплине на значення різниці?

Як зміниться різниця, якщо зменшуване збільшиться на 2? зменшиться на 2?

$$\begin{array}{c}
 5-5=0 \\
 +2 \left(\begin{array}{c} 6-5=1 \\ 7-5=2 \\ 8-5=3 \\ 9-5=4 \\ 10-5=5 \end{array} \right) +2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 5-5=0 \\
 -2 \left(\begin{array}{c} 6-5=1 \\ 7-5=2 \\ 8-5=3 \\ 9-5=4 \\ 10-5=5 \end{array} \right) -2
 \end{array}$$

Як зміниться різниця, якщо зменшуване збільшиться на 3? зменшиться на 3?

$$\begin{array}{c}
 5-5=0 \\
 +3 \left(\begin{array}{c} 6-5=1 \\ 7-5=2 \\ 8-5=3 \\ 9-5=4 \end{array} \right) +3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 5-5=0 \\
 -3 \left(\begin{array}{c} 6-5=1 \\ 7-5=2 \\ 8-5=3 \\ 9-5=4 \end{array} \right) -3
 \end{array}$$

Формуємо обчислювальні навички

Виконайте віднімання за стрілочками.

$$5 \xrightarrow{+4} \square \xrightarrow{-6} \square \xrightarrow{+7} \square \xrightarrow{-9} \square \xrightarrow{+6} \square \xrightarrow{-5} \square$$

УСНА ЛІЧБА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Усна лічба має бути на кожному уроці. Залежно від мети уроку, вона відбувається як на початку уроку, так і в середині і наприкінці уроку. Якщо метою усної лічби є повторення і закріплення способів обчислення, то усний рахунок проводиться наприкінці уроку. Якщо усна лічба готує дітей до вивчення нового матеріалу, вона проводиться на початку уроку.

Усна лічба може проводитися в різній формі: бігла слухова лічба, яка супроводжується показом чисел на числових віялах; зорова лічба із записом у зошиті рівностей (або лише відповідей); комбінована — усні обчислення з наступним записом у зошиті результатів обчислення.

Контроль за раціональними прийомами обчислення — важлива умова правильного навчання усної лічби. Тому вчитель має весь час запитувати, як міркували учні, і обговорювати більш раціональний спосіб.

Швидкість лічби виникає в результаті тривалих вправ. Для того щоб учням було цікаво рахувати, треба застосовувати різноманітні картки, у яких завдання подано в різних формах: виконати розгорнений запис розв’язання, записуючи числа, що пропущені; розв’язати завдання, міркуючи подумки, і записати лише відповіді; доповнити числа до 7, або до 9, або до 10; вставити пропущені числа в таблиці «Доданок, доданок, сума»; згрупувати вирази або рівності за спільною ознакою.

Важливими з точки зору підготовки до додавання чисел із переходом через десятку є вправи на доповнення чисел до 10. З цією метою учням пропонується під кожним числом записати число, яке доповнює дане число до 10. Таку роботу можна проводити в парах: один учень називає будь-яке число в межах 10, а його сусід повинен назвати число, що доповнює назване число до 10.

Для усної лічби застосовуються різноманітні віршовані завдання, магічні квадрати, ланцюжки, блок-схеми тощо. Під час гри учням пропонується усно знайти значення виразів і розмалювати різними кольорами малюнок, або здійснити подорож, або вийти з лабіринту, або розшифрувати якесь слово тощо. Корисно проводити усну лічбу у вигляді гри-змагання між командами або роботи в парах. Але частіше вчитель пропонує завдання усно чи за картками з друкованою основою, а учні показують відповідь на ввіялах або вписують їх у картки.

Останнім часом з’явилися книжки-лічилки, де подані стовпчики із виразами, які потрібно обчислити, а батьки або вчитель мають записати час, який витрачений на виконання завдання. Цей час треба порівняти із пропонованими результатами.

2.2.3. Додавання і віднімання в межах 100 без переходу через розряд

З метою подальшого засвоєння розрядного складу двоцифрових чисел і вдосконалення навичок табличного додавання та віднімання без переходу через розряд доцільним є вивчення додавання та віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд.

Відповідно до Типової освітньої програми, цю тему віднесено до додаткових тем курсу математики 1 класу. У чинних підручниках ця тема вивчається на ознайомчому рівні, без контролю набутих результатів. Включення теми до курсу математики 1 класу викликано методичною доцільністю і економічними факторами формування вмінь та навичок, які передбачають, по-перше, розтягнення процесу навчання в часі і, по-друге,

безперервне повторення і вдосконалення набутих умінь і навичок. Треба зазначити, що, виконуючи арифметичні дії додавання і віднімання з двоцифровими числами без переходу через розряд, учні постійно використовують набуті навички додавання і віднімання в межах 10. Під час вивчення додавання і віднімання двоцифрових чисел головним є зосередження уваги на способах виконання цих дій.

Наочні посібники та дидактичний матеріал:

- лічильні палички;
- кружки-намистинки;
- бруски кубиків та окремі кубики;
- плакати зі змістом прийомів обчислення;
- таблиці із розрізними кишнями — схеми способів обчислення.

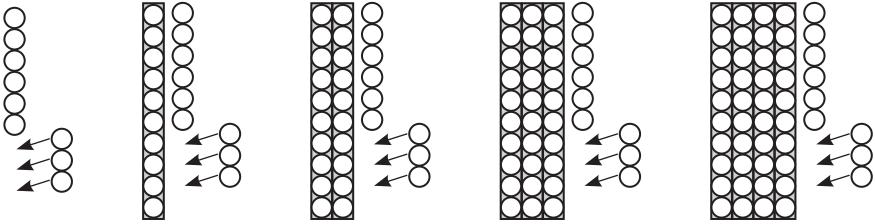
ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДВОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ БЕЗ ПЕРЕХОДУ ЧЕРЕЗ РОЗРЯД

У теорії укрупнення дидактичних одиниць при вивченні математики одним із принципів є одночасне вивчення взаємно обернених дій. Отже, додавання і віднімання доцільно вивчати одночасно і в порівнянні. Це має ряд переваг: по-перше, є можливість на одному й тому ж уроці виконати перевірку правильності розв'язання (додавання перевірити відніманням, віднімання — додаванням); по-друге, одночасне вивчення додавання і віднімання заощаджує час — витрачаються не два уроки, а один урок. Крім того, одночасне виконання взаємно обернених дій розвиває гнучкість розуму, варіативність мислення; а також знання, які пропонуються у порівнянні, засвоюються швидше і міцніше, довше зберігаються в пам'яті. Отже, будемо одночасно розглядати окремі випадки додавання і віднімання.

До вивчення усного додавання і віднімання можливі два підходи: перший полягає у вивченні спочатку часткових випадків додавання і віднімання, а потім пропонується загальний випадок; за другим — учні відразу знайомляться із загальним випадком додавання і віднімання двоцифрових чисел (кожне з них містить і десятки, і одиниці) способом порозрядного додавання, а потім з частковими випадками. Розглянемо перший підхід.

Додавання (віднімання) одноцифрового числа до (від) двоцифрового без переходу через розряд

Ознайомлення здійснюється на підставі практичних вправ із кружками-намистинками або розгляду малюнків, за якими складають рівності.



Коментар до першого малюнка: було 6 одиниць, приєднали (додали) ще 3 одиниці, стало 9 одиниць: $6 + 3 = 9$.

Коментар до другого малюнка: було 16 — це 1 десяток і 6 одиниць; до 16 додали 3; 3 одиниці приєднали (додали) до 6 одиниць, одержали 9 одиниць; отже, маємо 1 десяток і 9 одиниць — це число 19: $16 + 3 = 19$...

На перших етапах засвоєння дії у результаті аналогічних вправ учні доходять висновку:

Одиниці додають до одиниць.

Виконуємо розгорнений запис розв’язання:

$$\begin{array}{c}
 15 + 4 = 10 + 5 + 4 = 10 + 9 = 19 \\
 \wedge \quad \searrow \\
 10 + 5
 \end{array}$$

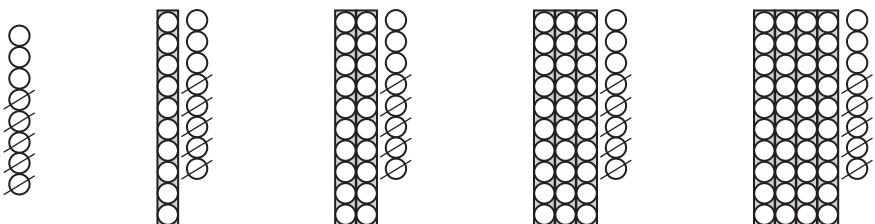
Перший доданок — число 15 — подаємо у вигляді суми розрядних доданків: $15 = 10 + 5$; до суми 10 і 5 треба додати 4; додаємо 4 одиниці до 5 одиниць: $5 + 4 = 9$; до 10 додаємо одержане число 9: $10 + 9 = 19$...

Аналогічно розглядається віднімання. За допомогою практичних дій із кружками-намистинами або розгляду малюнків учні доходять висновку:

Одиниці віднімають від одиниць.

Наприклад:

Скільки в числі десятків та одиниць? Що віднімаємо? Число якого розряду змінюється? на скільки? Який висновок можна зробити? За малюнками складіть рівності.



Коментар до першого малюнка: було 8 одиниць, 5 одиниць вилучили (відняли), залишилось 3 одиниці: $8 - 5 = 3$.

Коментар до другого малюнка: було 18 — це 1 десяток та 8 одиниць; з 8 одиниць вилучили 5 одиниць, залишилося 3 одиниці; отже, маємо 1 десяток та 3 одиниці — $13: 18 - 5 = 13$.

Від практичних дій переходимо до їх коментування та виконуємо розгорнений запис розв'язання:

$$17 - 4 = 10 + 7 - 4 = 10 + 3 = 13$$

Зменшуване 17 подаємо у вигляді суми розрядних доданків: 10 і 7; будемо від суми 10 і 7 віднімати число 4; 4 одиниці віднімаємо від 7 одиниць, буде 3; до числа 10 додаємо результат віднімання одиниць — число 3, одержимо 13.

У результаті аналізу власної діяльності школярі формулюють ООД (орієнтувальну основу дії):

Додавання
Віднімання одноцифрового числа **до**
від двоцифрового

без переходу через розряд

- 1) Двоцифрове число замінюю сумою десятків та одиниць.
- 2) Додаю одиниці до одиниць.
віднімаю від одиниць.
- 3) До десятків додаю одержаний результат.

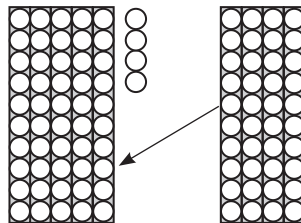
На етапі закріплення розглянутого способу обчислення доцільним буде запропонувати для обчислення значень пар виразів типу: $4 + 3$, $14 + 3$, $54 + 3$; $7 - 4$, $17 - 4$, $67 - 4$...

Додавання (віднімання) круглого числа до (від) двоцифрового

Ознайомлення з новим способом дії здійснюється аналогічно.

Яке число позначено зліва? [54]
Скільки в цьому числі десятків? [5 десятків.] Скільки в цьому числі одиниць? [4 одиниці.]

Яке число позначено справа? [40 — 4 десятки.] Яку арифметичну дію слід виконати? [Треба об'єднати, а це означає додати.] До чого будемо додавати



4 десятки? [До 5 десятків.] Скільки одержимо? [Буде 9 десятків і ще 4 одиниці — 94.] Складіть рівність. [54 + 40 = 94.] Який висновок можна зробити?

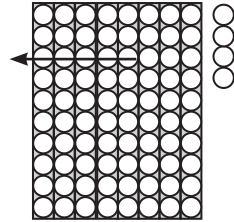
! Десятки додають до десятків!

На наступному етапі навчання виконуємо розгорнений запис розв’язання та коментуємо власні дії:

$$\begin{array}{c} 35 + 30 = 30 + 5 + 30 = 60 + 5 = 65 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 30 + 5 \end{array}$$

Коментар. Двоцифровий перший доданок 35 замінюємо сумою розрядних доданків. Замість числа 35 пишемо суму 30 і 5; до цієї суми треба додати число 30; десятки додаємо до десятків: 30 + 30 = 60; до одержаного результату додаємо одиниці: 60 + 5 = 65.

Яке число позначено намистинками? [84] Скільки в ньому десятків? [8 десятків.] Скільки одиниць? [4 одиниці.] Віднімемо 5 десятків, або 50. Від 8 десятків віднімемо 5 десятків. Одержимо 3 десятки та ще 4 одиниці — 34. Складаємо рівність: 84 - 50 = 34. Доходимо висновку:



! Десятки віднімають від десятків!

При виконанні наступних завдань з коментарем виконуємо розгорнений запис:

$$\begin{array}{c} 57 - 40 = 50 + 7 - 40 = 10 + 7 = 17 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 50 + 7 \end{array}$$

Двоцифрове зменшуване 57 подаємо у вигляді суми розрядних доданків 50 і 7; від цієї суми будемо віднімати число 40; десятки віднімаємо від десятків: 50 - 40 = 10; до одержаного результату 10 додаємо 7 одиниць, буде 17.

У результаті аналізу власної діяльності школярі формулюють ООД:

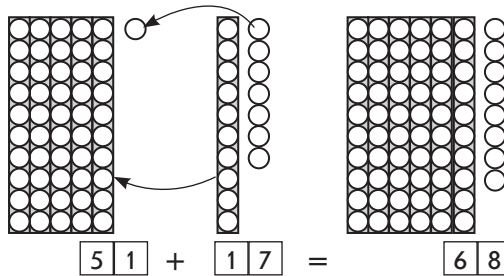
! Додавання Віднімання круглого числа до від двоцифрового

- 1) Двоцифрове число замінюю сумою десятків та одиниць.
- 2) Додаю десятки до десятків.
Віднімаю від
- 3) До одержаного результату додаю одиниці.

Спосіб порозрядного додавання двоцифрових чисел без переходу через розряд

На етапі підготовчої роботи слід актуалізувати розрядний склад двоцифрових чисел; подання числа у вигляді суми розрядних доданків; додавання і віднімання круглих десятків (способом укрупнення розрядних одиниць) та табличне додавання і віднімання без переходу через розряд.

Пояснення можна здійснити через практичні вправи із дидактичним матеріалом (кружками-намистинками) або коментуючи малюнок:



Коментар. Перший доданок — число 51, це 5 десятків та 1 одиниця; другий доданок — число 17, це 1 десяток і 7 одиниць. Десятки додаємо до десятків [5 д. + 1 д. = 6 д.]; одиниці додаємо до одиниць [1 + 7 = 8]. Одержали число, що містить 6 десятків і 8 одиниць, — це число 68.

Таким чином, діти доходять висновку:

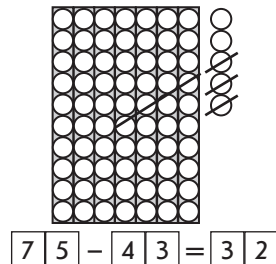


При додаванні двоцифрових чисел десятки додають до десятків, а одиниці додають до одиниць.

Отже, виконуємо дії окремо з десятками й окремо з одиницями — порозрядно, тому цей спосіб називають способом порозрядного додавання.

Ознайомлюємо учнів зі способом порозрядного віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд, ставлячи проблемне запитання: «Чи можна так само міркувати при відніманні двоцифрових чисел?».

Зменшуване — число 75, це 7 десятків та 5 одиниць, від’ємник — 43, це 4 десятки та 3 одиниці. Десятки віднімаємо від десятків [7 д. - 4 д. = 3 д.], а одиниці



2.2. Числа 11–100

віднімаємо від одиниць [$5 - 3 = 2$]; одержали число, яке містить 3 десятки і 2 одиниці — це число 32.

Таким чином, доходимо висновку:



При відніманні двоцифрових чисел десятки віднімають від десятків, а одиниці віднімають від одиниць.

Отже, виконуємо дії окремо з десятками й окремо з одиницями — порозрядно, тому цей спосіб називають способом порозрядного віднімання.

Можна порівняти міркування при додаванні та при відніманні:



При додаванні двоцифрових чисел окремо виконують дії з десятками й окремо — з одиницями, а одержані результати додають.

У результаті аналізу власної діяльності школярі формулюють ООД:



Додавання і віднімання двоцифрових чисел

1. Заміняю кожне число сумою десятків і одиниць.
2. Додаю десятки.
Віднімаю десятки.
3. Додаю одиниці.
Віднімаю одиниці.
4. Додаю одержані числа.

$$\begin{array}{r} 32 + 54 = 30 + 2 + 50 + 4 = 80 + 6 = 86 \\ \wedge \quad \wedge \\ 30 + 2 \quad 50 + 4 \end{array}$$

Коментар. Перший доданок — число 32 — заміняємо сумою розрядних доданків: $30 + 2$; другий доданок 54 заміняємо сумою розрядних доданків: $50 + 4$; замість 32 пишемо суму 30 і 2, а число 54 додаємо так — спочатку додаємо 50, а потім ще додаємо 4; десятки додаємо до десятків: $30 + 50 = 80$; одиниці додаємо до одиниць: $2 + 4 = 6$; додаємо одержані числа: $80 + 6 = 86$.

$$\begin{array}{r} 86 - 55 = 80 + 6 - 50 - 5 = 30 + 1 = 31 \\ \wedge \quad \wedge \\ 80 + 6 \quad 50 + 5 \end{array}$$

Коментар. Зменшуване 86 заміняємо сумою розрядних доданків: $80 + 6$; від'ємник 55 заміняємо сумою розрядних доданків:

50 + 5; замість 86 пишемо суму 80 і 6, а 55 віднімаємо так: спочатку віднімаємо одну частину — 50, а потім віднімаємо іншу частину — 5; віднімаємо десятки від десятків: $80 - 50 = 30$; віднімаємо одиниці від одиниць: $6 - 5 = 1$; додаємо одержані числа: $30 + 1 = 31$.

У процесі формування навички порозрядного додавання та віднімання поступово міркування та запис розв'язання скорочуються:

$$\begin{array}{c} 32 + 47 = 70 + 9 = 79 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 30+2 \quad 40+7 \\ \longleftarrow \quad \longrightarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 67 - 45 = 20 + 2 = 22 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 60+7 \quad 40+5 \\ \longleftarrow \quad \longrightarrow \end{array}$$

Коментар. 32 — це $30 + 2$, 47 — це $40 + 7$; додаємо десятки до десятків: $30 + 40 = 70$, запишемо це; додаємо одиниці до одиниць: $2 + 7 = 9$, запишемо це; додаємо одержані числа: $70 + 9 = 79$.

67 — це $60 + 7$; 45 — це $40 + 5$; віднімаємо десятки від десятків: $60 - 40 = 20$, запишемо це; віднімаємо одиниці від одиниць: $7 - 5 = 2$, запишемо це; додаємо одержані числа: $20 + 2 = 22$.

Після того як учні засвоїли всі складові операції і здатні пояснювати їх виконання, дія переходить до наступного етапу, коли учень пропускає допоміжні операції і фіксує лише основні:

$$\begin{array}{c} 44 + 35 = 79 \\ \longleftarrow \quad \longrightarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 58 - 36 = 22 \\ \longleftarrow \quad \longrightarrow \end{array}$$

Коментар. $44 + 35$ — десятки додаємо до десятків: $40 + 30 = 70$, буде 7 десятків, пишемо в числі 7 десятків; одиниці додаємо до одиниць: $4 + 5 = 9$, буде 9 одиниць, пишемо на місці одиниць 9; маємо 79.

$58 - 36$ — десятки віднімаємо від десятків: $5 \text{ д.} - 3 \text{ д.} = 2 \text{ д.}$, буде 2 десятки, пишемо на місці десятків; одиниці віднімаємо від одиниць: $8 - 6 = 2$, буде 2 одиниці, пишемо на місці одиниць; маємо 22.

Додавання та віднімання частинами

Підготовча робота полягає в актуалізації способів додавання і віднімання одноцифрового числа та круглих десятків; способу додавання і віднімання частинами для чисел першої п'ятірки.

Ознайомлення зі способом додавання і віднімання частинами для двоцифрових чисел здійснюється під час порівняння пар записів:

$$34 + 10 + 2 = 44 + 2 = 46$$

$$47 - 20 - 4 = 27 - 4 = 23$$

$$34 + 12$$

$$47 - 24$$

Знаходимо значення першого виразу і встановлюємо, що воно може допомогти знайти значення другого виразу. Аналізуючи виконувані дії, встановлюємо, як можна міркувати при додаванні і відніманні двоцифрових чисел, формулюємо ООД:



Додавання і віднімання двоцифрових чисел частинами

1. Замінюю другий доданок від'ємник сумою десятків і одиниць.
2. Додаю Віднімаю десятки.
3. Додаю Віднімаю одиниці.

$$34 + 25 = 34 + 20 + 5 = 54 + 5 = 59$$

$$47 - 26 = 47 - 20 - 6 = 27 - 6 = 21$$

Коментар. Другий доданок 25 подаємо у вигляді суми розрядних доданків: 20 + 5; до 34 будемо додавати 25 не відразу, а частинами — спочатку додамо 20, а потім 5; 34 + 20 = 54; до одержаного результату 54 додамо 5, буде 59.

Від'ємник 26 подаємо у вигляді суми розрядних доданків: 20 + 6; від 47 будемо віднімати 26 не відразу, а частинами — спочатку віднімемо 20, а потім віднімемо 6; 47 - 20 = 27; від одержаного результату 27 віднімемо 6, буде 21.

Корисно порівняти способи порозрядного додавання та віднімання зі способами обчислення частинами.

$$53 + 26 = 50 + 3 + 20 + 6 = \square$$

$$96 - 64 = 90 + 6 - 60 - 4 = \square$$

$$53 + 26 = 53 + 20 + 6 = \square$$

$$96 - 64 = 96 - 60 - 4 = \square$$

При порозрядному обчисленні ми кожне число замінюємо сумою розрядних доданків, а при обчисленні частинами замінюємо лише другий доданок або від'ємник сумою розрядних доданків.

Обчисливши двома способами, ми одержали однакові результати. Розв'язання іншим способом — це непряма перевірка правильності.

При додаванні і відніманні частинами можна міркувати скорочено. Прокоментуйте розв'язання.

$$56 + 41 = 97$$

$$87 - 54 = 33$$

$$25 + 63 = 88$$

Коментар. Другий доданок 41 — це 40 + 1; до 56 додаємо 40, буде 96; до 96 додаємо 1, буде 97.

Від'ємник 54 — це $50+4$; від 87 віднімаємо 50, буде 37; від 37 віднімаємо 4, одержуємо 33...

Додавання зручним способом

Перед ознайомленням слід актуалізувати застосування переставного закону додавання у випадках додавання більшого числа до меншого: $4+5=5+4=9$.

Переставний закон додавання застосовується не лише у випадках додавання більшого числа до меншого, а й для раціоналізації обчислень у випадку кількох доданків. Наприклад:

$$4+5+6=4+6+5=10+5=15$$

$$2+7+8+3=2+8+3+7=10+10=20$$

Аналізуючи розв'язання, звертаємо увагу на те, що числа 4 і 6, 2 і 8, 7 і 3 складають число 10, а 10 легко додавати до будь-якого числа. Таким чином, щоб раціоналізувати обчислення суми, треба вибирати такі пари чисел, які в сумі дають 10.

Переставний закон додавання формулюється ще й так:



Числа можна додавати в будь-якому порядку.

На етапі первинного закріплення пропонуємо учням застосувати переставний закон додавання для раціоналізації обчислення сум:

$$1+6+9$$

$$20+7+3+50$$

Коментар. $1+6+9$ — серед доданків є пара чисел, яка в сумі дає 10 — це 1 і 9, тому переставимо доданки так: $1+9+6=10+6=16$.

$20+7+3+50$ — серед доданків є пара чисел, яка в сумі дає 10 — це 7 і 3, є також пара круглих чисел — їх також легко додавати; тому зробимо дві пари 7 і 3, 20 і 50: $20+50+7+3=70+10=80$.

Таким чином, ми розглянули прийоми обчислення двоцифрових чисел без переходу через розряд: порозрядне додавання і віднімання та обчислення частинами; акцентували увагу на раціоналізації обчислень. Доцільність подання цього навчального матеріалу без контролю результатів у 1 класі ґрунтується на психологічних вимогах формування вмій та навичок, зокрема на потребі в розтягненні цього процесу.

Якщо вчитель у 1 класі приділив увагу формуванню прийомів додавання та віднімання в межах 100 без переходу через розряд, то в 2 класі він має узагальнити та систематизувати розуміння учнів про прийоми обчислення. Розглянемо методику

роботи із узагальнення і систематизації прийомів додавання та віднімання без переходу через розряд у межах 100 у 2 класі.

У процесі роботи з узагальнення та систематизації знань після порівняння виконуваних дій при додаванні та відніманні частинами й порозрядному додаванні і відніманні пропонуємо виконувати обчислення двома способами. Поки діти не знайомі із перевіркою арифметичних дій додавання і віднімання, розв’язання другим способом є непрямым свідченням про правильність або неправильність розв’язку.

$$\begin{array}{l}
 54 + 25 = \square + \square + \square + \square = \square + \square = \square \\
 \begin{array}{cc}
 \swarrow & \swarrow \\
 \square + \square & \square + \square \\
 \end{array} \\
 54 + 25 = \square + \square + \square = \square + \square = \square \\
 \begin{array}{c}
 \swarrow \\
 \square + \square
 \end{array} \\
 47 - 23 = \square + \square - \square - \square = \square + \square = \square \\
 \begin{array}{cc}
 \swarrow & \swarrow \\
 \square + \square & \square + \square \\
 \end{array} \\
 47 - 23 = \square - \square - \square = \square - \square = \square \\
 \begin{array}{c}
 \swarrow \\
 \square + \square
 \end{array}
 \end{array}$$

Метою цього етапу є не лише розуміння учнями прийомів обчислення, а й набуття ними обчислювальної навички. Щодо порозрядного додавання та віднімання, то цьому прийому в 1 класі приділяється більше уваги, але й додаванню і відніманню частинами слід спеціально вчити учнів.

Формування цього прийому відбувається поетапно. Після того, як учня засвоїли суть прийому, вільно пояснюють виконвані операції, дія починає скорочуватися — учні називають лише основні операції і фіксують їх у скороченому записі. На цьому етапі учням можна пропонувати картки з друкованою основою.

$$\begin{array}{ccc}
 15 + 12 = \square & 27 - 14 = \square & 56 + 23 = \square \\
 \begin{array}{c} \swarrow \\ \square + \square \end{array} & \begin{array}{c} \swarrow \\ \square + \square \end{array} & \begin{array}{c} \swarrow \\ \square + \square \end{array}
 \end{array}$$

Після проведеної роботи діти обирають для себе найзручніший спосіб обчислення і в наступних завданнях усі міркування здійснюють про себе, а записують лише відповідь.

$$\begin{array}{ccc}
 56 - 23 = \square & 77 - 33 = \square & 88 - 67 = \square \\
 34 + 53 = \square & 53 + 35 = \square & 47 + 12 = \square \\
 78 - 57 = \square & 29 - 17 = \square & 79 - 64 = \square \\
 15 + 12 = \square & 36 + 43 = \square & 33 + 26 = \square
 \end{array}$$

2.2.4. Додавання і віднімання чисел у межах 20 з переходом через розряд

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.



Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- лічильні палички;
- кружки-намистинки;
- бруски кубиків та окремі кубики;
- картки з числами і знаками арифметичних дій;
- плакати зі змістом прийомів обчислення;
- таблиці з розрізними кишеньками;
- картки з друкованою основою — схеми способів обчислення.

Тема «Табличне додавання і віднімання чисел із переходом через десяток» вивчається в 2 класі початкової школи. Під час вивчення теми учні повинні набути обчислювальної навички та скласти таблиці додавання і віднімання з переходом через розряд, застосовуючи для цього різні прийоми. Таким чином, мета вивчення даної теми полягає у формуванні в дітей обчислювальних навичок додавання і віднімання з переходом через розряд, а таблиці додавання і віднімання є кульмінацією цього процесу. Ми ще раз підкреслюємо, що спочатку діти мають набути обчислювальних навичок, і лише після цього є сенс скласти таблиці. Тому доцільним є такий порядок вивчення тем:

1. Додавання і віднімання частинами. Правило додавання суми до числа. Правило віднімання суми від числа.
2. Додавання на підставі переставного закону додавання.
3. Таблиці додавання одноцифрових чисел з переходом через розряд.
4. Таблиці віднімання одноцифрових чисел з переходом через розряд.
5. Віднімання двома способами: частинами та на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання.
6. Таблиці віднімання з переходом через розряд.
7. Зміна різниці залежно від зміни від'ємника.
8. Прийом округлення при додаванні і відніманні.
9. Додавання і віднімання різними способами.
10. Правило віднімання числа від суми. Віднімання на підставі цього правила.
11. Віднімання різними способами.

12. Формування вмінь та навичок знаходження значень числових виразів на 2–3 дії в межах 20 з використанням табличних випадків додавання і віднімання.

Таким чином, лише після засвоєння прийомів додавання частинами і на основі переставного закону можна ввести одночасно всі таблиці додавання, а після формування обчислювальних навичок віднімання частинами та віднімання на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання — усі таблиці віднімання. Далі робота над формуванням обчислювальних навичок не припиняється, і діти знайомляться з іншими прийомами додавання і віднімання.

Отже, мета опанування теми «Табличне додавання і віднімання з переходом через розряд» полягає у формуванні обчислювальних навичок, а не в запам'ятовуванні табличних результатів. Якщо учні набули повноцінних обчислювальних навичок, то вони виконують дію додавання або віднімання миттєво, і немає необхідності, щоб діти механічно запам'ятовували табличні результати.

Складання таблиць додавання і віднімання з переходом через розряд має велике освітнє значення з огляду на формування поняття про залежність суми від зміни одного з доданків, про залежність різниці від зміни зменшуваного, що було розпочато ще в 1 класі під час вивчення таблиць додавання і віднімання в межах 10. Крім того, таблиці можна розглядати як матеріал для підготовки до введення виразів зі змінною — буквених виразів. Саме в цей час доцільно вводити це питання алгебраїчної пропедевтики в початковій школі.

Таким чином, робимо акцент на формування усвідомлених, міцних, гнучких обчислювальних навичок. Нагадаємо, що обчислювальна навичка — це вищий ступінь оволодіння обчислювальними прийомами.

Для випадків додавання в межах 20 з переходом через розряд застосовуються такі прийоми:

- 1) **додавання частинами.** Теоретичною основою є *правило додавання суми до числа*: щоб додати суму до числа, достатньо до цього числа додати перший доданок і до одержаного результату додати другий доданок; або до цього числа додати спочатку другий доданок і до одержаного результату додати перший доданок суми:

$$9 + 3 = 9 + 1 + 2 = 10 + 2 = 12$$

- 2) **додавання на підставі переставного закону додавання.** Теоретична основа — *переставний закон додавання*: від перестановки доданків значення суми не змінюється.

$$3 + 9 \overset{\leftarrow}{\rightleftarrows} 9 + 3 = 12$$

- 3) **округлення.** Теоретична основа — *залежність суми від зміни одного з доданків*: якщо один із доданків збільшиться на кілька одиниць, то й значення суми так само збільшиться на стільки ж одиниць. Цей прийом застосовується лише для випадків, коли один із доданків число, близьке до 10 — або 5, або 6, або 7, або 8, або 9:

$$\textcircled{9} + 3 = 10 + 3 - 1 = 13 - 1 = 12$$

Віднімання в межах 20 з переходом через розряд здійснюється чотирма способами:

- 1) **віднімання частинами.** Теоретична основа — *правило віднімання суми від числа*: щоб відняти суму від числа, достатньо від цього числа відняти спочатку перший доданок, а потім від одержаного результату відняти другий доданок; або від цього числа відняти другий доданок і від одержаного результату відняти перший доданок:

$$11 - 3 = 11 - 1 - 2 = 10 - 2 = 8$$

- 2) **на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання.** Теоретична основа — *взаємозв'язок додавання і віднімання*: якщо від суми двох доданків відняти один доданок, то залишиться інший доданок:

$$11 - 3 = 8 + 3 - 3 = 8$$

- 3) **на підставі правила віднімання числа від суми.** Теоретична основа — *правило віднімання числа від суми*: щоб відняти число від суми, достатньо це число відняти від першого доданка й до одержаного результату додати другий доданок; або це число відняти від другого доданка й до одержаного результату додати перший доданок:

$$11 - 3 = 10 + 1 - 3 = 7 + 1 = 8$$

- 4) **округлення.** Теоретичною основою є *залежність різниці від зміни від'ємника*: якщо від'ємник збільшиться на кілька

одиниць, то різниця, навпаки, зменшиться на стільки ж одиниць. Цей прийом застосовується лише для випадків віднімання чисел другої п'ятірки: якщо від'ємник — число, близьке до 10: або 5, або 6, або 7, або 8, або 9:

$$11 - \textcircled{6} = 11 - 10 + 4 = 1 + 4 = 5$$

З усіма розглянутими способами обчислення слід познайомити учнів, але на заключному етапі формування обчислювальних навичок дитина обирає для себе найбільш зручний спосіб, записуючи лише остаточну відповідь.

Треба зазначити, що з прийомом додавання і віднімання частинами діти вже добре знайомі. Вони використовували його при додаванні і відніманні чисел першої п'ятірки під час вивчення табличного додавання і віднімання в межах 10 і потім перенесли його на випадки додавання та віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд. З прийомом віднімання на підставі взаємозв'язку дій додавання і віднімання учні так само познайомилися під час вивчення віднімання чисел другої п'ятірки в межах 10. Віднімання від двоцифрового числа, або одноцифрового числа, або круглого числа передбачало подання зменшуваного у вигляді суми десятків та одиниць, і наступні дії виконувалися або з десятками, або з одиницями — по розрядах; але по суті ми використовували правило віднімання числа від суми. Таким чином, зміст цих обчислювальних прийомів не є новим для дітей, їх лише треба перенести в нову ситуацію. Це дає можливість учителю формувати у школярів такий важливий прийом розумової дії, як перенос.

Розглянемо методику навчання окремих питань теми докладно.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ЧАСТИНАМИ

Додаючи числа частинами в межах 20, ми користуємося узагальненням, що числа можна додавати частинами на підставі складу числа. Але при додаванні частинами чисел 2, 3, 4, 5 у межах 10 практично не має значення, яким випадком складу цих чисел користуватися, а при додаванні частинами в межах 20 існує лише один варіант додавання чисел 6–9 частинами — на підставі розкладання на зручні доданки, один із яких доповнює перший доданок суми до 10.

Віднімаючи числа частинами, ми розкладаємо від'ємник на зручні доданки так, щоб один із них зменшував зменшуване до 10, тому що від 10 легко відняти кілька одиниць.

Виходячи з цього, на етапі актуалізації слід згадати склад чисел, запропонувати учням доповнити (або зменшити) числа до 10; випадки додавання і віднімання на підставі розрядного складу числа; способи додавання і віднімання частинами чисел першої п'ятірки в межах 10. Наведемо зміст підготовчих завдань.

1. Напишіть склад чисел.

10	4		5		1		6		9
		8		3		7		2	

9	5		1		8		4	
		3		7		6		2

2. Доповніть або зменшіть числа до 10.

10	10	10	10
$8 + \square$	$17 - \square$	$4 + \square$	$14 - \square$
10	10	10	10
$12 - \square$	$6 + \square$	$18 - \square$	$1 + \square$

3. Як додають та віднімають числа першої п'ятірки в межах 10? Скількома способами можна додати або відняти число? Від чого це залежить? Виконайте додавання і віднімання частинами зручним способом.

$$7 + 2 = \boxed{7 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$7 + 3 = \boxed{7 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$10 - 3 = \boxed{10 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$9 - 2 = \boxed{9 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

На етапі ознайомлення переносимо відомий спосіб додавання і віднімання чисел першої п'ятірки на випадки з переходом через розряд.

Доцільно в першу чергу розглянути випадок додавання і віднімання числа 2 частинами з переходом через розряд. Учні мають самостійно «відкрити» прийом обчислення. З цією метою пропонуємо учням завдання на порівняння рівностей у кожному стовпчику:

Знайдіть значення першого виразу. Чи можна при знаходженні значення другого виразу міркувати так само, як і при знаходженні значення першого?

$8 + 2$

$9 + 2$

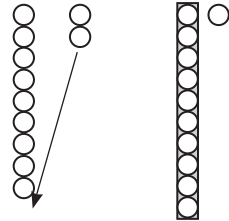
Учні коментують обчислення першого виразу:

$$8 + 2 = 8 + 1 + 1 = 9 + 1 = 10$$

Як треба міркувати при додаванні числа 2? Чи можна цей спосіб застосувати для другого виразу? Проілюструймо дії на намистинках:

$$9 + 2 = 9 + 1 + 1 = 10 + 1 = 11$$

При додаванні числа 2 до 9 ми спочатку до 9 додали 1 й отримали число 10, а до 10 дуже просто додати ще 1. А якби ми до 9 давали не 2, а 3, то число 3 треба було б подати у вигляді суми із доданком 1, тому що 1 доповнює 9 до 10. При додаванні до 9 числа 4 число 4 також слід замінити сумою зручних доданків: $4 = 1 + 3$.



А якби ми додавали до 8 число 4, то подали б його у вигляді іншої суми: $4 = 2 + 2$, тому що 2 доповнює 8 до 10. За потреби практичні вправи з математичними матеріалами можна продовжити.

Учні доходять висновку, що при додаванні частинами з переходом через розряд треба другий доданок подати у вигляді суми зручних доданків так, щоб доповнити перший доданок до 10. Можна сформулювати ООД:

Прийом додавання частинами

- 1) Подаю другий доданок у вигляді суми зручних доданків так, щоб доповнити перший доданок до 10.
- 2) Доповнюю перший доданок до 10.
- 3) Додаю решту одиниць.

При додаванні частинами ключовим моментом є доповнення до 10, тому що до 10 зручно додавати будь-яке число одиниць. Учні роблять припущення, що при відніманні ключовим моментом є зменшення двоцифрового числа до 10, тому що від 10 легко віднімати будь-яке число одиниць!

Знайдіть значення першого виразу. Чи можна при знаходженні значення другого виразу міркувати так само, як і при знаходженні значення першого?

$10 - 4$

$12 - 4$

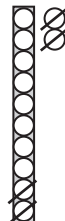
Учні коментують знаходження значення першої різниці:

$$10 - 4 = 10 - 1 - 3 = 9 - 3 = 6$$

Ставиться проблемне запитання: «Чи можна так само міркувати при знаходженні значення різниці 12 та 4?».

$$12 - 4 = 12 - 2 - 2 = 10 - 2 = 8$$

Треба від 12 відняти 4. Ставиться проблемне запитання: «Який із випадків складу числа 4 дозволить зменшити число 12 до 10?». Дії ілюструються за допомогою кружків-намистинок.



Далі обговорюються запитання: «Якою сумою слід замінити число 4, щоб відняти його від числа 11? Якби від 11 треба було відняти число 6, то як це число треба було б подати?».

Школярі формують ООД:



Приєм віднімання частинами

- 1) Подаю від'ємник у вигляді суми зручних доданків так, щоб зменшити зменшуване до 10.
- 2) Зменшую зменшуване до 10.
- 3) Від 10 віднімаю решту одиниць.

У такий спосіб формується ООД додавання і віднімання частинами чисел першої п'ятірки з переходом через розряд. Тепер ці дії мають бути засвоєні в матеріальній або матеріалізованій формі. Для цього пропонуємо учням знайти значення сум або різниць на картках з друкованою основою типу:

$$5 + 4 = \boxed{5 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$10 - 3 = \boxed{10 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

$$9 + 4 = \boxed{9 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$11 - 3 = \boxed{11 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

Як бачимо, у цих картках з друкованою основою учням спочатку пропонуються добре відомі їм випадки додавання і віднімання в межах 10, а другий вираз «пари» передбачає перенос цієї дії на випадок з переходом через розряд. Таким

чином, дитина усвідомлює, що для випадків без переходу через розряд другий доданок або від’ємник подають у вигляді будь-якої суми відповідно до складу числа, а при обчисленнях з переходом через розряд — у вигляді суми зручних доданків так, щоб доповнити або зменшити число до 10. Для засвоєння прийому обчислення учням слід пропонувати достатню кількість завдань. Наступні картки з друкованою основою вже не містять випадків обчислення в межах 10, у них пропонується додавання або віднімання чисел першої п’ятірки з переходом через розряд.

Тепер існує необхідність перенесення прийому обчислення частинами чисел першої п’ятірки на решту одноцифрових чисел. Учні зможуть самостійно здійснити перенос, якщо їм запропонувати пари завдань:

$$9 + 4 = \boxed{9 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$14 - 5 = \boxed{14 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$9 + 6 = \boxed{9 + \square} + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$14 - 9 = \boxed{14 - \square} - \square = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ \square + \square \end{array}$$

Учням пропонуються суми з однаковим першим доданком. За допомогою подібних завдань в учнів формується узагальнення: щоб до 9 додати будь-яке число, достатньо це число подати у вигляді суми зручних доданків, один із яких — число 1. Аналогічно працюємо і з рештою сум, у яких перший доданок або 8, або 7, або 6.

У картці випадки віднімання містять однакове зменшуване, причому в першому виразі від’ємник — число першої п’ятірки, тому що діти вже засвоїли цю дію, а другий — число другої п’ятірки. Переносючи спосіб обчислення в нову ситуацію, діти доходять висновку про те, що від’ємник подаємо у вигляді суми зручних доданків так, щоб зменшуване 14 зменшилося до 10 — це 4 та ще якесь число.

Отже, додавати і віднімати числа другої п’ятірки частинами можна так само, як числа першої п’ятірки.

Можна порівняти міркування при додаванні та відніманні частинами з переходом через розряд. Спільним є подання другого числа (доданка або від’ємника) у вигляді суми зручних доданків; спільним є також одержання числа 10, з яким здійснюються наступні дії. Узагальнимо способи міркування.



**Додавання
Віднімання частинами**

1. Подаю другий доданок у вигляді суми зручних доданків. від'ємник
2. Доповнюю перший доданок до 10. Зменшую зменшуване
3. Додаю до 10 решту одиниць. Віднімаю від

Наприклад:

$$8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

$$15 - 7 = 15 - 5 - 2 = 10 - 2 = 8$$

Після такої роботи можна запропонувати учням самостійно виконати розгорнений запис розв'язання, коментуючи кожний крок розв'язування, спочатку користуючись пам'яткою, а далі — без неї.

Обчислювальний прийом додавання та віднімання частинами поступово засвоюється. Від розгорнених міркувань діти переходять до скорочених. Скоротити міркування допоможуть картки з друкованою основою, на яких фіксуються кроки розкладання другого доданка або від'ємника на суму зручних доданків і подальші дії з числом 10.

$$9 + 8 = 10 + \square = \square$$

$$11 - 5 = 10 - \square = \square$$

Нарешті, дія ще більше скорочується, і фіксується лише розклад другого доданка або від'ємника на зручні доданки та кінцевий результат; учням пропонуються картки з друкованою основою виду:

$$9 + 8 = \square$$

$$11 - 5 = \square$$

$$8 + 7 = \square$$

Якщо учень відразу може записати результат, це свідчить про те, що дія перейшла у внутрішній план.

Після усвідомлення учнями дії додавання та віднімання частинами з переходом через розряд можна познайомити їх з теоретичною основою цих прийомів — правилом додавання суми до числа та правилом віднімання суми від числа.



Правило додавання суми до числа

$$a + (b + c) = \begin{cases} (a + b) + c \\ (a + c) + b \end{cases}$$

Щоб додати суму до числа, достатньо до цього числа додати один доданок, а потім до одержаного результату додати інший доданок.



Правило віднімання суми від числа

$$a - (b + c) = \begin{cases} (a - b) - c \\ (a - c) - b \end{cases}$$

Щоб відняти суму від числа, достатньо від цього числа відняти один доданок, а потім від одержаного результату відняти інший доданок.

Закріплення цих правил здійснюється через обчислення зручним способом:

$7 + (3 + 6)$

$16 - (6 + 7)$

$6 + (8 + 4)$

$14 - (9 + 4)$

та застосовується при додаванні і відніманні частинами.

ДОДАВАННЯ НА ПІДСТАВІ ПЕРЕСТАВНОГО ЗАКОНУ ДОДАВАННЯ

З прийомом додавання на підставі переставного закону учні вже добре знайомі. Додаючи числа другої п'ятірки (6, 7, 8, 9) у межах 10, учні дійшли висновку про те, що незручно до меншого числа додавати більше, треба переставити доданки. Тому лишається перенести означений спосіб міркування в нову ситуацію. З цією метою пропонуємо учням пари сум:

$7 + 4$

$4 + 7$

З'ясуємо, що ці суми відрізняються лише порядком доданків і, знайшовши значення першої суми, ми вже знатимемо результат другої: від переставляння доданків значення суми не змінюється. Обчислюючи в межах 10, при додаванні більшого числа до меншого ми переставляли доданки. Таким чином, і у випадках додавання з переходом через розряд треба міркувати так само: незручно до меншого числа додавати більше число — треба переставити доданки.

Наступні вправи серед завдань на знаходження значень виразів частинами мають містити й завдання на знаходження значень сум на підставі переставного закону додавання.

$$5+8=$$



$$11-6=$$



$$4+7=$$



$$16-8=$$



$$7+5=$$



$$5+6=$$



ТАБЛИЦІ ДОДАВАННЯ ОДНОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ З ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ РОЗРЯД

Результатом засвоєння прийомів обчислення при додаванні з переходом через розряд у межах 20 є складання таблиць додавання. Таблиці додавання можна скласти за сталим доданком або сталою сумою, що спрощує запам'ятовування складу чисел другого десятка, який потрібен для виконання віднімання на підставі взаємозв'язку арифметичних дій додавання і віднімання.

Таблиці додавання

9+2=11	9+3=12		
8+3=11	8+4=12	9+4=13	9+5=14
7+4=11	7+5=12	8+5=13	8+6=14
6+5=11	6+6=12	7+6=13	7+7=14
9+6=15	9+7=16		
8+7=15	8+8=16	9+8=17	9+9=18

Продовжуємо працювати над залежністю суми від зміни одного з доданків або залежністю різниці від зміни зменшуваного. Як зміна одного компонента впливає на значення виразу?

$$\begin{array}{r} 5+6=11 \\ +2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 7+6= \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17-8=9 \\ -2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 15-8= \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7+5=12 \\ +3 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 10+5= \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 - 5 = 8 \\ + 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 15 - 5 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 + 8 = 14 \\ - 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 4 + 8 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 - 4 = 7 \\ + 4 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 15 - 4 = \square \end{array}$$

Коментар. $5 + 6 = 11$ і $7 + 6 = \square$ — перший доданок збільшився на 2, другий доданок не змінився, тому значення суми так само збільшиться на 2: $11 + 2 = 13$, тому $7 + 6 = 13$.

$17 - 8 = 9$ і $15 - 8 = \square$ — зменшуване зменшилося на 2, від’ємник не змінився, тому різниця так само зменшиться на 2. $9 - 2 = 7$, тому $15 - 8 = 7$...

Зазначимо, що таблиці додавання, складені за сталою сумою, дають можливість дослідити залежність суми від зміни обох доданків: якщо один із доданків збільшиться на кілька одиниць, а інший доданок, навпаки, зменшиться на стільки ж одиниць, то значення суми не зміниться.

Складаючи таблиці додавання за сталою сумою, ставимо за мету засвоєння учнями складу чисел другого десятка. Пропонуємо учням достатню кількість вправ на відтворення складу чисел:

12	6		9		7	3		5		6
		2		8			4		10	

ВІДНІМАННЯ ЧИСЕЛ З ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ РОЗРЯД НА ПІДСТАВІ ВЗАЄМОЗВ’ЯЗКУ МІЖ ДІЯМИ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

Міцні знання складу чисел другого десятка є передумовою успішного виконання віднімання чисел із переходом через розряд на підставі взаємозв’язку між діями додавання та віднімання. На етапі підготовки до введення цього обчислювального прийому учні відтворюють склад чисел другого десятка; доповнюють числа до даного; актуалізують знання взаємозв’язку дій додавання і віднімання через виконання завдань на складання з рівності на додавання двох рівностей на віднімання, а також завдань на віднімання від суми двох чисел числа, що дорівнює одному з доданків.

З метою актуалізації опорних знань пропонуємо учням завдання типу:

1. Напишіть склад чисел (доданки у парах не повторюються).

11				

12				

16				

14				

18				

2. Замініть числа сумою.

$11 = \square + 3$

$10 = \square + 6$

$12 = \square + 5$

$15 = \square + 6$

$11 = \square + 5$

$15 = \square + 7$

$12 = \square + 3$

$14 = \square + 5$

$11 = \square + 6$

$14 = \square + 9$

$11 = \square + 4$

$14 = \square + 8$

3. Як пов'язані дії додавання й віднімання? З рівності на додавання утворіть дві рівності на віднімання: $9 + 7 = \square$.

4. Що залишиться, якщо від суми двох доданків відняти один з доданків?

$(5 + 9) - 9 = \square$

$(8 + 6) - 6 = \square$

$(8 + 7) - 7 = \square$

$(5 + 7) - 5 = \square$

$(6 + 8) - 8 = \square$

$(9 + 4) - 4 = \square$

$(7 + 9) - 9 = \square$

$(7 + 5) - 5 = \square$

Безпосередньою підготовкою до введення прийому віднімання на підставі взаємозв'язку арифметичних дій додавання та віднімання в межах 20 є повторення випадків віднімання чисел другої п'ятірки у межах 10, наприклад:

Згадайте, як виконували віднімання чисел другої п'ятірки в межах 10.

$$10 - 9 = (\square + \square) - 9 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + 9 \end{array}$$

$$8 - 7 = (\square + \square) - 7 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + 7 \end{array}$$

Зіставляючи нові випадки обчислення із раніше розв'язаними, переносимо відомий спосіб дії в нову ситуацію.

$$14 - 9 = (\square + \square) - 9 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + 9 \end{array}$$

$$13 - 7 = (\square + \square) - 7 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + 7 \end{array}$$

ВІДНІМАННЯ ЧИСЕЛ НА ОСНОВІ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

ПАМ'ЯТКА

Віднімання чисел на основі взаємозв'язку додавання і віднімання

1. Замінюю зменшуване сумою зручних доданків.
2. Міркую: якщо від суми двох чисел відняти один доданок, то залишиться інший доданок.
3. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад: $11 - 6 = (5 + 6) - 6 = 5$

Оскільки ця дія вже засвоєна дітьми на попередньому етапі навчання, існує можливість відразу перейти до скороченого її виконання:

$$14 - 6 = \square$$

$$\square + \square$$

$$14 - 7 = \square$$

$$\square + \square$$

$$12 - 9 = \square$$

$$\square + \square$$

Зазначимо, що міркувати можна інакше:

$$12 - 8 = \square, \text{ тому що } \square + 8 = 12$$

$$\square + 8$$

Коментар. Від числа 12 відняти 8 — це означає знайти таке число, яке в сумі з 8 дає 12. Це число 4.

Тепер є можливість знаходити значення різниць двома способами. Після того як ці обчислювальні прийоми учні засвоїли, можна скласти таблиці віднімання з переходом через розряд у межах 20. Таблиці можна скласти за сталим від'ємником або за сталим зменшуваним. Найбільш поширеним варіантом є таблиці віднімання зі сталим від'ємником. Водночас, таблиці віднімання, складені за сталим зменшуваним, дають можливість для подальшого дослідження залежності результату дії віднімання від зміни одного з компонентів. Так, таблиці, складені за сталим зменшуваним, дають можливість дослідити залежність значення різниці від зміни від'ємника, яка є теоретичною основою для нового прийому — округлення. Тому розглянемо таблиці віднімання одноцифрових чисел із переходом через розряд.

Таблиці віднімання

11-2=9	12-3=9	13-4=9	14-5=9
11-3=8	12-4=8	13-5=8	14-6=8
11-4=7	12-5=7	13-6=7	14-7=7
11-5=6	12-6=6	13-7=6	14-8=6
11-6=5	12-7=5	13-8=5	14-9=5
11-7=4	12-8=4	13-9=4	
11-8=3	12-9=3		
11-9=2			
15-6=9	16-7=9	17-8=9	18-9=9
15-7=8	16-8=8	17-9=8	
15-8=7	16-9=7		
15-9=6			

Продовжуємо працювати над зміною суми залежно від зміни одного з доданків або зміною різниці залежно від зміни зменшуваного. Як зміна одного компонента впливає на значення виразу?

$$\begin{array}{r} 4 + 6 = 10 \\ + 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 6 + 6 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 - 8 = 6 \\ - 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 12 - 8 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 + 4 = 11 \\ + 3 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 10 + 4 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 - 5 = 6 \\ + 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 13 - 5 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 + 8 = 16 \\ - 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 6 + 8 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 - 7 = 4 \\ + 4 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 15 - 7 = \square \end{array}$$

Коментар. $14 - 8 = 6$ і $12 - 8 = \square$ — зменшуване зменшилося на 2, від’ємник не змінився, тому різниця так само зменшиться на 2. $6 - 2 = 4$, тому $12 - 8 = 4$.

Такий спосіб створення таблиць дає можливість дослідити зміну різниці залежно від зміни від’ємника.

Зміна різниці залежно від зміни від’ємника

Спочатку з’ясуємо характер зміни: від’ємник і різниця змінюються в протилежному напрямі. А потім можна піти далі і сформулювати правило:



Якщо від’ємник збільшиться зменшиться на кілька одиниць, то значення різниці, навпаки, зменшиться збільшиться на стільки ж одиниць.

Наприклад, пропонуємо учням порівняти рівності в таблиці віднімання числа 11. Учні встановлюють, що в цих рівностях зменшуване число 11, змінюються від’ємник та значення різниці. Далі визначаємо характер зміни від’ємника — від’ємник збільшується; і з’ясовуємо характер зміни значення різниці — значення різниці, навпаки, зменшується. Доходимо висновку: значення різниці й від’ємник змінюються в протилежних напрямках. Якщо від’ємник збільшиться (зменшиться), то значення різниці, навпаки, зменшиться (збільшиться).

У таблиці пропонуємо порівняти першу та третю рівності й встановити, на скільки збільшився від’ємник і як ця зміна вплинула на значення різниці. Встановлюємо, що від’ємник збільшився на дві одиниці, а значення різниці, навпаки, зменшилося на стільки ж — на 2 одиниці!

Порівнюємо рівності: $11-9=2$ та $11-6=5$. Встановлюємо, що від’ємник зменшився на 3 одиниці, а значення різниці, навпаки, збільшилося на 3 одиниці.

$$\begin{array}{r}
 11-2 = 9 \\
 11-3 = 8 \\
 11-4 = 7 \\
 11-5 = 6 \\
 11-6 = 5 \\
 11-7 = 4 \\
 11-8 = 3 \\
 11-9 = 2
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +2 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -2 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} -3 \\
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +3
 \end{array}$$

У результаті виконання подібних вправ учні доходять висновку: якщо від’ємник збільшиться на кілька одиниць, то значення різниці, навпаки, зменшиться на стільки ж одиниць (при сталому зменшуваному). Якщо від’ємник зменшиться на кілька одиниць, то значення різниці, навпаки, збільшиться на стільки ж одиниць (при сталому зменшуваному).

Закріплюємо ці правила під час виконання вправ типу:

Дослідіть, як зміна одного компонента впливає на значення виразу.

$$\begin{array}{ccc}
 11-6=5 & 12-8=4 & 15-6=9 \\
 +2 \downarrow \downarrow ? & -2 \downarrow \downarrow ? & +3 \downarrow \downarrow ? \\
 11-8=\square & 12-6=\square & 15-9=\square
 \end{array}$$

Коментар. $11-6=5$ і $11-8=\square$ — від’ємник збільшився на 2, зменшуване не змінилося, тому значення різниці, навпаки, зменшиться на 2. $5-2=3$, тому $11-8=3$.

Можна пропонувати й обернені завдання на визначення зміни від’ємника так, щоб різниця змінилася певним чином:

$$\begin{array}{ccc}
 14-6=8 & 12-8=4 & 17-9=8 \\
 ? \downarrow \downarrow -2 & ? \downarrow \downarrow +4 & ? \downarrow \downarrow -1 \\
 14-\square=6 & 12-\square=8 & 17-\square=7
 \end{array}$$

Наступним кроком можна запропонувати завдання на зміну будь-якого компонента дії віднімання або додавання:

$$\begin{array}{r} 14 - 9 = 8 \\ + 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 16 - 9 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 - 6 = 4 \\ + 3 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 12 - 9 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 + 9 = 18 \\ - 2 \downarrow \quad \downarrow ? \\ 7 + 9 = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 - 6 = 5 \\ ? \downarrow \quad \downarrow + 2 \\ 11 - \square = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 - 8 = 9 \\ ? \downarrow \quad \downarrow - 5 \\ \square - 8 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 + 6 = 12 \\ ? \downarrow \quad \downarrow - 5 \\ 6 + \square = 7 \end{array}$$

Методику навчання учнів інших способів обчислення в межах 20 подано на сайті interactive.ranok.com.ua.

Таким чином, нами запропоновано методику складання таблиць із переходом через розряд і формування обчислювальних навичок додавання і віднімання в межах 20.



2.2.5. Додавання і віднімання чисел у межах 100 з переходом через розряд

До вивчення усного додавання і віднімання з переходом через розряд можливі два підходи: згідно з першим, випадки додавання і віднімання вивчаються паралельно, а за другим — послідовно: спочатку вивчається додавання, а потім віднімання. Також існують відмінності в опрацюванні випадків додавання і віднімання в межах 100 з переходом через розряд: спочатку вивчаються часткові випадки і лише потім — загальний або спочатку розглядається загальний випадок і лише потім — часткові випадки.

Розглянемо паралельне вивчення арифметичних дій додавання та віднімання в межах 100 з переходом через розряд, починаючи з часткових випадків.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ У ВИПАДКУ, КОЛИ СУМА ОДИНИЦЬ ДОРІВНЮЄ 10 АБО ЯКЩО ЗМЕНШУВАНЕ КРУГЛЕ ЧИСЛО

Випадки виду: $52 + 8$, $70 - 8$


Теоретичною основою прийому додавання є правило додавання числа до суми.



$$(a + b) + c = \begin{cases} (c + a) + b \\ (c + b) + a \end{cases}$$

Щоб додати число до суми, достатньо це число додати до одного з доданків і до одержаного результату додати інший доданок.

Теоретичною основою віднімання є правило віднімання числа від суми.



$$(a + b) - c = \begin{cases} (a - c) + b \\ (b - c) + a \end{cases}$$

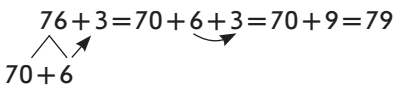
Щоб відняти число від суми, достатньо це число відняти від одного з доданків і до одержаного результату додати інший доданок.

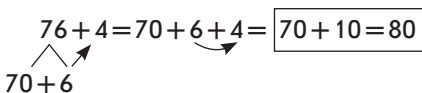
На підставі цих правил додаємо другий доданок до одиниць двоцифрового числа, яке подається у вигляді суми десятків та одиниць, і одержуємо 10; відняти аналогічно неможливо, тому що від одиниць зменшуваного не можна відняти одноцифровий від'ємник, тому зменшуване подають у вигляді суми зручних доданків, один із яких число 10, і вже з десяти віднімають від'ємник. Це обумовлює зміст підготовчої роботи до введення даних випадків обчислення:

- 1) доповнення числа до 10: $7 + \square = 10$;
- 2) подання числа у вигляді суми розрядних доданків: $34 = 30 + 4$;
- 3) табличне додавання і віднімання в межах 10: $4 + 6 = 10$, $10 - 7 = 3$;
- 4) додавання на підставі розрядного складу числа: $60 + 2 = 62$.

Прийом, який застосовується при додаванні одноцифрового числа з переходом через розряд, не є для учнів новим, вони познайомились з ним, додаючи одноцифрове число до двоцифрового без переходу через розряд. Тому актуалізуємо відомий учням спосіб додавання одноцифрового числа до двоцифрового без переходу через розряд і переносимо його на випадок додавання одноцифрового числа до двоцифрового, якщо сума одиниць становить 10.

Як слід міркувати, щоб до 76 додати 3? Чи можна в такий спосіб до 76 додати 4?

$$76 + 3 = 70 + 6 + 3 = 70 + 9 = 79$$


$$76 + 4 = 70 + 6 + 4 = \boxed{70 + 10 = 80}$$


Порівняйте суми. Що змінилося? Як зміна другого доданка вплинула на розв'язання?

Первинне закріплення здійснюється під час розв'язування аналогічних завдань на картці з друкованою основою:

Знайдіть значення виразів.

$$43 + 7 = \square + \square + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$16 + 4 = \square + \square + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

Діти мають усвідомити відмінність нового випадку обчислення від вже відомого. З цією метою пропонується завдання.

На які дві групи можна розбити вирази? За якою ознакою? Знайдіть значення лише тих сум, які ви навчилися розв'язувати на цьому уроці.

$57 + 3$

$64 + 2$

$84 + 6$

$38 + 2$

$45 + 3$

$26 + 2$

$33 + 73$

$97 + 2$

При відніманні одноцифрового числа від двоцифрового з переходом через розряд відомий учням спосіб міркування потребує удосконалення, оскільки ми не можемо від одиниць зменшуваного відняти від'ємник.

З метою «розширення горизонтів» і підведення дітей до випадку, який розглядатиметься в подальшому, доцільне завдання.

На які дві групи можна розбити вирази? За якою ознакою? Знайдіть значення лише тих сум, які ви навчилися розв'язувати на цьому уроці.

$57 + 3$

$46 + 7$

$28 + 2$

$34 + 7$

$12 + 9$

$35 + 5$

$56 + 8$

$27 + 3$

Перед введенням нового випадку віднімання доцільно опрацювати подання круглого числа у вигляді суми зручних доданків, де один із доданків число 10: $60 = 50 + 10$.

Ознайомлення із даним випадком віднімання відбувається аналогічно.

Як можна міркувати, щоб від 39 відняти 8?

$$39 - 8 = 30 + 9 - 8 = 30 + 1 = 31$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 30 + 9 \end{array}$$

Як треба міркувати, щоб від 12 відняти 8? Чим відрізняється цей випадок обчислення від попереднього?

$$12 - 8 = 10 + 2 - 8 = 2 + 2 = 4$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 10 + 2 \end{array}$$

Коментар. У цьому випадку від одиниць зменшуваного не можна відняти одноцифровий від'ємник, тому зменшуване замінюють не сумою розрядних доданків, а сумою зручних доданків.

Якщо від одиниць зменшуваного не можна відняти від’ємник, то зменшуване замінюють сумою зручних доданків, один із яких число 10.

Чи можна так само міркувати, щоб від 40 відняти 8? Чому?

$$40 - 8 = 30 + 10 - 8 = 30 + 2 = 32$$

\swarrow \searrow
 30 + 10

Що змінилося? Як ця зміна вплинула на розв’язання?

Що спільне в обох випадках віднімання? Що спільне в розв’язанні?

Слід наголосити, що в обох випадках віднімання від одиниць зменшуваного не можна відняти одноцифровий від’ємник, тому зменшуване подають у вигляді суми зручних доданків, один із яких число 10, і від 10 віднімають одноцифровий від’ємник. Обидва випадки віднімання ґрунтуються на правилі віднімання числа від суми.

ПАМ’ЯТКА

Віднімання одноцифрового числа від круглого

Прийом віднімання числа від суми

1. Заміною кругле число сумою зручних доданків, один із яких число 10.
2. Віднімаю від 10 одноцифровий від’ємник.
3. Додаю отриману різницю до десятків, що залишилися.
4. Записую (читаю) відповідь.

Первинне закріплення здійснюється під час роботи на картках з друкованою основою:

$$20 - 6 = \square + 10 - 6 = \square + \square = \square$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$\square + 10$$

$$70 - 3 = \square + \square - \square = \square + \square = \square$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$\square + \square$$

З метою диференціювання нового випадку віднімання від вже вивчених пропонуємо учням завдання.

На які дві групи можна розбити вирази? За якою ознакою? З різниць виключіть зайві, ті, що відрізняються способом обчислення. Знайдіть значення різниць, що залишилися.

$90 - 4$

$63 + 7$

$30 - 8$

$87 - 64$

$29 - 16$

$60 - 2$

$40 + 7$

$90 - 6$

$56 + 23$

$51 - 0$

$54 - 23$

$7 + 6$

На наступному етапі дія скорочується, міркування згортаються.

1. Як треба міркувати при додаванні? при відніманні? Виконайте розгорнений запис та поясніть вголос виконувані дії.

$$40 - 4 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$72 + 8 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

2. Знайдіть значення виразів, міркуючи скорочено.

$$70 - 6 = 60 + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$58 + 2 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

Для формування обчислювальних навичок треба пропонувати дітям достатню кількість завдань на знаходження значень виразів. Спочатку завдання мають бути не однотипні, щоб дитина зверталася до розгорнутих міркувань:

$6 + 5$

$12 - 7$

$8 + 3$

$56 + 4$

$32 + 8$

$67 + 3$

$60 - 8$

$90 - 5$

$40 - 6$

$70 + 11$

$40 + 15$

$30 + 12$

А потім можна пропонувати й однотипні завдання:

$80 - 7$

$33 + 7$

$30 - 4$

$54 + 6$

$90 - 9$

$50 - 5$

$20 - 8$

$72 + 8$

$65 + 5$

ВИПАДКИ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ОДНОЦИФРОВОГО ЧИСЛА З ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ РОЗРЯД

Випадки виду: $54 + 8$, $73 - 8$.

Теоретичною основою даного випадку додавання є *правило додавання числа до суми*, а віднімання — *правило віднімання числа від суми*.

На етапі підготовки слід актуалізувати:

- 1) подання двоцифрового числа у вигляді суми розрядних доданків: $56 = 50 + 6$;
- 2) табличне додавання одноцифрових чисел із переходом через розряд: $7 + 4 = 11$;
- 3) додавання до круглого числа двоцифрового числа без переходу через розряд: $40 + 14 = 54$;
- 4) табличне віднімання з переходом через розряд: $14 - 5 = 9$;
- 5) додавання на підставі розрядного складу числа: $50 + 5 = 45$.

Ознайомлення із випадком додавання одноцифрового числа з переходом через розряд можна провести двома способами:

- 1) зіставлення нового випадку з розглянутим вище: $76+4$ та $76+5$;
- 2) зіставлення нового випадку з випадком додавання одноцифрового числа без переходу через розряд: $76+3$, $76+5$.

Розглянемо перший підхід.

Знайдіть значення сум: $76+4$ та $76+5$. Як будемо міркувати при обчисленні першої суми? Чи можна так само міркувати при обчисленні другої суми? Прокоментуйте розв'язання.

$$76+4=70+6+4=70+10=80$$

$\begin{array}{c} \wedge \\ 70+6 \end{array}$

$$76+5=70+6+5=70+11=81$$

$\begin{array}{c} \wedge \\ 70+6 \end{array}$

Випадки додавання, коли сума одиниць першого та другого доданків більша за 10, вважаються випадками додавання з переходом через розряд.

Порівняйте суми. Чим вони відрізняються? Що змінилося? Як ця зміна вплинула на розв'язання? Що спільне в розв'язаннях? Чи можна при додаванні з переходом через розряд міркувати так само, як і у випадках додавання без переходу через розряд?

Розглянемо другий підхід.

Знайдіть значення сум.

$$76+3=70+6+3=70+9=79$$

$\begin{array}{c} \wedge \\ 70+6 \end{array}$

$$76+5=70+6+5=70+11=81$$

$\begin{array}{c} \wedge \\ 70+6 \end{array}$

Як будемо міркувати при знаходженні значення першої суми? Чи можна так само міркувати при знаходженні значення другої суми? [Так, число 76 треба подати у вигляді суми десятків та одиниць. До одиниць додати другий доданок і отриманий результат додати до десятків.] Порівняйте розв'язання. Чим вони відрізняються? [У другому випадку сума одиниць першого і другого доданків дорівнює 11, і до 70 треба вже додавати не 9, а 11, що трохи важче. У результаті ми отримали число наступного розряду.]

У цьому випадку ми перейшли через розряд. Отже, випадки додавання, коли сума одиниць першого доданка і другого доданка більша або дорівнює 10, називають випадками з переходом через розряд.

Спосіб міркування для знаходження значення обох сум однаковий: двоцифровий доданок подають у вигляді суми десятків та одиниць, другий доданок додають до одиниць і отриманий результат додають до десятків.

Перед введенням нового випадку віднімання треба опрацювати подання двоцифрового числа у вигляді суми зручних доданків, у якій один із доданків — десятки, але на один десяток менше, а другий — одиниці та ще один десяток: $73 = 60 + 13$.

Ознайомлення із випадком віднімання одноцифрового числа від двоцифрового з переходом через розряд також можна провести двома способами:

- 1) зіставлення нового випадку з розглянутим вище: $50 - 8$ та $53 - 8$;
- 2) зіставлення нового випадку з випадком віднімання одноцифрового числа без переходу через розряд: $76 - 3$, $76 - 9$.

Розглянемо першій підхід.

Знайдіть значення різниць: $50 - 8$ та $53 - 8$. Порівняйте різниці. Чим відрізняються зменшувані? Як міркували в першому випадку? Чи можна так само міркувати в другому випадку? Чи можна в другому випадку зменшуване подати у вигляді суми зручних доданків? Яких? Від якого числа зручно відняти 8? Як будемо міркувати?

$$\begin{array}{l}
 50 - 8 = 40 + 10 - 8 = 40 + 2 = 42 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 40 + 10 \\
 53 - 8 = 40 + 13 - 8 = 40 + 5 = 45 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 40 + 13
 \end{array}$$

Випадки віднімання, коли від одиниць зменшуваного не можна відняти одиниці від'ємника, вважають випадками віднімання з переходом через розряд.

Учні порівнюють міркування в обох випадках, визначають спільне й формулюють ООД.



ПАМ'ЯТКА

Віднімання одноцифрового числа від двоцифрового з переходом через розряд

Прийом на основі правила віднімання числа від суми

1. Подаю зменшуване у вигляді суми зручних доданків, де перший доданок десятки, а другий — одиниці + 10.
2. Віднімаю від'ємник від другого доданка.
3. Додаю до першого доданка отриманий результат.
4. Записую (читаю) відповідь.

Первинне закріплення здійснюється під час роботи на картках з друкованою основою.

$$81 - 3 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$64 + 9 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

На наступному етапі міркування скорочуються.

$$76 - 8 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$34 - 5 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$32 - 6 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

$$44 + 8 = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

У подальшому навчанні розглянуті випадки додавання і віднімання одноцифрового числа з переходом через розряд розв'язуються іншим способом — **частинами**. Теоретичною основою цього прийому обчислення є *правило додавання (віднімання) суми до числа*.

На етапі актуалізації повторюємо випадки табличного додавання і віднімання з переходом через розряд, застосовуючи спосіб додавання і віднімання частинами.

$$12 - 5 = \boxed{12 - \square} - \square = 10 - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ \square + \square \end{array}$$

$$7 + 4 = \boxed{7 + \square} + \square = 10 + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ \square + \square \end{array}$$

Повторюємо склад одноцифрових чисел: 1) доповнюємо число до 10: $6 + \square = 10$; 2) доповнюємо число до найближчого круглого числа: $67 + \square = 70$; 3) зменшуємо число до найближчого круглого числа: $82 - \square = 80$.

Актуалізуємо випадки додавання, коли сума одиниць дорівнює 10, та випадки віднімання, якщо зменшуване — кругле число: $54 + 6$ та $60 - 8$; додавання та віднімання на підставі розрядного складу числа: $30 + 5$, $45 - 5$.

Ознайомлення здійснюється через зіставлення випадків табличного додавання з переходом через розряд та випадків додавання одноцифрового числа до двоцифрового з переходом через розряд способом додавання частинами; випадків табличного віднімання з переходом через розряд та випадків віднімання одноцифрового числа від двоцифрового з переходом через розряд способом віднімання частинами:

$$8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 10 + 4 = 14$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 2 + 4 \end{array}$$

$$48 + 6 = 48 + 2 + 4 = 50 + 4 = 54$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 2 + 4 \end{array}$$

$$14 - 6 = 14 - 4 - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$34 - 6 = 34 - 4 - 2 = 30 - 2 = 28$$

Порівняйте вирази в кожному рядку. Що змінилося? Порівняйте розв'язання. Що спільне в розв'язаннях? Як зміна першого доданка або зменшуваного вплинула на розв'язання?

Діти доходять висновку, що додавання одноцифрового числа до двоцифрового з переходом через розряд можна здійснити частинами, причому міркують так само, як і при додаванні одноцифрових чисел із переходом через розряд. Аналогічного висновку учні доходять й про віднімання частинами.

Первинне закріплення здійснюється при виконанні завдань на картці з друкованою основою.

$$29 + 4 = \square + \square + \square = \square + \square = \square$$

$$61 - 2 = \square - \square - \square = \square - \square = \square$$

$$42 + 9 = \square + \square + \square = \square + \square = \square$$

$$43 - 7 = \square - \square - \square = \square - \square = \square$$

Оскільки спосіб дії дітям добре знайомий, можна скоротити запис:

$$54 + 8 = \square + \square = \square$$

$$43 - 7 = \square - \square = \square$$

Наступним кроком є обчислення двома способами:

$$75 + 6 = \square + \square = \square$$

$$75 + 6 = \square + \square = \square$$

Коментар.

1-й спосіб — на підставі правила додавання числа до суми.

- 1) Перший доданок 75 подаємо у вигляді суми десятків та одиниць: $70 + 5$.
- 2) До суми 70 та 5 додаватимемо 6; 6 додаватимемо до 5, одержимо 11.
- 3) До 70 додамо одержаний результат 11, буде 81.

2-й спосіб — частинами. Теоретичною основою є правило додавання суми до числа.

- 1) Другий доданок 6 подаємо у вигляді суми зручних доданків так, щоб 75 доповнити до круглого: $6 = 5 + 1$.
- 2) До 75 спочатку додаємо 5, а потім 1. До 75 додаємо 5, буде 80.
- 3) До 80 додаємо решту одиниць: $80 + 1 = 81$.

Аналогічно виконується віднімання.

$$82 - 7 = \square + \square = \square$$

$\swarrow \nearrow$
 $70 + 12$

$$82 - 7 = \square - \square = \square$$

$\searrow \swarrow$
 $2 + 5$

1-й спосіб — віднімання на підставі правила віднімання числа від суми.

- 1) Зменшуване 82 подаємо у вигляді суми зручних доданків, де перший доданок десятки, але на один десяток менше, а другий — одиниці та ще один десяток: $82 = 70 + 12$.
- 2) Від 12 відніматимемо 7: $12 - 7 = 5$.
- 3) До 70 додамо одержаний результат: $70 + 5 = 75$.

2-й спосіб — частинами. Теоретичною основою є правило віднімання суми від числа.

- 1) Від'ємник 7 подаємо у вигляді суми зручних доданків так, щоб зменшуване 82 зменшити до найближчого круглого числа 80: $7 = 2 + 5$.
- 2) Від 82 віднімемо спочатку 2, а потім ще 5. $82 - 2 = 80$.
- 3) Від 80 віднімемо ще 5, одержимо 75.

З методикою перенесення прийому округлення в ситуацію додавання та віднімання одноцифрового числа до/від двоцифрового з переходом через розряд, а також з алгоритмами обчислення різними способами, можна ознайомитися на сайті interactive.ranok.com.ua.



ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДВОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ З ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ РОЗРЯД ЧАСТИНАМИ

Існує два способи додавання двоцифрових чисел із переходом через розряд частинами:

- 1) один із доданків замінюється сумою десятків та одиниць;
- 2) один із доданків замінюється сумою зручних доданків.

Що стосується першого способу, то він виконується так само, як і для випадків без переходу через розряд. Спочатку доцільно познайомити учнів з другим способом на підставі аналогії із додаванням частинами в межах 20.

На етапі актуалізації опорних знань учні:

- 1) доповнюють двоцифрові числа до круглих ($37 + 3 = 40$, $42 + 8 = 50$);
- 2) додають до круглого числа двоцифрове число ($60 + 12$), віднімають від круглого числа одноцифрове число ($40 - 7$);
- 3) подають двоцифрове число у вигляді суми двоцифрового та одноцифрового числа: $27 = 4 + \square$;

4) доповнюють двоцифрове число до найближчого круглого числа: $62 + \square = \square$

Пригадуємо, як можна міркувати при обчисленні суми чисел 7 та 6. Учитель записує на дошці спосіб обчислення частинами.

На етапі ознайомлення перед учнями ставиться проблемне запитання: «Чи можна застосувати цей спосіб обчислення для знаходження значення суми чисел 37 і 6? 37 та 26?».

$$7 + 6 = 7 + 3 + 3 = 10 + 3 = 13$$

$$3 + 3$$

$$37 + 6 = 37 + 3 + 3 = 40 + 3 = 43$$

$$3 + 3$$

$$37 + 26 = 37 + 3 + 23 = 40 + 23 = 63$$

$$3 + 23$$

Порівняйте суми. Що змінюється? Як кожна зміна вплинула на розв'язання? Що спільне в розв'язаннях? Як міркували в усіх цих випадках? [В усіх розв'язаннях ми подавали другий доданок у вигляді зручних доданків; доповнювали перший доданок до круглого числа і додавали до круглого числа іншу частину другого доданка.]



ПАМ'ЯТКА

Додавання двоцифрових чисел із переходом через розряд

Приєм обчислення частинами

1. Подаю другий доданок у вигляді суми зручних доданків.
2. Доповнюю перший доданок до круглого числа.
3. Додаю до круглого числа іншу частину другого доданка.
4. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад: $37 + 26 = 37 + 3 + 23 = 40 + 23 = 63$.

$$3 + 23$$

З метою підготовки учнів до введення віднімання двоцифрових чисел частинами доцільно опрацювати зменшення двоцифрового числа до круглого. Наприклад: $62 - 4 \square = 20$.

Ознайомлення проводимо аналогічно, зіставляючи відомий випадок табличного віднімання з переходом через розряд з новим випадком — віднімання двоцифрового числа від двоцифрового з переходом через розряд частинами:

$$12 - 5 = 12 - 2 - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 2 + 3 \end{array}$$

$$42 - 5 = 42 - 2 - 3 = 40 - 3 = 37$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 2 + 3 \end{array}$$

$$42 - 25 = 42 - 22 - 3 = 20 - 3 = 17$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 22 + 3 \end{array}$$

Як можна міркувати при відніманні від 12 числа 5? А як знайти різницю чисел 42 та 5 частинами? Чи можна так само міркувати при зменшенні 42 на 25?

Що змінилося? Як кожна зміна вплинула на розв'язання?

Що спільне в розв'язаннях? Як слід міркувати при відніманні частинами?

ПАМ'ЯТКА

Віднімання двоцифрового числа від двоцифрового
Спосіб віднімання частинами

1. Подаю від'ємник у вигляді суми зручних доданків.
2. Зменшую двоцифрове число до круглого.
3. Віднімаю від круглого числа решту одиниць.
4. Записую (читаю) відповідь.

Наприклад: $84 - 29 = 84 - 24 - 5 = 60 - 5 = 55$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ 24 + 5 \end{array}$$

Первинне закріплення додавання і віднімання двоцифрових чисел із переходом через розряд частинами відбувається за допомогою завдань на картках із друкованою основою.

$$34 + 27 = 40 + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$47 + 26 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$53 - 28 = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \square + \square \end{array}$$

$$82 - 64 = \square - \square = \square$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \square + \square \end{array}$$

Треба запропонувати учням достатню кількість завдань на обчислення. Поступово дія почне скорочуватися. Учень усі кроки промовлятиме про себе, а писатиме лише відповідь. Кульмінацією є миттєве виконання дії у розумовому плані.

При додаванні і відніманні двоцифрових чисел без переходу через розряд учні виконували додавання і віднімання частинами, замінюючи другий доданок або від'ємник сумою розрядних

доданків. Цей спосіб міркування слід перенести й на випадки обчислення з переходом через розряд.

На етапі актуалізації слід повторити:

- 1) подання числа у вигляді суми розрядних доданків: $67 = 60 + 7$;
- 2) додавання і віднімання частинами двоцифрових чисел без переходу через розряд.

Ознайомлення відбувається через перенесення способу обчислення для випадків без переходу через розряд на випадки з переходом.

$$47 - 25 = 47 - 20 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20 + 5 \end{array}$$

$$42 - 25 = 42 - 20 - 5 = 22 - 5 = 17$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20 + 5 \end{array}$$

$$33 + 26 = 33 + 20 + 6 = 53 + 6 = 59$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20 + 6 \end{array}$$

$$37 + 26 = 37 + 20 + 6 = 57 + 6 = 63$$

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ 20 + 6 \end{array}$$

Порівняйте вирази в кожному стовпчику. Що змінилося? Як ця зміна вплинула на розв'язання? Що спільне в розв'язаннях? Як треба міркувати при додаванні або відніманні частинами?



ПАМ'ЯТКА

Додавання і віднімання двоцифрових чисел

Спосіб додавання і віднімання частинами

1. Заміняю другий доданок (від'ємник) сумою десятків та одиниць.
2. Віднімаю десятки.
3. Віднімаю від отриманого результату одиниці.
4. Записую (читаю) відповідь.

Відтепер учні додають та віднімають двоцифрові числа з переходом через розряд частинами двома способами: замінюючи другий доданок або від'ємник сумою зручних або сумою розрядних доданків.

ПОРОЗРЯДНЕ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

До цього моменту учні навчилися додавати і віднімати двоцифрові числа частинами, замінюючи другий доданок або від'ємник сумою розрядних доданків, і вміють порозрядно обчислювати суму та різницю двоцифрових чисел без переходу через розряд. Таким чином, існує необхідне підґрунтя для перенесення способу порозрядного додавання і віднімання на обчислення з двоцифровими числами з переходом через розряд.

Зміст підготовчої роботи має включати такі запитання:

- 1) порозрядне додавання і віднімання двоцифрових чисел без переходу через розряд;

- 2) додавання у випадку чотирьох доданків зручним способом:
 $20 + 6 + 30 + 8$;
- 3) подання двоцифрового числа у вигляді суми розрядних доданків: $67 = 60 + 7$;
- 4) подання двоцифрового числа у вигляді суми зручних доданків: $42 = 30 + 12$.

Основною ідеєю методики ознайомлення є зіставлення випадків обчислення без переходу через розряд і нових випадків додавання або віднімання двоцифрових чисел із переходом через розряд.

Порівняйте доданки в сумах. Що змінилося? Як ця зміна впливає на розв'язання?

$$46 + 23 = 40 + 6 + 20 + 3 = 60 + 9 = 69$$

$\begin{array}{cc} \diagup & \diagdown \\ 40 + 6 & 20 + 3 \end{array}$

$$46 + 25 = 40 + 6 + 20 + 5 = 60 + 11 = 71$$

$\begin{array}{cc} \diagup & \diagdown \\ 40 + 6 & 20 + 5 \end{array}$

З'ясуємо, що спільне в розв'язаннях. Діти доходять висновку, що порозрядне додавання виконується так само, як і у випадках без переходу через розряд, і формулюють пам'ятку.

ПАМ'ЯТКА

Додавання двоцифрових чисел із переходом через розряд

Приєм порозрядного додавання

1. Подаю перший доданок у вигляді суми десятків і одиниць.
2. Подаю другий доданок у вигляді суми десятків і одиниць.
3. Додаю десятки до десятків.
4. Додаю одиниці до одиниць.
5. Додаю отримані суми.
6. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад: $38 + 54 = 30 + 8 + 50 + 4 = 80 + 12 = 92$

$\begin{array}{cc} \diagup & \diagdown \\ 30 + 8 & 50 + 4 \end{array}$

Треба зазначити, що існує й інший спосіб введення порозрядного додавання двоцифрових чисел без переходу через розряд. Порівнюємо такі випадки:

$$38 + 4 = 30 + 8 + 4 = 30 + 12 = 42$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 30 + 8 \end{array}$$

$$38 + 24 = 30 + 8 + 20 + 4 = 50 + 12 = 62$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ 30 + 8 \quad 20 + 4 \end{array}$$

У цих сумах однакові перші доданки; суми відрізняються другими доданками: у першій — одноцифрове число, а в другій — двоцифрове. Ця відмінність вплинула на розв’язання таким чином. Спільне: в обох випадках одиниці додаються до одиниць. Відмінне: у другому випадку обидва доданки подаються у вигляді суми десятків та одиниць; у першому випадку — лише перший доданок, тому що другий доданок — одиниці; у другому випадку десятки додають до десятків, а в першому — другий доданок не містить десятків; у другому випадку додаються отримані результати, а в першому — число, отримане після додавання одиниць, додається до десятків.

Як від 56 відняти 24 способом порозрядного віднімання? Порівняйте другу різницю з першою. Що змінилося? Як ця зміна вплине на розв’язання?

$$56 - 24 = 50 + 6 - 20 - 4 = 30 + 2 = 32$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ 50 + 6 \quad 20 + 4 \end{array}$$

$$56 - 27 = 40 + 16 - 20 - 7 = 20 + 9 = 29$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ 40 + 16 \quad 20 + 7 \end{array}$$

Учні з’ясовують, що у другому випадку від одиниць зменшуваного не можна відняти одиниці від’ємника, тому зменшуване треба подати не у вигляді суми розрядних доданків, а замінити сумою зручних доданків.

Треба зазначити, що можливий інший методичний підхід через зіставлення випадку віднімання одноцифрового числа із переходом через розряд і віднімання двоцифрового числа.

Як від 56 відняти 7? Порівняйте другу різницю з першою. Що змінилося? Як ця зміна вплине на розв’язання?

$$56 - 7 = 40 + 16 - 7 = 40 + 9 = 49$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 40 + 16 \end{array}$$

$$56 - 27 = 40 + 16 - 20 - 7 = 20 + 9 = 29$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ 40 + 16 \quad 20 + 7 \end{array}$$

Аналізуючи виконувані дії, учні формулюють ООД.



ПАМ'ЯТКА

Віднімання двоцифрових чисел із переходом через розряд

Приєм порозрядного віднімання

1. Подаю зменшуване у вигляді суми зручних доданків (другий доданок: 10 + одиниці зменшуваного).
2. Подаю від'ємник у вигляді суми десятків і одиниць.
3. Віднімаю десятки.
4. Віднімаю одиниці.
5. Додаю отримані різниці.
6. Читаю (записую) відповідь.

Наприклад: $64 - 37 = 50 + 14 - 30 - 7 = 20 + 7 = 27$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ 50 + 14 & 30 + 7 \end{array}$$

Зіставляючи порозрядне віднімання двоцифрових чисел без переходу та з переходом через розряд, учні доходять висновку, що коли від одиниць зменшуваного не можна відняти одиниці від'ємника, то зменшуване подають у вигляді суми зручних доданків, а далі міркують так само, як і у випадках віднімання без переходу через розряд. Узагальнюємо виконувані дії і формулюємо пам'ятку.



ПАМ'ЯТКА

Приєм порозрядного віднімання

1. Перевіряю, чи можна від одиниць зменшуваного відняти одиниці від'ємника.

Так

Ні

2.

↓
Подаю зменшуване у вигляді суми розрядних доданків

↓
Подаю зменшуване у вигляді суми зручних доданків (друге з яких 10 + одиниці зменшуваного)

3. Подаю від'ємник у вигляді суми десятків та одиниць.
4. Віднімаю десятки.
5. Віднімаю одиниці.
6. Додаю отримані різниці.
7. Читаю (записую) результат.

Наприклад: $64 - 33 = 60 + 4 - 30 - 3 = 30 + 1 = 31$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ 60 + 4 & 30 + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ 64 - 37 = 50 + 14 - 30 - 7 = 20 + 7 = 27 \\ \swarrow & \swarrow \\ 50 + 14 & 30 + 7 \end{array}$$

Первинне закріплення здійснюється за допомогою завдань на картках з друкованою основою.

$$28 + 16 = \square + \square + \square + \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$71 - 36 = \square + \square - \square - \square = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

У міру того як учні засвоюють матеріал, дія поступово скорочується, і можна пропонувати учням децю інші картки з друкованою основою.

$$65 + 37 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$68 + 29 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$82 - 57 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$73 - 59 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

З метою формування обчислювальних навичок слід пропонувати учням достатню кількість завдань на порозрядне додавання і віднімання з переходом через розряд.

Пропонуємо учням здійснювати обчислення кількома способами:

$$45 + 37 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$58 + 23 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$45 + 37 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$58 + 23 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$45 + 37 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

$$58 + 23 = \square + \square = \square$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \swarrow \\ \square + \square & \square + \square \end{array}$$

Про перенесення прийому округлення в нову навчальну ситуацію можна прочитати на сайті interactive.ranok.com.ua.



2.2.6. Табличне множення та ділення

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.



Конкретний зміст арифметичних дій множення і ділення розкривається на прикладі задач, тому зміст підготовчої роботи до введення арифметичних дій множення і ділення нами розглянуто в контексті підготовчої роботи до введення задач на розкриття суті арифметичних дій множення і ділення.

П. М. Ерднієвим і М. П. Ерднієвим та багатьма десятиліттями шкільної практики доведена ефективність одночасного розгляду арифметичних дій множення та ділення, розгляду цих дій у співставленні. Тому розглянемо методику навчання арифметичних дій множення і ділення на основі теорії укрупнення дидактичних одиниць П. М. Ерднієва [37].

ЗМІСТ ТА МЕТОДИКА ПІДГОТОВЧОГО ЕТАПУ

З метою реалізації принципу укрупнення дидактичних одиниць підготовча робота й ознайомлення з конкретним змістом арифметичних дій множення та ділення відбуваються за двома циклами:

- 1) конкретний зміст дії множення і ділення на вміщення;
- 2) конкретний зміст дії ділення на рівні частини та ділення на вміщення.

Під час вивчення нумерації чисел у межах 100 діти впевнилися в користі групування предметів при лічбі: вони лічили двійками, трійками... десятками. На етапі підготовчої роботи до введення арифметичної дії множення продовжуємо лічити групами. Для полегшення лічби групами можна використовувати стрічку чисел від 1 до 100. Стрічка може бути виготовлена зі смужки картонного паперу завдовжки 1 м і завширшки 1 см. Уся стрічка ділиться на 100 клітинок, у кожен клітинку записуються числа по порядку від 1 до 100. За допомогою стрічки учні можуть легко виконувати лічбу шістьками, сімками і т. д. Наприклад, для виконання лічби шістьками шукаємо на стрічці число 6, перегинаємо на смужці по 6 кліток, читаємо числа: 6, 12, 18, 24...

Практичне значення групової лічби показується на прикладах із життя: лічба вишень по 3 ($3+3+3=9$), лічба паличок, із яких складено чотирикутники ($4+4+4+4+4=20$) тощо.

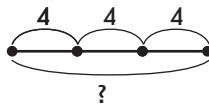
З метою демонстрації необхідності знаходження суми однакових доданків учням пропонуються також задачі.

Розв'яжіть задачу.

Мама купила три пучки моркви, у кожному пучку по 4 морквини. Скільки всього морквин купила мама?

Діти розв'язують цю задачу як задачу на знаходження суми трьох доданків.

I п. — 4 шт.	} ?
II п. — 4 шт.	
III п. — 4 шт.	



Розв'язання
 $4 + 4 + 4 = 12$ (шт.)
 Відповідь: 12 морквин
 усього купила мама.

Усього морквин стільки, скільки буде, якщо по 4 морквини взяти 3 рази. Далі вчитель звертає увагу учнів на короткий запис задачі і показує учням, що його можна виконати інакше, використовуючи слова з умови задачі «по ... взяти ... разів»:

По взяти разів — ?

Таким чином, можна вже на етапі підготовчої роботи познайомити дітей з опорною схемою задач на знаходження суми однакових доданків — на конкретний зміст дії множення; але такі задачі поки що розв'язуються дією додавання.

Наступним кроком можна запропонувати завдання на складання виразу — суми однакових доданків — за малюнком, а далі — сюжетної задачі за виразом, який є її розв'язком.

Запис розв'язання задач аналізується і звертається увага дітей на те, що в сумі доданки однакові. Можна запропонувати таку форму запису:

$$\frac{7+7+7+7}{4 \text{ рази}} = 28$$

По 7 взяти 4 рази
 одержимо 28.

У процесі такої роботи учні усвідомлюють роль групової лічби, засвоюють цю техніку; розв'язують вирази на знаходження суми однакових доданків.

Наприклад, знайти значення суми: $4 + 4 + 4 + 4 + 4$.

Увага при виконанні таких завдань звертається на те, що доданки однакові й визначається число однакових доданків. Розв'язання записуємо таким чином (і обов'язково коментуємо):

$$\frac{4+4+4+4+4}{5 \text{ разів}} = 20$$

По 4 взяти 5 разів
 одержимо 20



Щоб дізнатися, скільки всього, якщо по взяти разів — виконуємо дію додавання.

Під час підготовчої роботи до ознайомлення з дією ділення на вміщення учні виконують практичні завдання.

Розв'яжіть задачу.

12 зошитів роздали учням, по 4 зошити кожному. Скільки учнів отримали зошити?

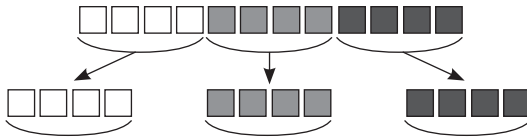
По скільки зошитів повинні отримати учні? [По 4 зошити.] Візьміть 4 зошити і дайте першому учню. Якщо ми віддаємо зошити, то зошитів лишається більше чи менше? Якою арифметичною дією ми дізнаємось, скільки зошитів залишилося? [Дією віднімання.] Запишемо це: $12 - 4$.

Чи всі зошити ми роздали?

Візьміть ще 4 зошити і дайте другому учневі. Продовжимо записувати вираз: $12 - 4 - 4$.

Чи всі зошити роздали? [Ні, не всі.] Візьміть ще 4 зошити і дайте ще одному учневі. Запишемо: $12 - 4 - 4 - 4$.

Чи всі зошити ми роздали? Запишемо це: $12 - 4 - 4 - 4 = 0$.



Скільки учнів отримали зошити? [3 учні отримали зошити.] Учні буде стільки, скільки у 12 зошитах вміщується по 4 зошити. Запишемо це:

$$12 - \frac{4 - 4 - 4}{3 \text{ рази}} = 0.$$

Коментуємо запис: у 12 міститься по 4 три рази.

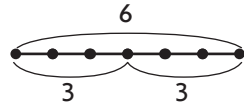


Скільки разів у \square міститься по \square знаходимо дією віднімання.

На наступному етапі пропонуємо учням розв'язати задачі виду:

У бабусі 6 яблук, вона ними пригостила онуків. Кожному онукові вона дала по 3 яблука. Скільки онуків одержали яблука?

Можна кожне з 6 яблук позначити кружком і дужкою відділити яблука, що дали кожному онукові. А можна виконати схематичний рисунок, позначивши кожне яблуко відрізком завдовжки 1 клітинка.



Стільки онуків одержали яблука, скільки в 6 яблуках вміщується по 3 яблука. Тому короткий запис:

У 6 ябл. вміщується по 3 ябл. — ?

Розв'язання:

$$6 - \frac{3 - 3}{2 \text{ рази}} = 0$$

Відповідь: 2 онуки одержали яблука.

Далі пропонуємо завдання на складання задач, розв'язком яких буде вираз: $8 - 2 - 2 - 2 - 2$.

Також корисні завдання на знаходження значення різниці, у якій декілька однакових від'ємників: $15 - 5 - 5 - 5$. Коментуємо: у 15 вміщується по 5 три рази.

З метою запам'ятовування мовленневих конструкцій доцільно пропонувати математичні диктанти. Наприклад:

- 1) Скільки одержимо, якщо по 8 взяти 6 разів?
- 2) Скільки разів в 36 міститься по 9?
- 3) По 12 взяти 5 разів. Скільки буде?
- 4) Скільки разів у 45 міститься по 5?

Корисними є завдання на визначення закономірності та продовження ряду чисел:

5, 10, 15, ...	81, 72, 63, ...
2, 4, 6, ...	40, 36, 32, ...

ОЗНАЙОМЛЕННЯ З АРИФМЕТИЧНИМИ ДІЯМИ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ

Учні мають засвоїти те, що суму однакових доданків можна замінити множенням, а віднімання однакових чисел, доки не одержимо нуль, — діленням; навчитися виконувати відповідні записи та розуміти, що означає кожне число в записі.

Пропонуємо дітям задачу.

Розв'яжіть задачу.

За партою сидять по два учні. Скільки учнів сидять за восьма партами?

Школярі розповідають, про що йдеться в задачі; пояснюють числа і запитання задачі: «Усього учнів стільки, скільки буде, якщо по 2 учні взяти 8 разів»; записують задачу коротко та виконують схематичний рисунок. Далі школярі визначають, що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі, та з'ясовують, якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі.

Якою дією відповімо на запитання задачі? [Дією додавання.] Запишемо розв'язання: $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$ (уч.). Запишемо відповідь: 16 учнів сидять за 8 партами. Чим цікава ця сума? [Тут всі доданки однакові.] У математиці додавання однакових доданків називають **множенням**. Множення — це нова арифметична дія.

Які арифметичні дії ми знаємо? [Додавання, віднімання.] У кожній дії є свій знак: у додаванні «+» — плюс, у відніманні «-» — мінус. Множення записується знаком «•» — крапка.

Суму однакових доданків замінимо множенням; за допомогою нового знака записуємо вираз так: $2 \cdot 8 = 16$.

На першому місці пишемо однаковий доданок 2, а на другому — кількість рівних доданків — 8. Цю рівність читаємо так: два помножити на вісім дорівнює шістнадцять; або по два взяти вісім разів отримаємо шістнадцять.

Запишемо розв'язання задачі за допомогою дії множення: $2 \cdot 8 = 16$ (уч.).

Таким чином, ми розглянули інший спосіб розв'язання цієї задачі.

Відповідаємо на запитання задачі: 16 учнів сидять за 8 партами.

Складаємо і розв'язуємо обернену задачу:

У класі 16 учнів, їх слід розмістити за партами, по 2 учні за кожную парту. Скільки має бути парт у класі?

Школярі розповідають, про що йдеться в задачі; пояснюють числа і запитання задачі; складають схематичний рисунок. Парт буде стільки, скільки разів у 16 вміщується по 2 учні. Діти записують задачу коротко; визначають, що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі, та з'ясовують, якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі.

Якою дією відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.]

Запишемо розв'язання: $16 - \frac{2-2-2-2-2-2-2-2}{8 \text{ разів}} = 0$

У 16 вміщується по 2 вісім разів, тому 8 парт потрібно, щоб розмістити 16 учнів, по 2 учні за кожною партою.

Запишемо відповідь: 8 парт потрібно.

Чим цікавий цей вираз? [Тут ми декілька разів віднімаємо одне й те саме число, доки не отримаємо нуль.]

У математиці віднімання однакових чисел, доки не отримаємо нуль, можна замінити **діленням**. Ділення — це нова арифметична дія.

Які арифметичні дії ми знаємо? [Додавання, віднімання, множення.] У кожній дії є свій знак: у додаванні «+» — плюс, у відніманні «-» — мінус, у множенні «·» — крапка. Ділення записується знаком «:» — двокрапка.

Різницю однакових від'ємників, результатом якої є число 0, замінимо діленням; запишемо вираз за допомогою нового знака: $16 : 2 = 8$.

На першому місці пишемо зменшуване, на другому — однаковий від'ємник, а після знака рівності пишемо, скільки разів вміщується в зменшуваному однаковий від'ємник. Цю рівність

читаємо так: 16 поділити по 2 отримаємо 8, або у 16 вміщується по 2 вісім разів.

Запишемо розв'язання задачі за допомогою дії ділення: $16 : 2 = 8$ — у дужках нічого не пишемо, тому що ми отримали, що 8 разів вміщується у 16 по 2, і лише після цього зробили висновок про кількість парт, які необхідні для розміщення учнів. Таким чином, ми розглянули інший спосіб розв'язування цієї задачі.

Далі діти розв'язують задачі на конкретний зміст дії множення двома способами (додаванням та множенням) і на конкретний зміст дії ділення на вміщення (відніманням та діленням). Причому на цьому етапі результат дії множення учні знаходять, замінюючи множення додаванням однакових доданків, а результат дії ділення — відніманням однакових чисел, у результаті якого одержують нуль. Корисно також розв'язати пари обернених задач: на конкретний зміст множення та ділення на вміщення.

Доцільно дійти висновку:



Щоб отримати більше число, треба додати або помножити, а для того щоб отримати менше число, треба відняти або поділити.

Щоб визначати, коли слід множити або ділити, учні повинні засвоїти мовні конструкції: «взяли, склали по...» — слід виконувати дію множення; «розділили, розклали, розсипали по...» — дію ділення. Таким чином, якщо треба знайти більше число і при цьому об'єднувати по, то виконуємо множення; якщо щось зменшилося і при цьому вилучали по, то виконуємо дію ділення. Виходячи з цього можна зробити узагальнений висновок:



Якщо треба знайти більше число на підставі $\frac{\text{об'єднання}}{\text{об'єднання по}}$, то слід обрати дію $\frac{\text{додавання}}{\text{множення}}$.

Якщо треба знайти менше число на підставі $\frac{\text{вилучення}}{\text{вилучення по}}$, то слід обрати дію $\frac{\text{віднімання}}{\text{ділення}}$.

Конкретний зміст дії множення закріплюється під час виконання завдань.

1. Замініть суми однакових доданків добутками за зразком.

$$\frac{4+4+4}{3 \text{ рази}} = 4 \cdot 3$$

$$17 + 17 + 17 + 17$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

2. Замініть добутки сумами однакових доданків і знайдіть значення виразів.

$$3 \cdot 5 = \underbrace{3+3+3+3+3}_{5 \text{ разів}} = 15$$

$6 \cdot 8$

$12 \cdot 3$

$25 \cdot 4$

3. Прочитайте рівності на множення і перевірте відповіді додаванням.

$8 \cdot 2 = 16$

$26 \cdot 2 = 56$

$13 \cdot 7 = 91$

4. Знайдіть суми, які можна замінити множенням.

$4+4+4$

$9+9+6$

$23+32$

$24+24+24+24$

Як можна спростити другий вираз? Що в ньому цікаве? [У ньому є два однакові доданки, їх можна замінити добутком.]

$9+9+6 = 9 \cdot 2 + 6$

Конкретний зміст дії ділення на вміщення закріплюється під час виконання завдань.

1. Замініть віднімання однакових чисел дією ділення за зразком.

$$27 - \underbrace{9-9-9}_{3 \text{ рази}} = 0 \quad 27 : 9 = 3$$

$42 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7 - 7$

$36 - 12 - 12 - 12$

$18 - 6 - 6 - 6$

2. Замініть ділення відніманням і знайдіть значення часток.

$$84 : 14 = 6 \quad \leftarrow 84 - \underbrace{14-14-14-14-14-14}_{6 \text{ разів}} = 0$$

$48 : 6$

$91 : 13$

$56 : 7$

$51 : 17$

3. Знайдіть значення рівностей на ділення і перевірте отримані результати відніманням.

$64 : 16 = 4$

$72 : 8 = 9$

$56 : 7 = 8$

$92 : 23 = 4$

4. Знайдіть вирази, які можна замінити діленням.

$5+5+5+5$

$21-7-7-7$

$56-8-8-8-8$

На цьому етапі при виконанні математичних диктантів діти записують вирази, використовуючи дії множення та ділення, а знаходячи їх значення, замінюють множення — додаванням, ділення — відніманням.

НАЗВИ КОМПОНЕНТІВ І РЕЗУЛЬТАТІВ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ

Познайомити з назвою компонентів і результатів дій множення та ділення можна на підставі аналогії між діями множення і додавання, ділення і віднімання. Доцільно підкреслити, що множення визначається через додавання, а ділення — через віднімання; виходячи з цього, у дій додавання і множення, віднімання і ділення має бути багато спільного. Спільне можна побачити в назвах компонентів цих дій: при додаванні і множенні компоненти, з якими виконують ці дії, називають за характером дії (додають — доданок, множать — множник) однаково, лише кажуть про порядок — перший доданок / множник, другий доданок / множник; а при відніманні і діленні — по-різному: більше число, яке зменшується або ділиться в результаті віднімання і ділення, називають зменшуване / ділене, а число, яке віднімають або на яке ділять, називають відповідно до тієї дії, що виконують, — від’ємник / дільник.

У результаті додавання і множення отримаємо більше число (у загальному випадку, не враховуючи додавання з 0 та множення з 1), воно називається значенням суми / добутку, а в результаті віднімання і ділення отримаємо менше число (у загальному випадку, не враховуючи віднімання 0 та ділення на 1), порівняно з даним, і воно називається значенням різниці / частки.

$$\begin{array}{ccc}
 & \text{добуток} & \\
 \boxed{7 \cdot 3} & = & 21 \\
 \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \\
 \text{перший} \quad \text{другий} & & \text{значення} \\
 \text{множник} \quad \text{множник} & & \text{добутку}
 \end{array}$$

Числа, які множать, називають **множниками**. Число, яке дістаємо при множенні, називають **значенням добутку**.

Виходячи з конкретного змісту арифметичної дії множення (множення можна замінити сумою однакових доданків), перший множник показує, яке число є однаковим доданком, а другий — скільки разів його слід додати.

Якщо два числа поєднані знаком множення, то записаний математичний вираз — **добуток**. Щоб записати добуток двох чисел, треба поєднати їх знаком множення.

Закріплюються назви компонентів і результату дії множення на вправах.

1. Підкресліть у рівностях перший множник однією рисою, другий множник — двома. Що показує перший множник? Другий множник?

$$9 \cdot 5 = 45 \qquad 64 - 14 = 50 \qquad 17 \cdot 3 = 51 \qquad 16 : 4 = 4$$

2. У рівностях підкресліть значення добутків.

$$2 + 7 = 9 \qquad 2 \cdot 7 = 14 \qquad 45 : 9 = 5 \qquad 7 \cdot 12 = 84$$

3. Прочитайте рівність, називаючи кожне число:

$$4 \cdot 6 = 24$$

Перший множник — число 4, другий множник — число 6, значення добутку — число 24.

частка				
14	:	2	=	7
↑		↑		↑
ділене		дільник		частка

Число, яке ділять, називають **діленим**; число, на яке ділять, — **дільником**. Число, яке дістаємо при діленні, називають **значенням частки**.

Якщо два числа поєднані знаком ділення, то записаний математичний вираз — **частка**. Щоб записати частку двох чисел, треба поєднати їх знаком ділення.

Для закріплення назв чисел при діленні учням пропонують-ся вправи.

1. У рівностях підкресліть ділене однією рисою, а дільник — двома.

$$16 : 2 = 8 \qquad 5 \cdot 4 = 20 \qquad 51 : 17 = 3 \qquad 47 - 19 = 28$$

2. У рівностях підкресліть значення частки.

$$7 \cdot 8 = 56 \qquad 81 : 9 = 9 \qquad 56 + 18 = 74 \qquad 18 : 3 = 6$$

3. Прочитайте рівності на ділення з назвою компонентів і результатів арифметичних дій.

$$21 : 3 = 7 \qquad 64 : 16 = 4$$

На цьому етапі завдання для математичного диктанту можна урізноманітнити таким чином:

- 1) Скільки разів в 24 міститься по 4?
- 2) Скільки одержимо, якщо по 18 взяти 3 рази?
- 3) 8 помножити на 6.
- 4) 36 розділити на 9.
- 5) Запишіть частку чисел 60 та 12 і знайдіть її значення.

- 6) Запишіть добуток чисел 19 та 4. Знайдіть його значення.
- 7) Перший множник 7, другий множник 5, знайдіть значення добутку.
- 8) Ділене 56, дільник 7, знайдіть значення частки.

Зазначимо, що значення часток та добутків діти знаходять, замінюючи ділення відніманням, а множення — додаванням.

ПЕРЕСТАВНИЙ ЗАКОН ДІЇ МНОЖЕННЯ

Серед знань, які складають теоретичну основу побудови таблиць множення, виділяється переставний закон дії множення. Використання цього закону полегшує складання таблиць і зменшує число табличних випадків для запам'ятовування. Тому доцільно познайомити учнів із переставним законом відразу, після засвоєння конкретного змісту дії множення.

Переставний закон дії множення можна ввести двома шляхами: I — через виконання практичних дій із математичними матеріалами, II — на підставі аналогії з переставним законом дії додавання.

Розглянемо другий шлях.

Як називають числа при додаванні? [Доданок, доданок, значення суми.] Цікаво, що компоненти дії додавання називають однаково — доданки.

У результаті додавання отримаємо більше чи менше число? [У результаті додавання отримаємо більше число, сума більша за доданки, якщо доданки відмінні від 0.]

Сформулюйте і запишіть переставний закон додавання. [Від переставляння доданків значення суми не змінюється. Числа можна додавати в будь-якому порядку: $a + b = b + a$.]

Якою арифметичною дією можна замінити додавання однакових доданків? [Множення — це додавання однакових доданків.]

Як називають числа при множенні? [Множник, множник і значення добутку.] Цікаво, що компоненти дії множення називають однаково. Це в них є спільним!

У результаті множення отримаємо більше чи менше число? [Більше, значення добутку більше за кожний множник, якщо множники відмінні від нуля або одиниці.]

Згадайте, чи виконували ми раніше таку арифметичну дію, у якій компоненти називають однаково, а в результаті отримуємо більше число? [Так, це дія додавання, якій притаманне все вище сказане.]

Що ми знаємо про дію додавання, а ще не знаємо про дію множення? [Дії додавання притаманний переставний закон.]

Може, такий закон існує і для дії множення? Який вигляд він мав би? Що треба змінити в записі переставного закону додавання, щоб отримати переставний закон множення? [Треба змінити знак «+» на знак «·». Отримаємо: $a \cdot b = b \cdot a$.]

Це треба перевірити. Наведіть свій приклад на застосування переставного закону множення. [$5 \cdot 3$ повинно дорівнювати $3 \cdot 5$. Перевіримо це: $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15$, $3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$, $15 = 15$ — це правильна (істинна) рівність.]

Який висновок можна зробити? [Дії множення притаманний переставний закон.]

Сформулюйте переставний закон множення. Що треба змінити у формулюванні переставного закону додавання? [Від перестановки множників значення добутку не змінюється. Числа можна множити в будь-якому порядку.]

Можна поєднати формулювання переставного закону додавання та множення.



Переставний закон $\begin{matrix} \text{додавання} & \rightarrow & a + b = b + a \\ \text{множення} & \rightarrow & a \cdot b = b \cdot a \end{matrix}$

Від перестановки $\frac{\text{доданків}}{\text{множників}}$ значення $\frac{\text{суми}}{\text{добутку}}$ не змінюється.

З метою засвоєння переставного закону учням пропонуються завдання.

1. Порівняйте добутки в кожному стовпчику. Чи можна для знаходження значення другого добутку скористатися значенням першого?

$16 \cdot 6 = 96$

$29 \cdot 3 = 87$

$5 \cdot 17 = 85$

$6 \cdot 16 = \square$

$3 \cdot 29 = \square$

$17 \cdot 5 = \square$

2. Знайдіть значення добутків у першому рядку на підставі конкретного змісту дії множення. Як, не застосовуючи попередній спосіб, дізнатися про значення добутків у другому рядку?

$9 \cdot 7 = \square$

$28 \cdot 2 = \square$

$7 \cdot 3 = \square$

$7 \cdot 9 = \square$

$2 \cdot 28 = \square$

$3 \cdot 7 = \square$

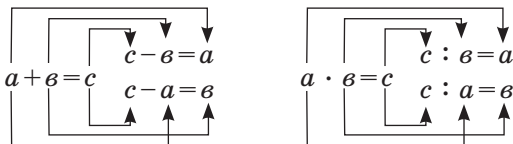
ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ

Введення взаємозв'язку арифметичних дій може відбуватися двома шляхами: I — через виконання практичних вправ з математичними матеріалами, наприклад, із набором геометричних фігур, та II — шляхом аналогії між арифметичними діями множення і додавання, ділення і віднімання.

Розглянемо другий шлях.

Учні можуть дійти висновку про взаємозв'язок цих дій за аналогією до взаємозв'язку арифметичних дій додавання та віднімання: слід порівняти між собою дії додавання і віднімання; множення і ділення як взаємно обернені арифметичні дії. Додавання і віднімання — взаємно обернені дії, вони пов'язані між собою так: якщо від суми двох доданків відняти один доданок, то залишиться інший доданок, тому додавання перевіряється відніманням.

Якщо взяти до уваги, що множення — це додавання однакових доданків (а ділення — це віднімання однакових чисел, доки не отримаємо нуль), то, замінивши додавання на множення, а віднімання — на ділення, отримаємо взаємозв'язок між діями множення і ділення.



Можна виготовити плакат із рухомими рисками, на яких записані знаки арифметичних дій: одним рухом знак «+» замінюється знаком «·», знак «-» — знаком «:».

Отже, множення і ділення — також взаємно обернені дії, вони пов'язані аналогічно: якщо добуток двох множників поділити на один із множників, то отримаємо інший множник, тому множення перевіряється діленням. Таким чином, на підставі порівняння взаємозв'язків додавання і віднімання, множення і ділення можна зробити узагальнений висновок.

⚠ Якщо від суми двох чисел відняти одне число, добуток поділити на то залишиться інше число.

Для закріплення взаємозв'язку арифметичних дій множення та ділення пропонуємо дітям із кожної рівності на множення скласти по дві рівності на ділення.

На підставі взаємозв'язку арифметичних дій додавання і віднімання на попередньому етапі навчання було дано означення дії віднімання.

Від числа a відняти число b — це означає знайти таке число c , яке в сумі з від'ємником b дає зменшуване a . Тому віднімання перевіряється додаванням. Аналогічно, на підставі взаємозв'язку арифметичних дій множення і ділення можна дати означення арифметичної дії ділення.



Число a поділити на число b — це означає знайти таке число c , яке в добутку із дільником b дає ділене a .

$$a - b = c, \text{ тому що } c + b = a$$

$$a : b = c, \text{ тому що } c \cdot b = a$$

ВЛАСТИВОСТІ МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ З 0 ТА 1

Перед складанням таблиць множення і ділення доцільно познайомити учнів із множенням та діленням з числами 0 та 1.

На етапі актуалізації повторюємо взаємозв'язок дій множення та ділення: учні з однієї рівності на множення складають по дві рівності на ділення; а також переставний закон множення: до кожної рівності на множення складають ще одну рівність, значення добутку якої відоме на підставі переставного закону.

Ознайомлення з властивостями множення з 0 та 1 відбувається за допомогою індуктивних узагальнень. На підставі конкретного змісту дії множення діти знаходять значення добутків: 1 та 6, 1 та 4, 1 та 10.

Порівнюючи значення добутку і другий множник, діти впевнюються, що вони рівні. Постає проблемне запитання: «Чи завжди при множенні одержуємо число, що дорівнює другому множнику?». [Звичайно, не завжди!] А у якому ж випадку? [У випадку множення числа 1 на будь-яке число одержуємо те саме число.]

Спираючись на переставний закон множення, школярі знаходять значення добутків 6 та 1, 4 та 1, 10 та 1 і доходять висновку:



$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

При множенні числа 1 на будь-яке число або числа на 1 одержимо те саме число.

Аналогічно будується методика ознайомлення молодших школярів із правилом множення нуля на будь-яке число або числа на нуль. Учні доходять висновку:



$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

При множенні нуля на будь-яке число або числа на нуль одержимо нуль!

Закріпленням цих правил є виконання завдань типу:

Знайдіть значення виразів.

$67 \cdot 1$

$0 \cdot 54$

$1 + 27$

$32 \cdot 2$

$1 \cdot 56$

$84 \cdot 0$

Корисним буде порівняння пар виразів: на множення та додавання числа 1; на множення та додавання числа 0. Учні доходять висновку: при множенні на 1 одержимо те саме число, а при додаванні 1 — наступне число; при множенні на 0 одержимо число 0, а при додаванні числа 0 — те саме число.

Також має сенс знаходити значення пар виразів: один з яких на множення з числом 1, а інший — на додавання з числом 0. При множенні значення добутку дорівнює одному з множників у випадку, коли інший множник число 1. При додаванні значення суми дорівнює одному з доданків у випадку, коли інший доданок — число 0.

При ознайомленні з властивостями множення з 0 та 1 розглядаємо рівності, у яких перший множник число 1 або число 0. На підставі взаємозв'язку арифметичних дій множення та ділення учні складають з рівності на множення дві рівності на ділення.

Учні самостійно формулюють відповідні правила:

- 1) при діленні числа саме на себе в результаті одержуємо 1:
 $a : a = 1$;
- 2) при діленні будь-якого числа на 1 в результаті одержуємо те саме число: $a : 1 = a$;
- 3) при діленні нуля на будь-яке число в результаті одержуємо нуль: $0 : a = 0$;
- 4) ділити на нуль не можна, тому що не існує такого числа, яке при множенні на нуль дає число, відмінне від нуля.

$a \cdot 1 = a$	$a \cdot 0 = 0$
$a : a = 1$	$0 : a = 0$
$a : 1 = a$	ділити на нуль не можна!

З метою засвоєння цих правил пропонуємо дітям навести власні приклади на кожне з цих правил, а також виконати завдання.

Знайдіть значення виразів.

23 : 23	65 : 1	0 : 94	63 - 1
54 : 1	37 - 0	56 - 56	

Доцільно порівняти пари виразів, перший з яких є часткою однакових чисел, а другий — різницею однакових чисел; перший — частка числа та 1, а другий — різниця числа та 1. Доходимо висновку, що при діленні однакових чисел одержуємо 1, а при відніманні однакових чисел одержуємо нуль; при діленні на 1 одержуємо те саме число, а при відніманні 1 — попереднє число.

Також корисним є порівняння таких пар виразів: перший — частка нуля та числа, а другий — різниця однакових чисел;

перший — частка числа та 1, а другий — різниця числа та нуля. Учні доходять висновку: значення частки дорівнює нулю в тому випадку, коли ділене нуль, а значення різниці дорівнює нулю, коли зменшуване та від’ємник рівні числа; значення частки дорівнює діленому в тому випадку, коли дільник — число 1, значення різниці дорівнює зменшуваному в тому випадку, коли від’ємник — число 0.

МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ НА 10

З метою створення можливості застосовувати в подальшому навчанні при складанні таблиць множення ще один спосіб відтворення табличних результатів — на підставі наступного значення — необхідно познайомити учнів із правилами множення та ділення на 10. Саме виходячи з результату множення будь-якого числа на 10 учні легко можуть перейти до результату множення цього числа на 9 (від наступного результату $a \cdot 10$ відняти це число). А як відомо, найгірше засвоюється «нижня» частина таблиці множення.

На підставі конкретного змісту арифметичної дії множення школярі знаходять значення добутку числа 10 та іншого одноцифрового числа. Наприклад, одержуємо наступні рівності:

$$10 \cdot 5 = 50$$

$$10 \cdot 7 = 70$$

$$10 \cdot 9 = 90$$

Порівнюючи запис значення добутку та другий множник, встановлюємо, що в записі значення добутку спочатку записана така сама цифра, яка використана для запису другого множника, і ще цифра 0. З’ясуємо, чому саме приписане число 0. Звертаємо увагу на запис першого множника — це число 10, у записі якого є один 0. Формулюємо висновок: щоб помножити 10 на будь-яке число, достатньо до цього числа приписати праворуч один 0.

Застосовуючи переставний закон множення, діти записують значення добутків:

$$5 \cdot 10 = 50,$$

$$7 \cdot 10 = 70,$$

$$9 \cdot 10 = 90$$

Формулюємо відповідне правило:



Щоб число помножити на 10, достатньо до нього праворуч приписати один 0.

Звертаємо увагу дітей на те, що при множенні на 10 приписуємо праворуч один нуль, тому що в записі числа 10 є один 0. Пропонуємо учням здогадатися, скільки нулів слід приписати до числа при множенні на 100; на 1000. Чому?

10, 100, 1000 — це розрядні одиниці. При множенні на розрядну одиницю до числа слід праворуч приписати стільки нулів, скільки їх у розрядній одиниці!

Ділення на 10 вводиться через застосування взаємозв'язку між діями множення та ділення до добутків, у яких один із множників — число 10:

$$7 \cdot 10 = 70$$

$$70 : 10 = 7$$

$$70 : 7 = 10$$

$$10 \cdot 5 = 50$$

$$50 : 10 = 5$$

$$50 : 5 = 10$$

$$9 \cdot 10 = 90$$

$$90 : 10 = 9$$

$$90 : 9 = 10$$

$$10 \cdot 3 = 30$$

$$30 : 10 = 3$$

$$30 : 3 = 10$$

Учні підкреслюють рівності, у яких дільник число 10. Порівнюючи запис значення частки та запис діленого, вони помічають: щоб одержати частку, треба в записі діленого прикрити (забрати) один 0. Чому один 0? Тому що в записі дільника — числа 10 — є один 0. Формулюємо правило:



Для того щоб розділити число на 10, достатньо в його записі праворуч прибрати один 0.

Аналогічно, з метою випереджувального навчання діти висувають припущення щодо результату при діленні на 100 та на 1000. При діленні на розрядну одиницю треба в записі числа прикрити (забрати) стільки нулів, скільки їх у розрядній одиниці.

На етапі закріплення пропонуємо школярам знайти значення виразів на всі вивчені правила.

ДІЛЕННЯ НА РІВНІ ЧАСТИНИ

Ділення на рівні частини вводиться на підставі розв'язування пари взаємно обернених задач, перша з яких відомого дітям виду — ділення на вміщення, а друга нового — ділення на рівні частини.

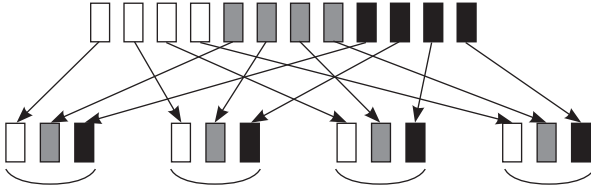
Розв'яжіть задачі.

- 1) У Наталки 12 цукерок. Вона роздала ці цукерки подругам, по 3 цукерки кожній. Скільки подруг одержали цукерки?

Діти виконують схематичний рисунок, позначаючи кожную цукерку відрізком завдовжки 1 клітинка; роблять висновок, що подруг, які одержать цукерки, стільки, скільки в 12 цукерках міститься по 3 цукерки. Виконуємо відповідний короткий запис. З'ясовуємо, що задачу можна розв'язати двома способами: відніманням від 12 по 3, доки не одержимо 0, з наступним висновком або діленням (зазначимо, що на даному етапі навчання діти знаходять значення часток лише за допомогою конкретного змісту, замінюючи ділення відніманням однакових чисел). Оформлюємо розв'язання та записуємо відповідь.

- 2) У Наталки 12 цукерок. Вона роздала ці цукерки чотирьом подругам, порівну кожній. По скільки цукерок одержала кожна подруга?

Дію виконуємо практично або за допомогою рисунка:



Скільки потрібно взяти цукерок, щоб роздати кожній подрузі по одній цукерці? [Стільки, скільки подруг, тобто 4.] Беремо 4 цукерки, роздаємо кожній подрузі по 1 цукерці...

Чи всі цукерки ми роздали? [Ні.] Візьміть ще стільки цукерок, щоб роздати кожній подрузі по 1 цукерці.

Чи всі цукерки ми роздали? [Ні.] Візьміть ще стільки цукерок, щоб роздати кожній подрузі по 1 цукерці.

Чи всі цукерки ми роздали? [Так.] Скільки цукерок одержала перша подруга? [3] Скільки друга? [3] ... Скільки четверта? [3] Що можна сказати про кількість цукерок, що одержала кожна подруга? [Кожна подруга одержала цукерок порівну — по 3.]

Скільки всього було цукерок? [12] Скільки подруг одержали цукерки? [4 подруги.] Що можна сказати про кількість цукерок у кожної подруги? [У кожної подруги цукерок порівну.] По скільки цукерок одержала кожна подруга? [По 3.]

Як записати розв’язання цієї задачі? Ми, як і в попередній задачі, роздавали цукерки... Роздали — поділили. Але як ми ділили цукерки в цій задачі? [Ми ділили порівну.] У цій задачі ми ділили не на вміщення, а на рівні частини.

Запишемо розв’язання: $12 : 4 = 3$. Ми 12 цукерок ділили порівну на 4 частини і отримали по 3 цукерки в кожній частині.

Порівняйте ці задачі. Чим вони схожі? Чим відрізняються? [Схожі тим, що в обох задачах ділили 12 цукерок, але в задачі 1 ділили по 3 цукерки — на вміщення, а в задачі 2 — ділили порівну на 4 частини — на рівні частини. Обидві задачі на ділення, але вони відрізняються процесом ділення.]

Після цього пропонуємо учням порівняти опорні схеми задач на ділення на рівні частини і ділення на вміщення:

<input type="checkbox"/> розділили на <input type="checkbox"/> порівну — ?	
<input type="checkbox"/> вміщується по <input type="checkbox"/> — ?	<input type="checkbox"/> розділили по <input type="checkbox"/> — ?



Якщо в задачі йдеться про те, що щось розклали, розсипали, роздали, розрізали $\frac{\text{по}}{\text{порівну}}$, тоді слід виконати дію ділення $\frac{\text{на вміщення}}{\text{на рівні частини}}$.

Відтепер діти розв’язують трійки взаємно обернених задач: на конкретний зміст дії множення, на ділення на вміщення та на ділення на рівні частини.

МЕТОДИКА СКЛАДАННЯ ТАБЛИЦЬ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ

Таблиці множення можуть бути складеними за сталим першим чи сталим другим множником. При складанні таблиць за сталим першим множником в усіх випадках добуток замінюється сумою однакових доданків, кількість яких змінюється, а за сталим другим множником сума містить одне й те саме число двійок, трійок, або четвірок...

$$2 \cdot 2 = 2 + 2$$

$$2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2$$

$$2 \cdot 4 = 2 + 2 + 2 + 2$$

.....

$$2 \cdot 9 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$3 \cdot 2 = 3 + 3$$

$$4 \cdot 2 = 4 + 4$$

.....

$$9 \cdot 2 = 9 + 9$$

Традиційно таблиці множення складаються за сталим першим множником; таблиці починаються з множення певного числа на 2 і закінчуються множенням на 9. Але доцільніше розпочинати таблиці множення із добутку однакових чисел.

У 2 класі вивчаються всі таблиці множення та відповідні таблиці ділення; учні мають вільно використовувати знання таблиць множення і ділення на 2 і 3, а рештою таблиць можна користуватися в обчисленнях. А в 3 класі учні повинні вже володіти обчислювальною навичкою табличного множення та ділення.

Розглянемо можливі способи обчислення табличних результатів:

- 1) на підставі конкретного змісту дії множення:

$$2 \cdot 4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8;$$

- 2) на підставі переставного закону дії множення:

$$8 \cdot 2 = 2 \cdot 8 = 16;$$

- 3) на підставі попереднього значення:

$$2 \cdot 7 = 2 \cdot 6 + 2 = 12 + 2 = 14;$$

- 4) на підставі наступного значення:

$$2 \cdot 7 = 2 \cdot 8 - 2 = 16 - 2 = 14;$$

- 5) групування: $2 \cdot 8 = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 8 + 8 = 16$;
 6) послідовного множення: $3 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$.

Розглянемо 1–5 способи складання таблиць на прикладі таблиці множення числа 3. Складаємо таблицю множення числа 3 на підставі конкретного змісту арифметичної дії множення:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2 &= 3 + 3 = 6 \\ 3 \cdot 3 &= 3 + 3 + 3 = 9 \\ 3 \cdot 4 &= 3 + 3 + 3 + 3 = 12 \\ 3 \cdot 5 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 \\ 3 \cdot 6 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18 \\ 3 \cdot 7 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21 \\ 3 \cdot 8 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 24 \\ 3 \cdot 9 &= 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27 \end{aligned}$$

Звертаємо увагу учнів на відмінність послідовних результатів: кожний наступний результат на 3 більший за попередній. Визначаємо причину: у кожному наступному добутку другий множник, що позначає кількість однакових доданків, на 1 більше попереднього; тому кожного разу додають на 3 більше, отже, і кожний наступний результат на 3 більший за попередній.

Тому можна не перераховувати кожний раз усю суму, а лише додавати цей доданок. Крім того, значення першого виразу можна не обчислювати, тому що ми його знаємо з таблиці множення числа 2, треба лише переставити множники.

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6 \\ 3 \cdot 3 = 3 \cdot 2 + 3 = 6 + 3 = 9 \\ 3 \cdot 4 = 3 \cdot 3 + 3 = 9 + 3 = 12 \\ 3 \cdot 5 = 3 \cdot 4 + 3 = 12 + 3 = 15 \\ 3 \cdot 6 = 3 \cdot 5 + 3 = 15 + 3 = 18 \\ 3 \cdot 7 = 3 \cdot 6 + 3 = 18 + 3 = 21 \\ 3 \cdot 8 = 3 \cdot 7 + 3 = 21 + 3 = 24 \\ 3 \cdot 9 = 3 \cdot 8 + 3 = 24 + 3 = 27 \end{array}$$

Переставний закон множення у наступних таблицях застосовується для значно більшої кількості випадків — так, наприклад, майже всі результати таблиці множення числа 9 можна визначити, переставивши множники; а лише один (9·9) обчислити іншим способом.

Якщо в таблиці множення числа 3 кожний наступний результат більший за попередній на 3, то й навпаки, кожний попередній результат менший від наступного так само на 3. Можна відтворити результати таблиці множення числа 3, застосовуючи наступний результат. І тут допоможе випадок множення

чисел 3 і 10, тому що це наступний результат за результатом добутку 3 та 9.

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 2 &= 3 \cdot 3 - 3 = 9 - 3 = 6 \\
 3 \cdot 3 &= 3 \cdot 4 - 3 = 12 - 3 = 9 \\
 3 \cdot 4 &= 3 \cdot 5 - 3 = 15 - 3 = 12 \\
 3 \cdot 5 &= 3 \cdot 6 - 3 = 18 - 3 = 15 \\
 3 \cdot 6 &= 3 \cdot 7 - 3 = 21 - 3 = 18 \\
 3 \cdot 7 &= 3 \cdot 8 - 3 = 24 - 3 = 21 \\
 3 \cdot 8 &= 3 \cdot 9 - 3 = 27 - 3 = 24 \\
 3 \cdot 9 &= 3 \cdot 10 - 3 = 30 - 3 = 27 \\
 3 \cdot 10 &= 30
 \end{aligned}$$



Найбільш складною для запам'ятовування є нижня частина таблиці, але існує спосіб, який полегшує знаходження значень добутоків нижньої частини таблиці — це спосіб групування.

Повертаємося до першого способу — на підставі конкретного змісту дії множення. Учні помічають, що однакові доданки можна по-різному групувати:

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 6 &= \underbrace{3+3+3} + \underbrace{3+3+3} = 18 \\
 3 \cdot 7 &= \underbrace{3+3+3+3} + \underbrace{3+3+3} = 21 \\
 3 \cdot 8 &= \underbrace{3+3+3+3} + \underbrace{3+3+3+3} = 24 \\
 3 \cdot 9 &= \underbrace{3+3+3+3+3} + \underbrace{3+3+3+3+3} = 27
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \cdot 6 &= 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 9 + 9 = 18 \\
 3 \cdot 7 &= 3 \cdot 4 + 3 \cdot 3 = 12 + 9 = 21 \\
 3 \cdot 8 &= 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 12 + 12 = 24 \\
 3 \cdot 9 &= 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 12 + 15 = 27
 \end{aligned}$$

У цьому випадку в неявному вигляді застосовується розподільний закон множення відносно додавання. Між тим можна застосувати й спосіб, теоретичною основою якого є сполучний закон множення. Наприклад, у добутку 3 та 6, якщо його замінити сумою однакових доданків, бачимо дві пари трійок:

$$3 \cdot 6 = \underbrace{3+3+3} + \underbrace{3+3+3} = 9 + 9 = 9 \cdot 2 = 18$$

Справа в тому, що число 6 можна замінити добутком чисел 3 та 2: $3 \cdot 6 = 3 \cdot (3 \cdot 2)$. Але числа можна помножити у будь-якому порядку, тому маємо: $3 \cdot 3 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$.

Треба зазначити, що цей спосіб може бути застосований для обмеженої кількості випадків, тому що призводить до більш складних обчислень.

Учні мають не лише зрозуміти, як одержати результати таблиць множення, а й добре їх запам'ятати. Тому слід застосовувати

спеціальну систему навчальних завдань, яка спрямована на актуалізацію способів запам'ятовування табличних результатів.

1. Прочитайте результати таблиці множення по порядку. Що цікаве ви помітили? На скільки кожний наступний результат більший за попередній? Чому? Назвіть результати таблиці напам'ять по порядку від найменшого до найбільшого.
2. Розкажіть таблицю множення по порядку. Використовуючи переставний закон множення, назвіть, результати яких випадків множення вам ще відомі.
3. На скільки кожний наступний результат більший за попередній? Чому? Назвіть результати таблиці напам'ять від найбільшого до найменшого.
4. Розкажіть напам'ять таблицю множення від випадку множення на 9 до випадку множення на 2.
5. Які результати ви краще запам'яталися? Назвіть співзвучні. (Виділяємо опорні випадки.)
6. Використовуючи знання наступного та попереднього значень, відтворіть певний табличний результат. Наприклад, якщо ви забули результат множення $6 \cdot 7$, то як ви це з'ясуєте? Назвіть різноманітні способи.
7. Установіть, яке число зайве: 6, 9, 12, 14, 15, 18, 21, 24, 27.
8. Продовжте ряд чисел: 8, 12, 16, ...
9. Замініть числа добутком двох чисел: 18, 16.

18	16
∧	∧
$9 \cdot 2$	$2 \cdot 8$
$2 \cdot 9$	$8 \cdot 2$
$3 \cdot 6$	$4 \cdot 4$
$6 \cdot 3$	

Також пропонуємо учням завдання на доведення того, що добуток двох чисел має певне значення. Наприклад: $3 \cdot 6 = 18$. Діти мають застосувати конкретний зміст дії множення, замінивши добуток сумою однакових доданків, і якщо при обчисленні цієї суми вони одержать 18, то це свідчитиме про те, що результат цього добутку знайдено правильно.

Корисними є застосування як карток із вправами на відтворення табличних результатів, так і «деформованих» вправ, у яких треба вписати або перший, або другий множник. Також для засвоєння табличних результатів пропонуємо завдання на порівняння математичних виразів:

$$3 \cdot 4 \bigcirc 3 \cdot 5$$

$$3 \cdot 9 \bigcirc 3 \cdot 8 + 3$$

$$3 + 3 + 3 \bigcirc 3 \cdot 4 - 3$$

На цьому етапі навчання діти вчать знаходити значення виразів на кілька дій різного ступеня; вводяться правила порядку виконання дій (про це докладно при розгляді алгебраїчного матеріалу початкового курсу математики).

Таблиці ділення складаються на підставі взаємозв'язку між діями множення і ділення: якщо добуток двох чисел розділити на перший множник, то одержимо другий множник; якщо добуток двох чисел розділити на другий множник, то одержимо перший множник. Учні записують в зошитах таблицю множення на певне число, а потім їм пропонується скласти з рівностей на множення дві рівності на ділення. Для засвоєння табличного ділення пропонуємо учням для кожного окремого випадку міркувати так: $21 : 7$ — це означає знайти таке число, яке в добутку з 7 дає 21; це число 3; тому $21 : 7 = 3$, тому що $3 \cdot 7 = 21$.

Наприклад:

$3 \cdot 2 = 6$	$6 : 3 = 2$, тому що $2 \cdot 3 = 6$	$6 : 2 = 3$, тому що $3 \cdot 2 = 6$
$3 \cdot 3 = 9$	$9 : 3 = 3$, тому що $3 \cdot 3 = 9$	$9 : 3 = 3$, тому що $3 \cdot 3 = 9$
$3 \cdot 4 = 12$	$12 : 3 = 4$, тому що $4 \cdot 3 = 12$	$12 : 4 = 3$, тому що $3 \cdot 4 = 12$
$3 \cdot 5 = 15$	$15 : 3 = 5$, тому що $5 \cdot 3 = 15$	$15 : 5 = 3$, тому що $3 \cdot 5 = 15$
$3 \cdot 6 = 18$	$18 : 3 = 6$, тому що $6 \cdot 3 = 18$	$18 : 6 = 3$, тому що $3 \cdot 6 = 18$
$3 \cdot 7 = 21$	$21 : 3 = 7$, тому що $7 \cdot 3 = 21$	$21 : 7 = 3$, тому що $3 \cdot 7 = 21$
$3 \cdot 8 = 24$	$24 : 3 = 8$, тому що $8 \cdot 3 = 24$	$24 : 8 = 3$, тому що $3 \cdot 8 = 24$
$3 \cdot 9 = 27$	$27 : 3 = 9$, тому що $9 \cdot 3 = 27$	$27 : 9 = 3$, тому що $3 \cdot 9 = 27$
$3 \cdot 10 = 30$	$30 : 3 = 10$, тому що $10 \cdot 3 = 30$	$30 : 10 = 3$, тому що $3 \cdot 10 = 30$

Ефективним засобом формування міцних навичок табличного множення та ділення є завдання на картках з друкованою основою, на яких слід записати результати вивчених випадків множення та ділення або один із компонентів.

Також на цьому етапі продовжуємо порівнювати математичні вирази, знаходити значення числових виразів на кілька дій різного ступеня; вводимо поняття про вирази зі змінною (буквені вирази) і пропонуємо учням знайти їх значення. Усі ці справи сприяють засвоєнню таблиць множення та ділення на тривалий час.

ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО МНОЖНИКА, ДІЛЕНОГО АБО ДІЛЬНИКА

Правило знаходження невідомого множника. Актуалізуємо взаємозв'язок арифметичних дій додавання та віднімання, множення та ділення; визначаємо, що невідомий доданок знаходимо оберненою дією — відніманням, аналогічно, невідомий

множник — дією ділення. Щоб одержати перший доданок, треба від суми відняти другий доданок; аналогічно, щоб одержати перший множник, треба добуток поділити на другий множник. Так само робимо висновок щодо знаходження другого множника. Узагальнюємо ці правила.



Щоб знайти невідомий ДОДАНОК, треба ВІД СУМИ
ВІДНЯТИ відомий ДОДАНОК
 розділити на множник добуток.

Правила знаходження невідомого діленого або дільника виводяться на підставі аналогії з правилами знаходження невідомого зменшуваного або від’ємника. Учні порівнюють арифметичні дії віднімання та ділення; визначають у них спільне (ділення можна замінити відніманням однакових чисел, доки не одержимо нуль; і при відніманні, і при діленні в результаті одержуємо менше число; і при відніманні, і при діленні компоненти називають по-різному — за характером дій, що відбуваються з числами: зменшуване, від’ємник, причому зменшуване та ділене мають ділене, дільник, бути не меншими або дорівнювати відповідно від’ємнику та дільнику).

Отже, зменшуване та ділене — «велике» число. Учні згадують, що велике число на першому ступені знаходять додаванням (тому зменшуване знаходить додаванням), а на другому ступені — множенням (тому ділене знаходять множенням). Формулюємо правило знаходження невідомого зменшуваного і за аналогією відтворюємо правило знаходження невідомого діленого.



Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до від’ємника
додати різницю
 помножити на частку дільник.

З’ясуємо, що від’ємник має бути менший або дорівнювати зменшуваному; так само дільник має бути меншим або дорівнювати діленому. Менше число на першому ступені знаходять дією віднімання, тому від’ємник знаходять відніманням; а на другому ступені менше число знаходять дією ділення, тому дільник знаходять діленням. За аналогією до правила знаходження невідомого від’ємника учні формулюють правило знаходження невідомого дільника.



Щоб знайти невідомий від'ємник, треба
від зменшуваного відняти різницю
 ділене поділити на частку

Ці правила школярі мають формулювати та застосовувати при виконанні вправ на знаходження невідомого компонента арифметичних дій.

ЗБІЛЬШЕННЯ АБО ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛА В КІЛЬКА РАЗІВ. КРАТНЕ ПОРІВНЯННЯ

Відношення кратного порівняння вводиться на задачах відповідного виду. Для його засвоєння корисне паралельне порівняння різницевого та кратного відношень. Розглянемо зміст підготовчих завдань.

Пропонуємо учням покласти в рядок 3 квадрати, а нижче покласти стільки квадратів, щоб їх було на 2 більше, ніж у верхньому рядку. Учні визначають, що в нижньому рядку квадратів на 2 більше — стільки, скільки й у верхньому, та ще 2, стільки ж та ще 2 знаходять дією додавання; у верхньому рядку на 2 квадрати менше — стільки ж, але без 2; стільки ж, але без 2 знаходять дією віднімання.

Далі учні викладають у верхньому рядку 3 квадрати, а нижче під ними — два рази по 3 квадрати. З'ясуємо, що в нижньому рядку квадратів більше, тому що поклали два рази по стільки, скільки й у верхньому рядку.




Вчитель повідомляє, що в цьому випадку кажуть, що в нижньому рядку в 2 рази більше квадратів, ніж у верхньому. Визначаємо, де квадратів менше. У верхньому рядку лише один раз по 3 квадрати, а в нижньому — два рази по 3 квадрати, тому у верхньому рядку у 2 рази менше квадратів, ніж у нижньому. Учні доходять висновку: для того щоб стало у 2 рази більше, ніж 3, треба по 3 взяти 2 рази; для того щоб стало у 2 рази менше, ніж 6, треба 6 розділити на дві рівні частини.

Виконуємо практичні вправи типу: покладіть ліворуч 2 квадрати, а праворуч — у 4 рази більше. Що треба зробити, щоб покласти в 4 рази більше квадратів? [По 2 квадрати взяти 4 рази.] Якою дією можна обчислити, скільки квадратів треба покласти? [Скільки буде, якщо по 2 взяти 4 рази, можна дізнатися множенням.] Учні обчислюють і перевіряють перерахунком.

Покладіть у верхньому рядку 15 трикутників, а в нижньому — у 3 рази менше. Що слід зробити, щоб покласти в 3 рази менше, ніж 15 трикутників? [Треба 15 розділити порівну на 3.] Якою арифметичною дією можна обчислити, скільки трикутників треба покласти в нижньому рядку? [Дією ділення.] Обчислюємо та перевіряємо перерахунком.

Результати зіставлення збільшення або зменшення числа на кілька одиниць та в кілька разів можна подати у вигляді опорного конспекту.

	БІЛЬШЕ	на → «+»	Більше число знаходять або дією додавання, або дією множення. Додаванням знаходимо число, яке на кілька одиниць більше за дане, а множенням знаходимо число, яке в кілька разів більше даного числа.
		в → «·»	
	МЕНШЕ	на → «-»	Менше число знаходимо або відніманням, або діленням. Віднімаємо тоді, коли шукане число на кілька одиниць менше за дане, а ділимо тоді, коли шукане число в кілька разів менше певного числа.
		в → «:»	

На наступному етапі діти знаходять числа, які більші або менші за дане число в кілька разів. Причому для попередження вузьких узагальнень ці вправи пропонуються разом із вправами на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

Правило кратного порівняння так само, як і збільшення або зменшення числа в кілька разів, вводиться на підставі паралельного порівняння із різницеvim порівнянням. Актуалізуємо правило різницевого порівняння (щоб дізнатися, на скільки одне число більше чи менше за інше число, треба від більшого числа відняти менше число), збільшення числа на кілька одиниць або в кілька разів, зменшення числа на кілька одиниць або в кілька разів.

Пропонуємо учням накреслити відрізок *AB* завдовжки 2 см. Під ним накреслити відрізок *MK* завдовжки 10 см. З'ясуємо, який відрізок довший. У скільки разів відрізок *MK* довший за відрізок *AB*? Щоб про це дізнатися, треба підрахувати, скільки разів у довжині відрізка *MK* міститься по 2 см, що знайдемо арифметичною дією ділення. Отже, щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше за інше, треба розділити більше число на менше.

Визначаємо, який відрізок має меншу довжину і в скільки разів. Довжина відрізка AB у стільки разів менша за довжину відрізка MK , у скільки разів довжина відрізка MK більша за довжину відрізка AB . Таким чином, щоб дізнатися, у скільки разів одне число менше за інше, треба більше число поділити на менше.

Зіставляємо правила різницевого та кратного порівняння і формулюємо узагальнене правило.



Щоб дізнатися, $\frac{\text{на}}{\text{у}}$ скільки $\frac{\text{одне число}}{\text{разів}}$ більше чи менше за інше, треба $\frac{\text{від}}{\text{більш}} \frac{\text{ого}}{\text{е}}$ числа $\frac{\text{а}}{\text{о}}$ $\frac{\text{відняти}}{\text{розділити на}}$ менше число.

На цьому етапі корисні вправи, у яких треба дізнатися, на скільки одне число більше чи менше за інше та в скільки разів, тобто для однієї й тієї самої пари чисел (у тому числі й величин) ставляться два запитання.

Також діти розв'язують задачі, що містять відношення кратного порівняння: на збільшення або зменшення числа в кілька разів та на кратне порівняння; складають і розв'язують обернені задачі.

3.1. ПРОСТІ ЗАДАЧІ

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

Наочні посібники і дидактичний матеріал:

- плакат із текстом пам'ятки № 1 «Працюю над задачею»;
- опорні схеми простих задач (на знаходження суми й різниці, на знаходження невідомого доданка, від'ємника або зменшуваного, на різницеве порівняння, на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць);
- таблиці з кишеньками, на яких подано схеми до окремих видів задач.



Методика навчання розв'язування задач у 1 класі реалізується за такими етапами:

- підготовча робота до введення поняття «задача» (I етап);
- ознайомлення з поняттям «задача», структурними елементами задачі та етапами її розв'язування (II етап);
- формування вміння розв'язувати задачі на знаходження суми двох чисел, на знаходження невідомого доданка, на знаходження різниці, на знаходження невідомого зменшуваного або від'ємника, на різницеве порівняння та збільшення або зменшення числа на кілька одиниць (III етап).

Традиційно на етапі підготовчої роботи до введення поняття «задача» у дітей формується суть арифметичних дій додавання і віднімання, йде робота з розвитку мовлення, коментування малюнків тощо. У більшості чинних підручників поняття «задача» вводиться на прикладах задач на знаходження суми й різниці. Лише ознайомившись із відношенням різницевого порівняння, учні розв'язують задачі на збільшення чи зменшення числа на кілька одиниць, на різницеве порівняння. Дізнавшись про взаємозв'язок арифметичних дій додавання і віднімання, учні вчаться розв'язувати задачі на знаходження невідомого доданка. Зазвичай задачі пропонуються відразу після вивчення теоретичного матеріалу як засіб його подальшого засвоєння. Разом з тим, використання сюжетних задач для формування в дітей уявлень про математичні поняття (у тому числі й про суть арифметичних дій) може призвести до того, що така типізація виступає як

основний спосіб формування вміння розв'язувати задачі. Учні не вчаться міркувати під час здійснення вибору арифметичної дії, а орієнтуються на зразок, наданий учителем.

З метою попередження шаблонного й тому неадекватного підходу учнів до розв'язування окремих видів задач поняття «задача» доцільно вводити не лише на прикладах задач на знаходження суми й різниці, а й на матеріалі простих задач перших п'яти видів. Це задачі на знаходження суми, на знаходження невідомого доданка, на знаходження різниці, на різницеве порівняння, на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць. Прості задачі цих видів, а також задачі на знаходження невідомого зменшувального та від'ємника, слід пропонувати учням на етапі формування вміння розв'язувати задачі.

Розглянемо зміст кожного етапу навчання учнів розв'язувати задачі докладно.

3.1.1. Ознайомлення із задачею в 1 класі

ЗМІСТ ПІДГОТОВЧОЇ РОБОТИ ДО ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ «ЗАДАЧА»

Метою підготовчої роботи до введення поняття «задача» є формування в першокласників поняття про суть арифметичних дій додавання і віднімання та їх взаємозв'язок, а також поняття про суть збільшення або зменшення числа на кілька одиниць, відношення різницевого порівняння та їх схематичне зображення.

Зміст підготовчої роботи до введення поняття «задача» полягає у формуванні в учнів знань і вмінь:

- об'єднувати дві множини без спільних елементів і знаходити кількість елементів об'єднаної множини;
- вилучати частину множини та знаходити кількість елементів решти;
- пов'язувати дію об'єднання множин без спільних елементів із дією додавання, а операцію вилучення частини множини — із дією віднімання;
- розуміти суть різницевого порівняння (у тому числі збільшення або зменшення числа на кілька одиниць);
- співвідносити предметну або схематичну модель із математичною (у тому числі формувати вміння співвідносити словесну та схематичну моделі з математичною), а також самостійно виконувати схему за текстом; розуміти та правильно відповідати на запитання вчителя за сюжетними картинками та наочністю;

3.1. Прості задачі

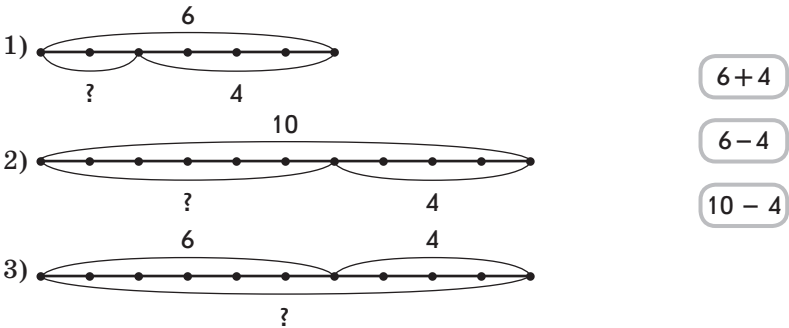
- ставити запитання до ситуації, яка ілюструється предметно, або за картинкою; складати задачі, оперуючи предметами, та розв'язувати їх, використовуючи лічбу предметів;
- складати тексти за сюжетними картинками, ставити до них запитання або формулювати вимогу; складати до них схеми, вирази, рівності (використовуючи предметні дії та лічбу предметів).

Формування в учнів суті арифметичних дій додавання та віднімання, різницевого порівняння, їх схематичної інтерпретації було розглянуто в попередньому розділі. Наведемо лише зміст завдань, які реалізують мету формування суті арифметичних дій, а також є підготовкою до введення поняття «задача».

1. Розгляньте два малюнки та доберіть схему та вираз до кожного з них.

Перший малюнок: галявина, білочка збирає гриби, у неї 6 грибів, і зайчик збирає гриби, у нього 4 гриби.

Другий малюнок: галявина, 6 грибів ростуть, а 4 лежать зрізані.



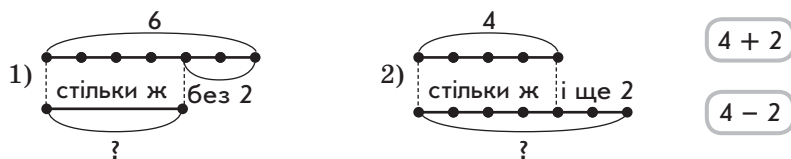
Учні коментують перший малюнок: на галявині білочка й зайчик збирають гриби; білочка знайшла 6 грибів, а зайчик — 4; можна дізнатися, скільки всього грибів знайшли білочка та зайчик. Щоб дізнатися, скільки всього грибів, потрібно об'єднати гриби, які знайшла білочка, та гриби, які знайшов зайчик; потрібно об'єднати 6 грибів і 4 гриби. Отже, слід вибрати схему, на якій відрізок зі знаком питання позначає об'єднання двох множин. Це схема 3. Частина відрізка з дужкою і цифрою 6 позначає кількість грибів, які знайшла білочка, а інша частина відрізка з дужкою і цифрою 4 позначає кількість грибів, які знайшов зайчик. Цілий відрізок складається з двох частин і позначений знаком питання; він позначає всі гриби, знайдені білочкою і зайчиком.

Об'єднати — означає додати, тому вибираємо вираз, у якому між числами 6 і 4 стоїть знак арифметичної дії додавання. Перелічуємо всі гриби, знайдені білочкою та зайчиком. Усього 10 грибів, отже, значення виразу дорівнює 10.

Учні коментують другий малюнок: на галявині спочатку росло 10 грибів, 4 гриби зрізали; можна дізнатися, скільки грибів залишилося. Щоб показати, скільки грибів залишилось, потрібно вилучати. Отже, слід вибрати схему, на якій відрізком зі знаком питання показано результат вилучення. Це схема 1 або схема 2. На цих схемах цілий відрізок позначає гриби, які були спочатку на галявині (їх 10), із нього слід вилучити 4 гриби, що зрізали. На схемі 1 було 6 грибів, тому вона не підходить. На схемі 2 було саме 10 грибів, вилучили 4, знаком питання показано, скільки грибів залишилось. Отже, підходить схема 2. Щоб показати гриби, що залишилися, потрібно вилучити з усіх грибів, що були, тільки зрізані.

Вилучити — означає відняти, тому вибираємо вираз, у якому між числами 10 і 4 стоїть знак арифметичної дії віднімання. Перелічуємо гриби, що залишились. Залишилося 6 грибів, отже, значення виразу дорівнює 6.

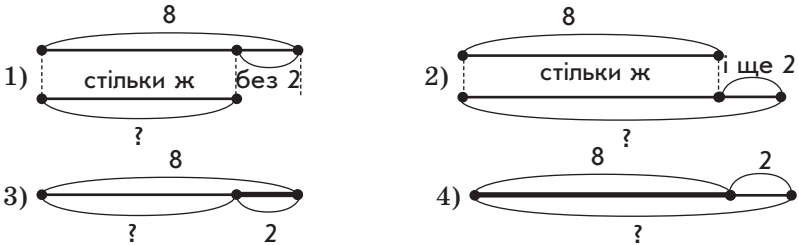
Їжачок знайшов 4 гриби, а яблук — на 2 більше. З'ясуйте, що означає, що яблук на 2 більше. Доберіть схему та вираз, за яким дізнаємось про число яблук. Знайдіть значення виразу, прочитайте його різними способами.



Учні переповідають ситуацію кілька разів. Пояснюють, що означає число 4; число 2. Чи відомо, скільки грибів знайшов їжачок? Чи відомо, скільки яблук знайшов їжачок? Що означає, що їжачок знайшов яблук на 2 більше, ніж грибів? [На 2 більше — це означає стільки ж (тобто 4) і ще 2.] Отже, вибираємо схему, на якій відрізок зі знаком питання складається з двох частин: стільки ж (4) і ще 2 — це схема 2. Стільки ж (4) і ще 2 знаходять дією додавання. Тому вибираємо вираз, у якому між числами 4 і 2 записано знак «+». Знаходимо значення виразу: $4 + 2 = 6$. Читаємо: 4 плюс 2 буде 6; до 4 додати 2 одержимо 6; перший доданок — 4, другий доданок — 2, значення суми — 6; сума чисел 4 і 2 дорівнює 6; число 4 збільшити на 2 — одержимо 6.

3.1. Прості задачі

Про що можна дізнатися? Доберіть схему до кожної ситуації.



До наведених далі ситуацій міркування можуть бути такими.

1) На годівниці було 8 пташок, 2 пташки полетіли.

Можна запитати: «Скільки пташок залишилося?». Щоб показати, скільки пташок залишилося, потрібно із числа пташок, які були спочатку, вилучити 2, які полетіли. Шукатимемо схему, на якій відрізком зі знаком питання показано результат вилучення. Це схема 3. Цілий відрізок позначає пташок, які були спочатку (іх 8). Товща частина відрізка позначає пташок, які полетіли (іх 2), тонша — пташок, які залишились.

2) На годівниці було 8 горобців, а синичок — на 2 більше.

Можна запитати: «Скільки було синичок?». Синичок на 2 більше, ніж горобців. На 2 більше — це означає стільки ж, скільки й горобців (іх 8), і ще 2. Вибираємо схему 2. На цій схемі відрізок зверху позначає число горобців (8), знизу — синичок. Нижній відрізок складається з двох частин: відрізка, що позначає «стільки ж, скільки й горобців», і відрізка, який позначає, на скільки більше синичок, ніж горобців. Чому не підходить схема 4? [На ній відрізок, позначений знаком питання, також одержують у результаті об'єднання відрізка, що позначає кількість горобців, і відрізка, що позначає 2 пташки. Річ у тім, що на 2 більше — це означає стільки ж і ще 2. На схемі 4 показано кількість пташок, а не конкретно синичок.]

3) На годівниці було 8 пташок. До них прилетіли ще 2 пташки.

Можна запитати: «Скільки стало пташок?». Підходить схема 4. На ній тонша частина відрізка позначає пташок, які були спочатку, товща частина відрізка — пташок, які прилетіли. Цілий відрізок, позначений знаком питання, позначає, скільки стало пташок на годівниці.

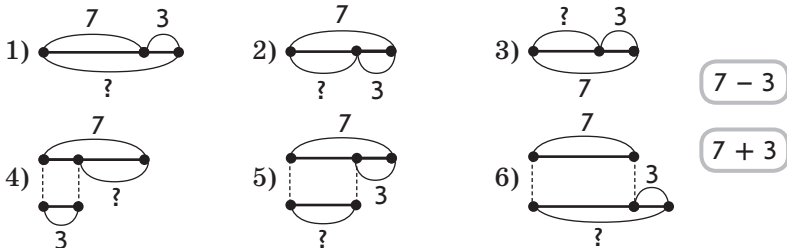
4) На годівниці було 8 горобців, а синичок — на 2 менше.

Можна запитати: «Скільки було синичок?». Підходить схема 1. На ній відрізок зверху позначає кількість горобців, знизу — кількість синичок. Нижній відрізок одержують у результаті вилучення з відрізка, що позначає «стільки ж» синичок, скільки й горобців,

відрізка, що позначає, на скільки менше синичок, ніж горобців. Чому не підходить схема 3? [На ній позначено кількість не синичок, а пташок, які залишились після того, як 2 пташки полетіли.]

До кожної схеми учні складають вирази; зауважують, що до схем 1 і 3 та 2 і 4 складені однакові вирази. Чому? [Тому що скільки залишок і число, що на кілька одиниць менше, знаходять дією віднімання; скільки стало та число, яке на кілька одиниць більше, знаходять дією додавання.]

4. Що невідомо? Про що можна запитати? Доберіть до тексту схему та вираз.



1) Квочка сиділа на 7 яйцях. Із 3 яєць вилупилися курчата.

Можна запитати: «Скільки яєць залишилось?». Вибраємо схему, на якій відрізок, позначений знаком питання, одержують у результаті вилучення з відрізка, що позначає, скільки яєць було спочатку, відрізка, що позначає, скільки курчат вилупилось. Це схема 2. Залишилось яєць менше, ніж було; менше число знаходять дією віднімання. Або залишилось яєць 7 без 3; 7 без 3 знаходять дією віднімання. Отже, підходить перший вираз.

2) Бабуся підклала рудій квочці 7 яєць, а чорній — на 3 яйця більше.

Можна запитати: «Скільки яєць бабуся підклала чорній квочці?». Чорній квочці бабуся підклала на 3 яйця більше, ніж рудій; на 3 більше — це означає стільки ж і ще 3. Тому ми вибираємо схему, на якій два відрізки накреслені один під одним; відрізок, позначений знаком питання, одержують у результаті приєднання до відрізка, що позначає «стільки ж», відрізка, який позначає на 3 більше. Це схема 6. Під чорну квочку бабуся підклала стільки ж яєць, скільки й під руду, та ще 3; стільки ж (7) і ще 3 знаходять дією додавання. Або під чорну квочку бабуся підклала більше яєць; більше число знаходять дією додавання. Отже, вибираємо другий вираз.

3) У квочки вилупилися курчата: 7 білих і 3 чорних.

Можна запитати: «Скільки всього курчат вилупилось?». Вибраємо схему, на якій відрізок зі знаком питання одержують

у результаті приєднання до відрізка, що позначає кількість білих курчат, відрізка, який позначає кількість чорних курчат. Це схема 1. Усього курчат більше, ніж окремо білих; ніж окремо чорних; більше число знаходимо дією додавання. Або всього курчат 7 і ще 3; 7 і 3 знаходять дією додавання. Отже, підходить другий вираз.

Також можна запитати, на скільки більше вилупилося білих курчат, ніж чорних, або на скільки менше чорних курчат, ніж білих. Шукатимемо схему, на якій два відрізки накреслені один під одним і різниця між ними позначена знаком питання. Це схеми 4 і 5. Щоб дізнатися, на скільки одне число більше або менше за інше, потрібно від більшого числа відняти менше. Отже, підходить перший вираз.

4) У білої квочки вилупилося 7 курчат, а в чорної — на 3 курчати менше.

Можна запитати: «Скільки курчат вилупилося в чорної квочки?». На 3 менше — це означає стільки ж, але без 3. Тому шукатимемо схему, на якій два відрізки накреслені один під одним, і відрізок, позначений знаком питання, одержують у результаті вилучення з відрізка, який позначає «стільки ж, скільки й у білої квочки», відрізка, який позначає, на скільки менше. Це схема 5. У чорної квочки курчат стільки ж, скільки й у білої (7) але без 3; 7 без 3 знаходять дією віднімання. Або у чорної квочки курчат менше, а менше число знаходять дією віднімання. Отже, підходить перший вираз.

5) Біля квочки було 7 курчат. Прибігли ще 3 курчати.

Можна запитати: «Скільки курчат стало біля квочки?». Вибираємо схему, на якій відрізок, позначений знаком питання, одержують поєднанням відрізка, який позначає, скільки курчат було біля квочки, і відрізка, який позначає, скільки курчат прибігло. Це схема 1. Стало курчат більше, ніж було, а більше число знаходять дією додавання, або стало курчат 7 і ще 3; 7 і 3 знаходять дією додавання. Отже, підходить другий вираз.

6) У квочки 7 курчат. Із них 3 білі, а решта — чорні.

Можна запитати: «Скільки чорних курчат?». Це схема 3. На цій схемі весь відрізок позначає усіх курчат — це сума. Частина всього відрізка, позначена дужкою з числом 3, позначає кількість білих курчат — це другий доданок, а відрізок, позначений знаком питання, позначає чорних курчат — це перший доданок. Щоб знайти невідомий перший доданок, потрібно від суми відняти другий доданок. Або: чорних курчат менше, ніж усіх курчат, а менше число знаходять дією віднімання. Отже, підходить перший вираз.

ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПОНЯТТЯМ «ЗАДАЧА»

Метою етапу ознайомлення із поняттям «задача» є формування в першокласників знань про складові задачі (умову і запитання, числові дані й шукане) та кроки її розв'язування, про зв'язок умови і запитання задачі, про кількість числових даних, необхідних для відповіді на запитання задачі; уміння виділяти умову задачі та її запитання, виділяти числові дані й шукане задачі; виконувати схему до задачі; свідомо обирати арифметичну дію, за допомогою якої розв'язується задача; виконувати розв'язування задачі; відповідати на запитання задачі; оформлювати розв'язання задачі.

Ознайомлення можна здійснити шляхом розгляду завдань, наприклад, таких.

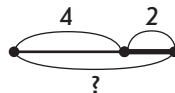
1. Розв'яжіть задачу.

Марійка і Наталка збирають гриби. Марійка знайшла 4 гриби, а Наталка — 2 гриби.

Що нам відомо? Те, що відомо, є **умовою**. Що нам невідомо? Про що можна запитати? Це **запитання задачі**. Умова і запитання складають задачу. Перекажіть умову задачі. Назвіть запитання задачі.

Слід зазначити, що до даної умови можна поставити два запитання: 1) «Скільки всього грибів знайшли дівчатка?» та 2) «На скільки більше грибів знайшла Марійка, ніж Наталка?» або «На скільки менше грибів знайшла Наталка, ніж Марійка?». Якщо учні поставили перше запитання, то схему складено правильно. Якщо ж учні поставили друге запитання, то обговорюється, як треба було б скласти схему, а потім з'ясовується, якому запитанню відповідаю подана схема.

Чи правильно склали схему? Поясніть, що означає кожний відрізок. [Тонша частина відрізка позначає, скільки грибів знайшла Марійка, товща частина відрізка — скільки грибів знайшла Наталка.] Цілий відрізок складається з двох частин




і позначений знаком питання, він позначає, скільки всього грибів знайшли дівчатка. Усього грибів більше, ніж окремо знайшла Марійка; усього грибів більше, ніж окремо знайшла Наталка. Більше число знаходять дією додавання, отже, щоб відповісти на запитання задачі, слід виконати дію додавання. Або: всього грибів 4 і ще 2; 4 і 2 знаходять дією додавання: $4 + 2 = 6$. Ця рівність є розв'язанням задачі. Отже, всього 6 грибів знайшли дівчатка — ми дали відповідь на запитання задачі.

3.1. Прості задачі

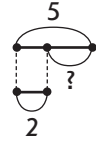
Для унаочнення перші сюжетні задачі варто подавати разом із малюнками. Причому умову задачі повинно бути з'єднано зі словом «умова», а запитання — зі словом «запитання».

- Прочитайте задачу. Перекажіть умову. Назвіть запитання. З'єднайте лінією складові задачі з їхніми назвами. Виконайте схему та запишіть рівність. Наведіть повну відповідь на запитання задачі.

На першій тарілці 5 яблук, а на другій — 2 яблука. 	УМОВА
На скільки більше яблук на першій тарілці, ніж на другій?	ЗАПИТАННЯ

Виконуємо схему та пояснюємо, що позначає кожний відрізок.

Верхній відрізок, позначений дужкою з числом 5, позначає, скільки яблук на першій тарілці. Нижній відрізок, позначений дужкою з числом 2, позначає, скільки яблук на другій тарілці. Відрізок, позначений дужкою зі знаком питання, позначає, на скільки більше яблук на першій тарілці, ніж на другій.



Щоб дізнатися, на скільки більше яблук на першій тарілці, ніж на другій, — на скільки одне число більше або менше за інше — потрібно від більшого відняти менше. $5 - 2 = 3$ — на 3 яблука більше на першій тарілці, ніж на другій.

Засвоєнню структури задачі сприяють завдання на порівняння двох текстів — короткого оповідання і задачі.

- Ознайомтеся з наведеними текстами і з'ясуйте, чим вони схожі; чим відрізняються. Чи є серед них задача? Як її впізнати?
 - У парку гуляли 5 дітей. 2 дитини пішли додому. Тоді залишилося 3 дитини.
 - У парку гуляли 5 дітей. 2 дитини пішли додому. Скільки дітей залишилося гуляти в парку?

У кожному з наведених текстів ідеться про дітей, які гуляли в парку, а потім пішли додому, і після цього кілька дітей залишилось. Обидва тексти містять по два однакових речення. Проте в першому тексті немає запитання — з нього відомо, що залишилися 3 дитини, а в другому є запитання — не відомо, скільки дітей залишилися гуляти. Другий текст є задачею, оскільки він містить і умову, і запитання. Без запитання немає задачі!

Аналізуючи тексти, які містять і умову, і запитання, учні впевнюються в тому, що для отримання задачі потрібно, щоб умова була пов'язана із запитанням.

4. Проаналізуйте текст: «У класі було 7 хлопчиків і 2 дівчинки.

Скільки пташок було на дереві?» Розкажіть умову задачі, назвіть запитання. Чи можна цей текст назвати задачею? Чому?

У тексті є умова: «У класі було 7 хлопчиків і 2 дівчинки», є запитання: «Скільки пташок було на дереві?», проте цей текст не є задачею, оскільки за умовою не можна відповісти на запитання. Запитання задачі повинно бути пов'язаним з умовою!

Усвідомлення зв'язку запитання з умовою відбувається й під час виконання завдань на добір запитання до даної умови або на добір умови до даного запитання, а також завдань на зміну умови (запитання) таким чином, щоб вона була пов'язана з даним запитанням (умовою).

5. Доберіть запитання до умови: «У першому кошику 7 груш, а в другому — на 3 груші менше».

До наведених далі запитань міркування можуть бути такими.

- 1) Скільки груш у першому кошику? [Запитання не підходить, оскільки з умови задачі відомо, що в першому кошику 7 груш.]
- 2) На скільки груш у першому кошику більше, ніж у другому? [Запитання не підходить, оскільки з умови відомо, що в другому кошику на 3 груші менше, ніж у першому, тому в першому кошику на 3 груші більше, ніж у другому.]
- 3) Скільки груш у другому кошику? [Запитання підходить, оскільки за даною умовою можна дізнатися, скільки груш у другому кошику.]
- 4) Скільки груш у двох кошиках? [Запитання також може підійти, якщо спочатку відповісти на попереднє запитання.]
- 5) Скільки груш у третьому кошику? [Запитання не підходить, оскільки в умові задачі зовсім не йдеться про третій кошик.]

Робота над аналогічними завданнями не лише сприяє засвоєнню структури задачі, а й спонукає учнів аналізувати зв'язки між даними і шуканим, формує вміння вибирати потрібний зв'язок, який дає можливість відповісти на запитання задачі.

6. Доберіть умову до запитання: «Скільки книжок на другій полиці?».

До наведених далі умов міркування можуть бути такими.

- 1) На одній полиці 7 книжок, а на другій — на 2 книжки більше. [Умова підходить, оскільки за нею можна відповісти на поставлене запитання.]

3.1. Прості задачі

- 2) На першій полиці 5 книжок, а на другій — 8 книжок. [Умова не підходить, оскільки про те, що запитується, уже відомо з цієї умови.]
- 3) На двох полицях 10 книжок, причому на першій полиці 4 книжки. [Умова підходить до запитання. За цією умовою можна дізнатися, скільки книжок на другій полиці.]
7. Змініть умову: «Рибалка спіймав 8 карасів, а окунів на 6 більше, ніж карасів» так, щоб відразу можна було відповісти на запитання: «Скільки всього рибин спіймав рибалка?» Змініть запитання.
8. Визначте, чи можна цей текст назвати задачею. Чому? Який текст можна назвати задачею, а який — ні?

До наведених далі завдань міркування можуть бути такими.

- 1) На клумбі росло 2 троянди і 7 ромашок. [Текст не є задачею, оскільки тут немає запитання. Без запитання немає задачі.]
- 2) На скільки більше лип, ніж верб, посадили школярі? [Текст не є задачею, оскільки є запитання, але немає умови.]
- 3) У Сашка 7 цукерок, а в Петрика — на 2 цукерки більше. Скільки цукерок у Петрика? [Це задача, у тексті є і умова, і запитання.]
- 4) На першому аркуші Тарас намалював 4 кораблики, а на другому — 3 кораблики. Скільки всього машин намалював Тарас? [Текст не є задачею, хоча є і умова, і запитання, але запитання не пов'язане з умовою.]

Корисно ознайомити учнів із поняттями «числові дані» і «шукане задачі», навчити виділяти числові дані та шукане. Учні усвідомлюють, що числові дані — це числа, що відомі в задачі; вони містяться в умові, а на шукане число вказує запитання задачі.

Розглянемо методику роботи на прикладах.

9. Перекажіть задачу. Назвіть умову; запитання задачі.

На болоті було <input type="checkbox"/> жабенят.

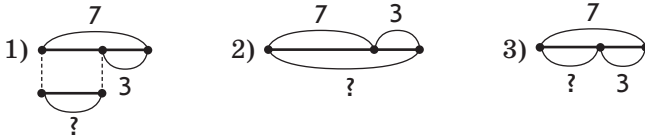
3 жабенят поскакали.

УМОВА

Скільки жабенят залишилось?

ЗАПИТАННЯ

Доберіть до задачі схему.



За дібраною схемою (3) учні пояснюють, що позначає кожний відрізок. Відрізок, позначений дужкою з числом 7, позначає, скільки жабенят було спочатку. Відрізок, позначений дужкою з числом 3, позначає, скільки жабенят поскакало. Відрізок, позначений дужкою зі знаком питання, позначає, скільки жабенят залишилося на болоті.

Виберіть рівність: $7 + 3 = 10$; $7 - 3 = 4$.

Учні вибирають другу рівність, оскільки залишилось жабенят менше, ніж було, а менше число знаходять дією віднімання. Або залишилось жабенят 7 без 3; 7 без 3 знаходять дією віднімання. Що означає число 7? [Стільки було жабенят.] Що означає число 3? [Стільки жабенят поскакало.] Чи відомі нам ці числа з умови задачі? [Так, ці числа нам відомі.] Де в задачі містяться числові дані? [В умові задачі.]



Числа, які відомі в задачі, — це **числові дані** задачі.
Числові дані містяться в умові задачі.

Яке число ми знайшли? [Скільки залишилось жабенят.] Це число ми шукали, тому воно називається **шуканим** числом.



Число, яке потрібно знайти в задачі, — це **шукане** задачі.
Шукане міститься в запитанні задачі.

Що нам вказує на шукане число? [Запитання задачі вказує, яке число є шуканим.]

Під час роботи над текстом задачі пропонуємо учням підкреслити умову однією рисою; обвести кружком числові дані й пояснити, що означає кожне числове дане; запитання підкреслити двома рисками й пояснити, що означає шукане.

Для набуття вміння виділяти в тексті задачі числові дані та шукане є корисним розв'язування задач із зайвими числовими даними та числовими даними, яких бракує. Наприклад, розглянемо такі задачі.

10. Порівняйте тексти задач. Чим вони схожі? чим відрізняються?
Яку задачу можна розв'язати, а яку — ні? Чому?

3.1. Прості задачі

- 1) У вазі лежали груші і 2 яблука. Скільки всього фруктів лежало у вазі?
- 2) У вазі лежало 4 груші і 2 яблука. Скільки всього фруктів лежало у вазі?

В обох задачах в умові йдеться про груші та яблука. В обох задачах однакові запитання: «Скільки всього фруктів лежало у вазі?». Ці задачі відрізняються тим, що в задачі 1 не сказано, скільки груш лежало у вазі, а в задачі 2 — сказано. Задачу 1 ми не зможемо розв'язати, оскільки для того щоб відповісти на запитання, скільки всього фруктів лежало у вазі, потрібно знати два числових значення: I — скільки груш лежало у вазі, II — скільки яблук лежало у вазі. У задачі 2 ці числові дані є в умові, тому ми зможемо її розв'язати.

Отже, щоб розв'язати задачу, в її умові повинно бути не менше ніж два числових даних.

11. Порівняйте тексти задач. Чим вони схожі? чим відрізняються? Чи можна стверджувати, що ці задачі мають однакові розв'язання?

- 1) У бабусі було 3 гуски, 5 курок. Скільки птахів було в бабусі?
- 2) У бабусі було 3 гуски, 5 курок і 2 кролі. Скільки птахів було в бабусі?

Чим схожі тексти задач? [Однакові запитання: «Скільки птахів було в бабусі?»] Чим відрізняються? [Різні умови: у задачі 1 йдеться лише про гусей і курей, а в задачі 2 — про гусей, курей і кролів.] Чи можна стверджувати, що ці задачі мають однакові розв'язання? [Для того щоб відповісти на запитання, достатньо знати два числових значення: I — скільки гусей у бабусі (в обох задачах гусей 3), II — скільки курей у бабусі (в обох задачах їх 5).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання.] Тож обидві задачі мають однакове розв'язання. У розв'язанні задачі 1 беруть участь усі числові дані, а в розв'язанні задачі 2 — не всі. Не бере участі в розв'язанні число, що позначає, скільки кролів у бабусі.

12. На аеродромі було 7 літаків. Скільки літаків залишилося на аеродромі? Виберіть із кількох умов дане, якого бракує.

До наведених далі умов міркування можуть бути такими.

- 1) Вранці прилетіло 2 літаки. [Умова не підходить, оскільки запитується, скільки залишилось, — літаки повинні полетіти, а тут, навпаки, йдеться про те, що літаки ще прилетіли.]
- 2) Полетіло на 2 літаки менше, ніж було. [Тут йдеться про те, що літаки полетіли. Можливо, ця умова й підійде. Але за такою

умовою ми не можемо відразу відповісти на запитання задачі. Щоб знайти відповідь, достатньо знати два числових значення: I — скільки літаків було, II — скільки літаків полетіло.]

- 3) Полетіло 3 літаки. [Умова підходить, ми зможемо відразу відповісти на запитання задачі.]

Засвоєнню структури задачі сприяють завдання на аналіз різних конструкцій задачі, коли частина умови міститься в запитанні, коли запитання стоїть перед умовою тощо.

Наприклад, розглянемо та проаналізуємо тексти таких задач.

13. Чи можна пропонуваній текст назвати задачею? Що в ньому незвичайне? Перекажіть умову, назвіть запитання.

До наведених далі текстів задач міркування можуть бути такими.

- 1) Скільки вагонів залишилося в потязі, якщо в ньому було 10 вагонів, а на станції відчепили 3 вагони? [Так, це задача. Але умову і запитання подано не так, як раніше. Задача починається із запитання. Умова: «У потязі було 10 вагонів, на станції відчепили 3 вагони». Запитання: «Скільки вагонів залишилося?».]
- 2) У відрі було 7 л води. Скільки літрів води залишилося у відрі, якщо з нього відлили 4 л води? [Так, це задача. Але частина умови міститься в запитанні. Умова: «У відрі було 7 літрів води. З нього відлили 4 літри води». Запитання: «Скільки літрів води залишилося?»]
- 3) У кравчині було 8 м тканини. Із 6 м вона пошила сукню. Знайдіть остачу тканини. [Так, це задача. Але запитання подано не в запитальній формі, а вимагається знайти... У такому випадку часто кажуть, що це не запитання задачі, а вимога задачі! Умова: «У кравчині було 8 м тканини. Із 6 м вона пошила сукню». Вимога: «Знайдіть остачу тканини».]

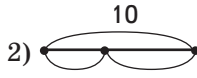
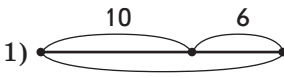
На базі сформованих уявлень про задачу та її структуру, а також спираючись на вміння встановлювати взаємозв'язки між умовою та запитанням, формується вміння аналізувати, а потім інтерпретувати текст задачі (моделювати різноманітні текстові конструкції на рівні схем, виразів, рівностей) і здійснювати переклад одних моделей в інші. З цією метою використовуються прийоми вибору.

На етапі ознайомлення з поняттям «задача» учні ще не розв'язують задачі самостійно, їм слід запропонувати завдання на вибір виразу, який відповідає тексту задачі.

3.1. Прості задачі

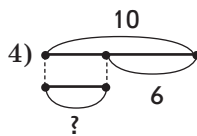
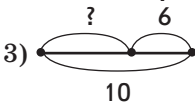
14. Доберіть до задачі схему і вираз.

У святковому подарунку 10 цукерок. Скільки шоколадних цукерок у подарунку, якщо карамельок 6?



$10 + 6$

$10 + 3 + 3$



$10 - 6$

До задачі підходить схема 3. На ній відрізок, позначений знаком питання, позначає кількість шоколадних цукерок — це перший доданок; відрізок, позначений дужкою з числом 6, позначає кількість карамельок — це другий доданок. А цілий відрізок, який складається з двох частин, позначає кількість усіх цукерок (і шоколадних, і карамельок) — це сума. Отже, невідомий перший доданок. Щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок. Тому до цієї задачі підходить третій вираз.

15. Виберіть вираз до задачі.

Мама купила 10 зошитів. Із них 6 у клітинку, решта — у лінійку. Скільки зошитів у лінійку купила мама?

$10 - 6$

$10 + 6$

До певного виразу або схеми пропонуємо по кілька текстів задач із метою усвідомлення учнями того факту, що один і той самий вираз може бути математичною моделлю різних за математичною структурою задач.

У процесі аналізу схем, математичних записів із метою «вибору», в учнів формується вміння читати текст задачі (виділяти умову, запитання, встановлювати взаємозв'язки між ними), а також накопичується досвід у перекладі одних моделей в інші (як словесної у схематичну, математичну, так і навпаки), але центральне місце при виконанні таких завдань належить опрацюванню обґрунтування вибору арифметичної дії.

3.1.2. Прості задачі (1 клас)

ОЗНАЙОМЛЕННЯ З ПОРЯДКОМ РОБОТИ НАД ЗАДАЧЕЮ ТА ЗАПИСОМ ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ

На етапі ознайомлення можна запропонувати учням, наприклад, такі завдання.

1. Розгляньте малюнок. Складіть задачу за малюнком; розв'яжіть задачу, міркуючи за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею».

Пропонуємо учням пояснити, що зображено на малюнку. [Було 6 дівчаток. До них прибігли 2 дівчинки.] Це задача? [Ні.] Чому? [Є лише умова, немає запитання. Задача складається з умови й запитання.] Чи можна поставити будь-яке запитання? [Ні, запитання має бути пов'язаним з умовою.] Яке запитання можна поставити, виходячи з ситуації? [Скільки дівчаток стало?]



6	2	?	
6	+	2	= 8
			8

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВІДПОВІДЬ

ПАМ'ЯТКА № 1
Працюю над задачею

- 1) Мені відомо: ...
- 2) Треба дізнатися: ...
- 3) Складаю схему: ...
- 4) Пояснюю розв'язання: ...
- 5) Розв'язую: ...
- 6) Відповідаю: ...

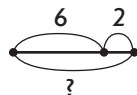
Перекажіть задачу. Перекажіть умову задачі. Виділіть числові дані. Назвіть запитання задачі. Яке число є шуканим?

Розв'язуємо задачу за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею».

Що відомо? [Відомо, що було 6 дівчаток, до них прибігли ще 2 дівчинки.] Записуємо ці числа в рядок через клітинку. (Учитель виконує запис на дошці.)

Про що треба дізнатися? [Треба дізнатися, скільки стало дівчаток.] У цьому ж рядку поставимо через клітинку знак питання.

Складаємо схему до задачі. Креслимо відрізок, який позначає дівчаток, що були спочатку. Креслимо відрізок, який позначає, що прибігли ще 2 дівчинки. Потрібно об'єднувати чи вилучати? [Об'єднувати.] Як це показати на схемі? [Треба до відрізка, що позначає дівчаток, які були спочатку, приєднати відрізок, який позначає кількість дівчаток, що до них прийшли; отриманий таким чином великий відрізок і позначатиме, скільки стало дівчаток.]



3.1. Прості задачі

Пояснюємо розв'язання. [Стало дівчаток більше, ніж було, а більше число знаходимо дією додавання. Або: стало дівчаток 6 і ще 2; 6 і ще 2 знаходять дією додавання. Отже, задачу розв'язуємо дією додавання.]


Розв'язуємо. [Розв'язання: $6 + 2 = 8$.] Записуємо рівність у другому рядку.

Повторюємо запитання задачі. [Скільки стало дівчаток?] Відповідаємо. [Стало 8 дівчаток.] У третьому рядку, під значенням виразу, запишемо число 8.

Моделювання формулювання є однією з домінуючих евристик, що сприяє самостійному розв'язанню задачі. Отже, певну увагу слід приділити складанню схеми до задачі.

На етапі підготовчої роботи діти опрацювали конкретний зміст відношення різницевого порівняння, у тому числі збільшення або зменшення числа на кілька одиниць; навчилися ілюструвати його на схемі. Ця дія є складовою в розв'язуванні задач на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць або на різницеве порівняння.

2. Перекажіть задачу. Перекажіть умову задачі. Назвіть запитання. З'єднайте лінією складові задачі з їхніми назвами. Обведіть у кружок числові дані і поясніть, що вони означають.

У парку гуляли <input type="checkbox"/> хлопчиків. А дівчаток — на 3 більше.		УМОВА
Скільки було дівчаток?		ЗАПИТАННЯ

Що відомо? [Нам відомо, що в парку гуляло 5 хлопчиків, а дівчаток — на 3 більше.]

Яке число є шуканим? [Треба дізнатися, скільки дівчаток гуляло в парку.]

Виконуємо схему. Як позначити відрізком, що в парку гуляло 5 хлопчиків? [Креслимо відрізок, який містить 5 одиничних відрізків.] Як позначити, що дівчаток було на 3 більше, ніж хлопчиків? [На 3 більше — це значить стільки ж, скільки й хлопчиків, і ще 3. Спочатку під відрізком, який позначає кількість хлопчиків, креслимо відрізок, який позначає стільки ж, а потім до нього приєднуємо відрізок, який містить 3 одиничні відрізки і позначає, на скільки більше дівчаток, ніж хлопчиків. Увесь відрізок позначаємо дужкою зі знаком питання — він позначає кількість

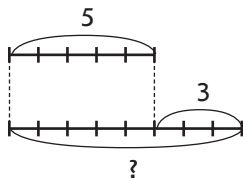
дівчаток.] За схемою ще раз пояснюємо, що позначає кожний відрізок. [Верхній відрізок із дужкою з числом 5 позначає кількість хлопчиків, які гуляли в парку. Нижній відрізок, позначений дужкою зі знаком питання, позначає дівчаток, які гуляли в парку. Цей відрізок складається з двох частин: відрізка, який позначає стільки ж, скільки й хлопчиків, і відрізка, який містить 3 одиничні відрізки (на скільки більше дівчаток).]

Пояснюємо розв'язання. [На 3 більше — це означає стільки ж (5) і ще 3; 5 і 3 знаходять дією додавання, отже, задачу будемо розв'язувати дією додавання. Або: дівчаток більше, ніж хлопчиків, а більше число знаходять дією додавання. Отже, задачу будемо розв'язувати дією додавання.]

Розв'язуємо задачу. [Розв'язання: $5 + 3 = 8$.]

Повторюємо запитання задачі. Даємо відповідь на запитання задачі. [Відповідь: 8 дівчаток гуляли в парку.]

Далі з'єднуємо слово «розв'язання» із розв'язуванням задачі, з'єднуємо слово «відповідь» із розв'язком задачі.



5		3		?		
5	+	3	=	8		
				8		

РОЗВ'ЯЗАННЯ

ВІДПОВІДЬ

ФОРМУВАННЯ ВМІННЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ПРОСТІ ЗАДАЧІ

Розглянуті типи завдань є переважно підготовчими для формування повноцінного вміння учнів розв'язувати прості задачі. На етапі закріплення основним видом діяльності є розв'язування задач.

Метою цього етапу є засвоєння саме порядку роботи над задачею з опорою на текст пам'ятки. Запропонуємо ще кілька прикладів роботи над задачами.

1. Розв'яжіть задачу.

На першій полиці <input type="checkbox"/> книжок.	
На другій полиці <input type="checkbox"/> книжки.	

УМОВА

На скільки менше книжок на другій полиці, ніж на першій?
--

ЗАПИТАННЯ

3.1. Прості задачі

Перекажіть задачу; умову. Назвіть запитання. З'єднайте лінією складові задачі з їхніми назвами. Обведіть числові дані у кружок і поясніть, що вони означають. [Число 6 означає, скільки книжок було на першій полиці. Число 3 означає, скільки книжок на другій полиці.]

Що відомо? [Відомо, що на першій полиці було 6 книжок, а на другій — 3 книжки.] Запишемо це в рядок через клітинку.

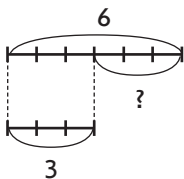
Яке число є шуканим? [Треба дізнатися, на скільки менше книжок на другій полиці, ніж на першій.] Запишемо знак питання через клітинку.

Виконуємо схему. Як позначити, що на першій полиці 6 книжок? [Креслимо відрізок завдовжки 6 одиничних відрізків.] Як позначити, що на другій полиці 3 книжки? [Креслимо під першим відрізком відрізок завдовжки 3 одиничні відрізки, адже ми маємо показати різницю між цими числами. Показуємо стільки ж; частину першого відрізка, яка лишається справа, позначаємо знаком питання.] За схемою пояснюємо, що позначає кожний відрізок. [Верхній відрізок позначає, скільки книжок на першій полиці (6), нижній відрізок — скільки книжок на другій полиці (3). Відрізок, позначений знаком питання, позначає, на скільки менше книжок на другій полиці, ніж на першій.]

Пояснюємо розв'язання. [Для того щоб дізнатися, на скільки одне число більше або менше за інше; потрібно від більшого числа відняти менше. Отже, задачу будемо розв'язувати дією віднімання.]

Розв'язуємо. [Розв'язання: $6 - 3 = 3$]. Записуємо розв'язання у другому рядку.

Повторюємо запитання задачі. Даємо відповідь на запитання задачі. [Відповідаю: на 3 книжки менше на другій полиці, ніж на першій.] Записуємо це число у третьому рядку.



6		3		?		
6	-	3	=	3		
				3		

РОЗВ'ЯЗАННЯ

ВІДПОВІДЬ


Варто зазначити, що робота над задачею проводиться колективно: вчитель ставить запитання, а учні відповідають. Учитель

конструє запитання таким чином, щоб учні відтворювали завдання за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею».

Під час розв'язування задач центральною дією є пояснення вибору арифметичної дії, за допомогою якої розв'язується задача. Учні дізнаються, що вибір арифметичної дії залежить від певних слів-ознак, що містяться в тексті задачі. Так, зі словами «усього» або «було — стало» пов'язане співвідношення додавання, зі словами «було — залишилося» — співвідношення віднімання, зі словами «на... більше (менше)» — співвідношення різницевого порівняння.

2. Складіть до задачі схему. Розв'яжіть задачу.

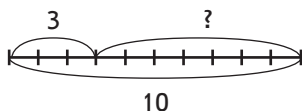
На тарілці 10 черешень.
Із них червоні, решта — жовті.



УМОВА

Скільки жовтих черешень?

ЗАПИТАННЯ



1	0		3		?	
1	0	-	3	=	7	
					7	

РОЗВ'ЯЗАННЯ

ВІДПОВІДЬ

Після складання схеми пояснюючи, що означає кожний відрізок, звертаємо увагу на назви компонентів. Відрізок, позначений дужкою з числом 3, позначає кількість червоних черешень — це перший доданок. Відрізок, позначений дужкою із знаком питання, означає кількість жовтих черешень — це другий доданок. Цілий відрізок, який складається з двох відрізків і позначений дужкою з числом 10, — це сума.

Пояснюємо розв'язання: потрібно знайти невідомий доданок; щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок, тому задачу розв'язуємо дією віднімання. Або: жовтих черешень менше, ніж усіх черешень, а менше число знаходимо дією віднімання, тому задачу будемо розв'язувати дією віднімання. Далі доцільно познайомити учнів із коротким записом задачі та спеціально навчати його складати.

Отже, в 1 класі працюємо над задачею за пам'яткою № 1 і записуємо задачу в 3 рядки. Водночас, розпочинаємо роботу із навчання учнів складати короткий запис задачі.

Розглянемо методику навчання складання короткого запису.

Спочатку учням варто пропонувати задачі у вигляді тексту разом із коротким записом задачі, а розв'язання задачі відбувається за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею». Наприклад, такі.

3. Розв'яжіть задачі.

1) У бабусі 4 качки і 3 гусей. Скільки **всього** птахів у бабусі?

Про кого йдеться в задачі? [Про качок і гусей. «Качки» і «гуси» — це ключові слова задачі.]

Знайдіть ключові слова в тексті задачі (їх виділено жирним шрифтом). Ці слова є й у короткому записі задачі одне під одним — у стовпчику.

Качки — 4 шт.	} ?
Гуси — 3 шт.	

Чи відомо нам, скільки качок у бабусі? [Відомо, 4.] Подивіться, де в тексті задачі стоїть це числове дане і де воно знаходиться в короткому записі. [Відповідне числове дане записується поряд з ключовим словом.]

Чи відомо, скільки гусей у бабусі? [Відомо — 3.] Де в тексті задачі записано це числове дане? Де в короткому записі це числове дане?

Яке запитання задачі? [Запитання містить слово «всього», для позначення цього слова є спеціальний знак — фігурна дужка. Отже, фігурна дужка позначає слово «всього». Запитується, «скільки всього», тому біля носика фігурної дужки ставлять знак питання.] За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 4? число 3? Яке число є шуканим?

2) У двох коробках лежать олівці. У **першій коробці** 10 олівців, а у **другій** 5 олівців. **На скільки менше** олівців у другій коробці, ніж у першій?

У задачі йдеться про олівці, що лежать у коробках. Скільки було коробок? [Дві коробки.] Ідеться про олівці, що лежать у першій коробці, та ті, що лежать у другій коробці.

Ключовими є слова «перша коробка» і «друга коробка». Зверніть увагу: у тексті задачі ці слова виділені жирним шрифтом. Подивіться, як записані ключові слова в короткому записі. Перша і друга коробки

I коробка — 10 шт.	} На ?
II коробка — 5 шт.	

позначені на короткому записі римськими цифрами: один позначається однією паличкою (I), два — двома паличками (II).

З'ясуйте, де у тексті задачі записані числові дані, де в короткому записі записані числові дані. Чи відомо, скільки олівців у першій коробці? Чи правильно записали біля цього ключового слова числове дане? Чи відомо, скільки олівців у другій коробці? Чи правильно записали числове дане біля цього ключового слова?

Яке запитання задачі? Запитання задачі містить слова «на скільки менше?». Щоб позначити в короткому записі запитання «на скільки менше?» або «на скільки більше?», користуються спеціальною круглою дужкою (ніби райдуга-дуга), біля якої пишуть слово «на» і знак питання. Поряд зі знаком питання не пишуть слова «більше» або «менше», тому що на скільки перше число більше за друге число, на стільки ж друге число менше за перше число.

3) У кролиці народилися кроленята — **6 строкатих**, а **білих** — на 2 менше. Скільки **білих** кроленят народилось?

Про що йдеться в задачі? [Розповідається про кроленят, які народилися в кролиці.]

Які кролики народилися в кролиці? [Строкаті й білі.] Слова «строкаті» й «білі» — це ключові слова. Вони виділені в тексті задачі жирним шрифтом. Як записані ключові слова в короткому записі?

Строкаті — 6 шт.
Білі — ?, на 2 шт. м.

Чи відомо, скільки народилося строкатих кроленят? Подивіться, де записане це числове дане в тексті задачі, де записане це числове дане в короткому записі. Чи відомо, скільки білих кроленят? [Невідомо.] Скільки білих кроленят невідомо, тому в короткому записі біля слова «Білі» записано знак питання. А що відомо про білих кроленят? [Відомо, що їх було на 2 менше, ніж строкатих.] Подивіться: у короткому записі поряд зі знаком питання через кому записано «на 2 шт. м.». Слово «менше» можна скоротити, можна написати лише літеру «м» і поставити крапку.

4) В акваріумі **всього 7** рибок, з них **2 сомики**, а решта — рибки **гупі**. Скільки **гупі** в акваріумі?

У задачі йдеться про рибок. Які рибки були в акваріумі? «Сомики» і «гупі» — це ключові слова. Подивіться, де ці слова містяться в тексті задачі.

Як ключові слова записані в короткому записі? Чи відомо, скільки сомиків в акваріумі? Де це числове дане записано

3.1. Прості задачі

в короткому записі? Чи відомо, скільки гупі? Як це позначено на короткому записі? Що ще відомо з умови задачі? Як позначено слово «всього»? Скільки всього рибок в акваріумі? Як це записано в короткому записі?

Сомики — 2 шт.	}	7 шт.
Гупі — ?		

Для того щоб навчити школярів складати короткий запис до задачі, потрібно, щоб вони мали картки з опорними схемами простих задач і вибирали з них потрібну. Краще використовувати на цьому етапі картки із друкованою основою. У цих картках учням пропонується закінчити складання короткого запису: спочатку вставити числові дані поряд із записаними ключовими словами, потім записати й ключові слова та здійснити аналіз задачі за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею», але дещо змінюється форма запису.

5) У класі було 5 дівчаток і 4 хлопчики. Скільки всього дітей було в класі?

5		4		?		
5	+	4	=	9		
				9		

Дівчатка — 5 д.

Хлопчики — 4 д.

}

?

На цьому етапі уміння визначати об'єкт (об'єкти) задачі набуває подальшого засвоєння: учні переказують задачу, з'ясовують, про що в ній йдеться, виділяють об'єкт або об'єкти задачі. Нагадаємо, що об'єктом задачі може бути предмет, явище, подія, процес. З об'єктом задачі пов'язані ключові слова, причому ключовими словами можуть бути діючі особи (наприклад, Сашко і Миколка). Якщо в сюжеті задачі відбуваються якісь дії з об'єктом задачі, то ключовими словами будуть характеристики цієї дії (наприклад, «було», «витратили», «залишилось»).

6) В Оленки було 8 олівців. Вона віддала подрозі 2 олівці. Скільки олівців залишилось в Оленки?

Про що йдеться в задачі? [Про олівці.] Що трапилося з олівцями? [Олівці спочатку були, потім їх віддали, і вони ще залишилися.]

Слова «було, віддала, залишилися» — це ключові слова задачі. Розглядаємо, як ці слова записані в короткому записі. Де містяться ключові слова в тексті задачі? [Ключові слова містяться і в умові, і в запитанні.]

Було — 8 ол.
Віддала — 2 ол.
Залишилось — ?

Біля ключових слів у тексті задачі стоять числові дані або слово «скільки». Яке число стоїть у тексті задачі біля слова «було»? Чи відомо, скільки олівців було в Оленки? Як це позначили в короткому записі? Яке числове дане записане неподалік від слова «віддала» в тексті задачі? Чи відомо, скільки олівців віддала Оленка подрузі? Як це позначили в короткому записі? Що записано біля слова «залишилось»? [Записано слово «Скільки», воно позначає шукане число.] Розгляньте, як шукане число позначене в короткому записі.

За коротким записом пояснюємо числа задачі. Що означає число 8? [Число 8 означає, скільки олівців було в Оленки.] Що означає число 2? [Число 2 означає, скільки олівців вона віддала подрузі.] Що означає шукане число? [Шукане число означає, скільки олівців залишилось в Оленки.]

Для визначення ключових слів ми пропонуємо користуватися пам'яткою.



ПАМ'ЯТКА

Визначаю ключові слова задачі

Визначаю, про що йдеться в задачі. Чи є в задачі кілька діючих осіб? Це ключові слова!

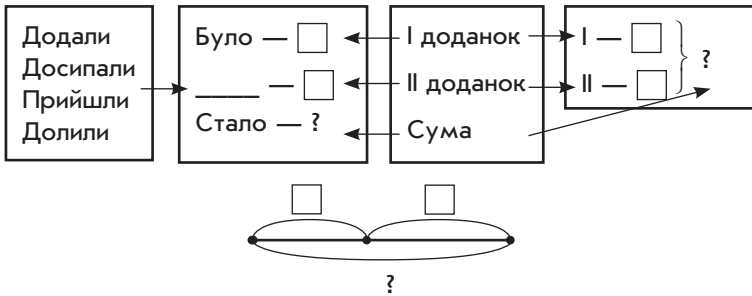
Або:

Визначаю, що відбувається за сюжетом задачі. Що було спочатку? Що зробили потім? Що сталося в результаті? Це ключові слова!

Учніям потрібно надати всі можливі зразки коротких записів, ознайомити з опорними схемами простих задач, які є матеріальними опорами під час самостійного складання короткого запису до задачі. Незважаючи на те, що вводиться поняття короткого запису, діти ще продовжують записувати задачу в три рядки, міркуючи за пам'яткою № 1 «Працюю над задачею». Розглянемо прості задачі за видами докладніше.

ВИДИ ПРОСТИХ ЗАДАЧ У 1 КЛАСІ

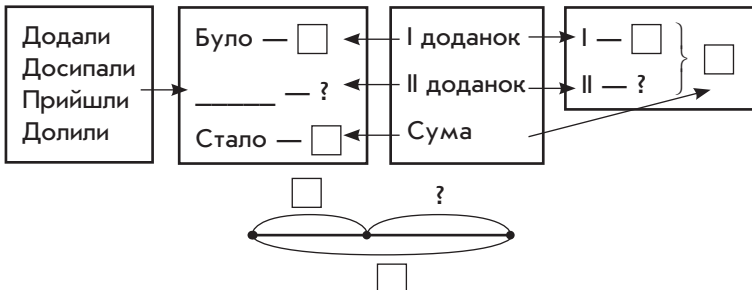
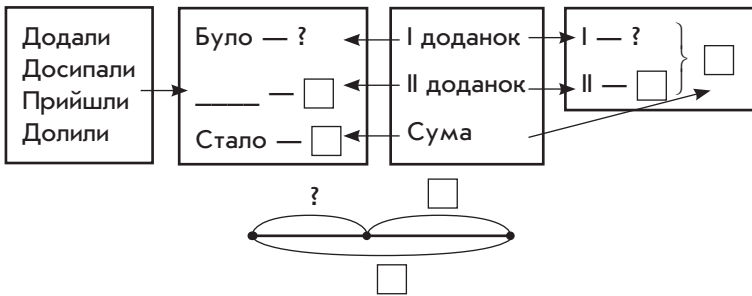
1. Задачі на знаходження суми



Якщо в задачі запитується, скільки $\frac{\text{стало}}{\text{всього}}$, то міркуємо так.

- 1) $\frac{\text{Стало}}{\text{Усього}}$ більше, ніж $\frac{\text{було}}{\text{окремо... та окремо...}}$, а більше число знаходимо дією додавання.
- 2) $\frac{\text{Стало}}{\text{Усього}}$ — □ та ще □, □ та ще □ знаходять дією додавання. Тому задачу розв'язуємо дією додавання.

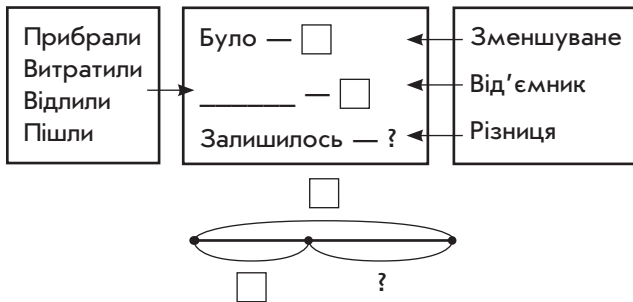
2. Задачі на знаходження невідомого доданка



Якщо в задачі відомо, скільки $\frac{\text{стало}}{\text{всього}}$ — сума і потрібно знайти невідомий доданок, то міркуємо так.

- 1) $\frac{\text{Стало}}{\text{Усього}}$ — це сума, $\frac{\text{було}}{\text{одне число}}$ — це відомий доданок. Потрібно знайти невідомий доданок. Щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок.
- 2) Шукане число менше, ніж $\frac{\text{стало}}{\text{усього}}$, а менше число знаходимо дією віднімання. Тому задачу будемо розв'язувати дією віднімання.

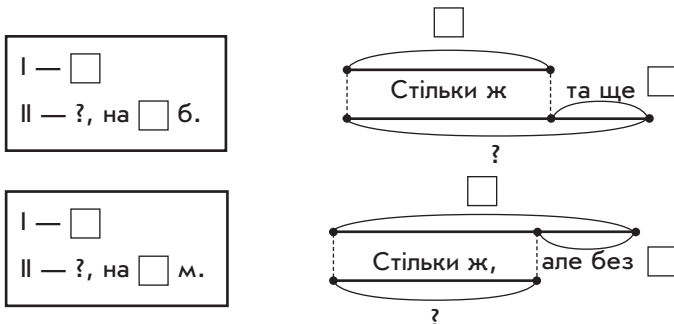
3. Задачі на знаходження різниці



Якщо в задачі запитується, скільки залишилось, то міркуємо так.

- 1) Залишилось менше, ніж було, а менше число знаходять дією віднімання.
- 2) Залишилось , але без , без знаходимо дією віднімання, тому задачу розв'язуємо дією віднімання.

4. Задачі на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць



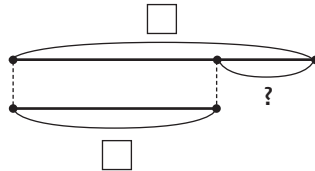
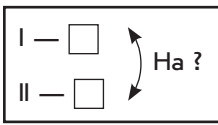
3.1. Прості задачі

Якщо в задачі шуканим є число, яке на кілька одиниць більше чи менше за дане, то міркуємо так.

1) Шукане число на \square $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане. На \square $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ — це означає стільки ж $\frac{\text{та ще}}{\text{але без}}$ \square . Стільки ж $\frac{\text{та ще}}{\text{але без}}$ \square знаходимо дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$.

2) Шукане число \square $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане, а $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ число знаходять дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$. Тому задачу будемо розв'язувати дією $\frac{\text{додавання}}{\text{віднімання}}$.

5. Задачі на різницеве порівняння



Якщо в задачі потрібно знайти, на скільки одне число більше чи менше за інше, то міркуємо так.

Щоб дізнатися, на скільки одне число $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ за дане, потрібно від більшого числа відняти менше число.

Після усвідомлення учнями процесу складання короткого запису задачі змінюється форма запису. Якщо раніше задача записувалась у три рядки, то тепер виконується стандартний запис: записується слово «Задача», під ним зліва робиться короткий запис, праворуч від нього виконується схема. У наступному вільному рядку в центрі записується слово «Розв'язання», під яким ліворуч — рівність, а нижче — слово «Відповідь» і саме речення, яке і є відповіддю на запитання задачі.

МЕТОДИКА РОБОТИ НАД ЗАДАЧАМИ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО ДОДАНКА

Розв'яжіть задачу.

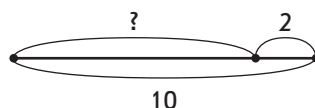
У кошику і на тарілці разом 10 яблук. На тарілці 2 яблука. Скільки яблук у кошику?

Перекажіть задачу; умову задачі. Виділіть числові дані. Назвіть запитання задачі. Яке число є шуканим? Запишіть у зошитах у центрі рядка слово «Задача».

Складемо короткий запис задачі. Знайдіть опорну схему задачі. Які ключові слова можна виділити? [У кошику, на тарілці.] Чи відомо, скільки яблук лежить у кошику? [Ні.] Оскільки невідомо, скільки яблук лежить у кошику, то напроти цього ключового слова поставимо знак питання. Чи відомо, скільки яблук на тарілці? [Так, 2.] Запишемо цифру 2 напроти цього ключового слова.

Що ще відомо із умови задачі? [Усього 10 яблуку кошику і на тарілці.] Як це показати в короткому записі? [Треба поставити фігурну дужку і за нею число 10.]

У кошику — ?	} 10
На тарілці — 2 ябл.	



За коротким записом поясніть числа задачі. Що означає число 10? [Число 10 означає, скільки яблук усього у кошику і на тарілці.] Що означає число 2? [Число 2 означає, скільки яблук на тарілці.] Яке число є шуканим? [Число, яке означає, скільки яблук у кошику.]

Виконуємо схему. Накресліть відрізок завдовжки 10 одиничних відрізків, який позначає кількість яблук у кошику і на тарілці, позначте його дужкою і запишіть число 10. Відділіть від нього дужкою відрізок завдовжки 2 одиничні відрізки, що позначає кількість яблук на тарілці. Позначте дужкою зі знаком питання іншу частину відрізка, що позначає кількість яблук у кошику.

Перекладіть цю задачу на мову математики. [Число 10 — це сума; число 2 — це другий доданок; потрібно знайти перший доданок.] Згадайте правило, за яким можна знайти невідомий доданок. [Якщо від суми двох чисел відняти один доданок, то залишиться інший доданок. Або: щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок.] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.] Або: шуканим є кількість яблук у кошику. У кошику яблук більше чи менше, ніж всього? [Менше.] За допомогою якої арифметичної дії знаходимо менше число? [Відніманням, тому й задачу розв'язуватимемо відніманням.]

Запишіть у центрі рядка слово «Розв'язання», відступіть одну клітинку вниз і з лівого краю рядка запишіть рівність. $[10 - 2 = 8 \text{ (шт.)}]$ Відступіть одну клітинку вниз і з лівого краю

3.1. Прості задачі

рядка запишіть слово «Відповідь», поставте двокрапку і напишіть відповідь, починаючи із знайденого числа. [Відповідь: 8 яблук у кошику.]

Зверніть увагу на те, як ми оформили запис задачі в зошиті. Ми написали слова «Задача», «Розв'язання» і «Відповідь»; склали скорочений запис задачі і написали повну відповідь на запитання задачі.

МЕТОДИКА РОБОТИ НАД ЗАДАЧАМИ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО ЗМЕНШУВАНОГО ТА ВІД'ЄМНИКА

Задачі на знаходження невідомого зменшуваного та невідомого від'ємника розглядаються в 1 класі з метою ознайомлення. Учні не мають самостійно розв'язувати ці задачі.

На етапі підготовчої роботи актуалізуємо конкретний зміст дії віднімання, схематичну інтерпретацію, назви компонентів і результату дії віднімання, правила знаходження невідомого зменшуваного різниці.

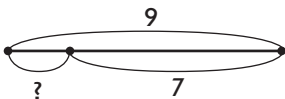
Під час ознайомлення із задачами цих видів доцільно ввести поняття «обернена задача». З метою підготовки до введення поняття про обернену задачу доцільно розв'язувати трійки задач на знаходження суми, на знаходження невідомого доданка (обернених).

1. Розв'яжіть задачу.

1) Під березою росло 9 грибів. 7 грибів зрізали. Скільки грибів залишилося?

Про що йдеться в задачі? Що відбувалося з грибами?

Які ключові слова можна виділити? Запишіть ключові слова у стовпчик. Чи відомо, скільки було грибів? Запишіть. Чи відомо, скільки зрізали грибів? Запишіть. Про що запитується в задачі? Поставте знак питання. Знайдіть опорну схему задачі. Яка це задача? [Це задача на знаходження різниці.]



Було — 9 шт.

Зрізали — 7 шт.

Залишилось — ?

За коротким записом пояснюємо числа задачі. Що означає число 9? Як позначити відрізком, що було 9 грибів? Що означає число 7? Як показати на схемі, що 7 грибів зрізали? Яке число є шуканим? Покажіть відрізок, що йому відповідає на схемі.

За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання, тому що залишилось менше, ніж було, а менше число знаходимо дією віднімання. Або: залишилось 9 без 7; 9 без 7 знаходять дією віднімання.]

Розв'язуємо задачу. Розв'язання: $9 - 7 = 2$ (шт.).

Відповідаємо: 2 гриби залишилися під березою.

Пояснить, що означають числа задачі: 9, 7, 2. Що означає число 9? [Число 9 означає, скільки грибів було.] Як воно називається мовою математики? [Це зменшуване.] Що означає число 7? [Число 7 означає, скільки грибів зрізали.] Як воно називається мовою математики? [Це від'ємник.] Що означає число 2? [Число 2 означає, скільки грибів залишилось.] Як воно називається мовою математики? [Це різниця.]

Складіть задачу, у якій шуканим буде зменшуване — число 9.

2) Після того як зрізали 7 грибів, під березою залишилися 2 гриби. Скільки грибів було під березою?

?, 7, 2

Які зміни в короткому записі задачі 1 потрібно зробити? [Треба число 9 замінити на знак питання, а замість знака питання, що стоїть біля слова «залишилось», поставити число 2.] Що означає знак питання? Що означає число 7? число 2?

Які зміни потрібно виконати на схемі? [Потрібно цілий відрізок, який позначає, скільки було (зменшуване), позначити знаком питання, а відрізок, який позначає, скільки залишилось (різницю), позначити дужкою з числом 2.]



Було — ?

Зрізали — 7 шт.

Залишилось — 2 шт.

За допомогою якої арифметичної дії будемо розв'язувати задачу? [Дією додавання, бо в цій задачі потрібно знайти, скільки було — зменшуване, а щоб знайти невідоме зменшуване, потрібно до різниці додати від'ємник. Або: було більше, ніж залишилось, а більше число знаходять дією додавання.]

Розв'язуємо: $2 + 7 = 9$ (шт.).

Відповідаємо: 9 грибів було під березою.

Ми одержали те число, яке було дано в задачі 1!

3.1. Прості задачі

Порівняйте задачу 2 із задачею 1. Чим цікаві ці задачі? [У цих задачах одна й та сама ситуація — росли гриби під березою. Одні й ті самі ключові слова: «було», «зрізали», «залишилось». Одні й ті самі числа: 9, 7, 2. Але в задачі 1 шуканим було число 2, а в задачі 2 — число 9.] Те, що було відомо в задачі 1, стало невідомим у задачі 2, і навпаки! Такі задачі називаються оберненими задачами!



Якщо в задачах описаний один і той самий сюжет і містяться одні й ті самі числа, але шуканим стає те, що було дано, а даним стає шукане, то такі задачі є **оберненими**.

Якою дією ми розв'язали задачу 1? [Дією віднімання.] А задачу 2? [Дією додавання.] Чому задачу 1 ми розв'язали дією віднімання, а задачу 2 — дією додавання? [У задачі 1 ми шукали різницю, а в задачі 2 — зменшуване.]

Складіть обернену задачу, щоб шуканим став від'ємник 7.

3) Під березою росли 9 грибів. Після того як кілька грибів зрізали, під березою залишилося 2 гриби.

9, ?, 2

Скільки грибів зрізали?

Які зміни в короткому записі задачі 2 потрібно зробити, щоб одержати короткий запис задачі 3? Виконайте зміни. За коротким записом поясніть числа задачі. Які зміни потрібно виконати в схемі задачі 2, щоб одержати схему задачі 3? Виконайте зміни.



Було — 9 шт.

Зрізали — ?

Залишилось — 2 шт.

За допомогою якої арифметичної дії будемо розв'язувати задачу? [Дією віднімання, оскільки шукане число «скільки зрізали?» — від'ємник; щоб знайти невідомий від'ємник, потрібно від зменшуваного відняти різницю. Або: зрізали менше, ніж було, а менше число знаходимо дією віднімання.]

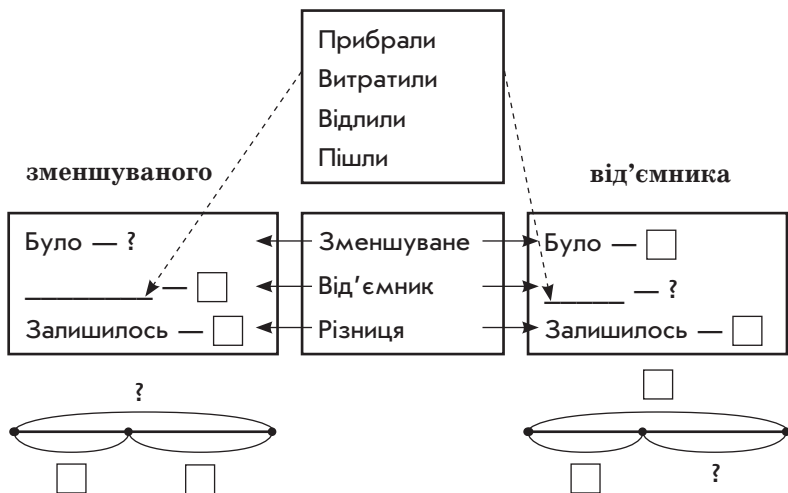
Розв'язуємо: $9 - 2 = 7$ (шт.).

Відповідаємо: 7 грибів зрізали.

Ми одержали число, що було дано в попередніх задачах. Отже, ми склали та розв'язали три взаємно обернені задачі. Чим цікаві взаємно обернені задачі?

Аналізуємо з учнями, якою дією ми розв'язали задачу 1. [Дією віднімання.] А задачу 2? [Дією додавання.] Задачу 3? [Дією віднімання.] Чому задачі 1 і 3 ми розв'язали дією віднімання? [Задачу 1 розв'язали відніманням, тому що шукали різницю; задачу 3 розв'язали дією віднімання, тому що шукали від'ємник.] Це однакові задачі? [Ні, це різні задачі — одна на знаходження різниці, а інша на знаходження зменшуваного.]

6. Задачі на знаходження невідомого



Якщо в задачі запитується, скільки було, то міркуємо так.

- 1) Залишилось — це різниця, було — це невідоме зменшуване. Щоб знайти невідоме зменшуване, потрібно до різниці додати від'ємник.
- 2) Шукане число більше, ніж залишилось, а більше число знаходимо дією додавання. Тому задачу будемо розв'язувати дією додавання.

Якщо в задачі запитується, скільки забрали (витратили, відрізали...), то міркуємо так.

- 1) Залишилось — це різниця, було — це зменшуване, прибрали (витратили, відрізали...) — це невідомий від'ємник. Щоб знайти невідомий від'ємник, потрібно від зменшуваного відняти різницю.
- 2) Шукане число — менше, ніж було, а менше число знаходимо дією віднімання. Тому задачу будемо розв'язувати дією віднімання.

Для того щоб діти не зазнавали труднощів у поясненні розв'язання, тобто у виборі арифметичної дії, пам'ятку № 1 «Працюю над задачею» можна доповнити таким чином.



ПАМ'ЯТКА № 1
Працюю над задачею

Мені відомо: ...

Треба дізнатися: ...

Складаю схему: ...

Пояснюю розв'язання: шукане $\frac{\text{більше}}{\text{менше}}$ — $\frac{\text{дія додавання}}{\text{дія віднімання}}$

Розв'язую: ...

Відповідаю: ...

З точки зору формування вміння свідомо обирати арифметичну дію корисними будуть завдання на розв'язування пар задач. Наприклад, таких.

2. Розв'яжіть задачі.

1) У хлопчика було 7 машинок. Він подарував товаришеві 3 машинки. Скільки машинок залишилось у хлопчика?

2) У хлопчика було 7 машинок. Батько йому подарував 3 машинки. Скільки машинок стало у хлопчика?

Ці задачі цікаві тим, що задача 1 на знаходження різниці, а задача 2 — на знаходження суми. В обох задачах ідеться про хлопчика, обидві задачі містять однакові числові дані, проте в них описуються різні ситуації (у контексті задачі слово «подарував» має протилежний зміст) і містяться різні запитання. Після порівняння розв'язання обох задач учні встановлюють, що задача 1 розв'язується дією віднімання, а задача 2 — дією додавання.

Заслуговують на увагу задачі, у тексті яких міститься слово «з'їв», а шукане число знаходять арифметичною дією додавання. Наприклад: «Михайлик з'їв 3 вареники, а Сергійко — 2. Скільки всього вареників з'їли хлопці?». Зазвичай діти пов'язують із цим словом дію віднімання, тож під час пояснення вибору арифметичної дії слід звернути увагу дітей на те, що всього хлопчики з'їли вареників більше, ніж окремо з'їв Михайлик і окремо з'їв Сергійко; а більше число знаходять дією додавання.

Таким чином, обираючи арифметичну дію, треба виходити із запитання задачі, а не орієнтуватися на окремі слова. Загалом, наприклад, слово «подарував» у задачах застосовується по-різному. Воно може означати, що стало менше, й може означати, що стало більше: якщо в задачі дійовій особі хтось

подарував, то стає більше, а якщо подарувала дійова особа — стає менше.

З аналогічною метою можна розглянути таку задачу: «В Олі після навчального року залишилося 7 зошитів у лінійку і 3 зошити в клітинку. Скільки всього зошитів залишилося в дівчинки?». Тут є можливість зробити з учнями висновок, що не завжди зі словом «залишилося» пов'язана дія віднімання. У цьому випадку залишилося всього зошитів більше, ніж окремо в лінійку і окремо в клітинку, отже, задача розв'язується дією додавання.

Учням можна поставити запитання, які зошити залишилися? [У клітинку та в лінійку.] Що означає вислів «Усього зошитів залишилося»? [Залишилося зошитів у клітинку та лінійку разом.] Усього зошитів залишилося більше чи менше, ніж окремо в клітинку чи окремо в лінійку? [Усього залишилося зошитів більше, ніж окремо в клітинку та окремо в лінійку.] Поясніть розв'язання. [Усього залишилося зошитів більше, ніж окремо зошитів у клітинку та окремо в лінійку, тому задачу розв'язуємо дією додавання. Або: всього залишилося зошитів 7 і 3; 7 і 3 знаходять дією додавання.]

З метою попередження змішування способів розв'язування задач різних видів після розгляду цієї задачі учням можна запропонувати задачу на знаходження остачі, наприклад: «В Олі було 7 зошитів, вона витратила 3 зошити. Скільки зошитів у неї залишилося?», і порівняти розв'язання обох задач.

3.1.3. Прості задачі (2 клас)

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

У 2 класі учні розв'язують прості задачі семи уже відомих видів: на конкретний зміст суми; на конкретний зміст різниці; на збільшення або зменшення числа на кілька одиниць; на різницеве порівняння; на знаходження невідомого доданка; на знаходження невідомого зменшуваного; на знаходження від'ємника.

Учні також знайомляться з простими задачами нових видів: на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел; на знаходження суми трьох доданків; на конкретний зміст добутку; на конкретний зміст дії ділення (ділення на рівні частини; ділення на вміщення).

Робота над простими задачами в 2 класі відбувається за пам'яткою № 2 «Працюю над задачею».





ПАМ'ЯТКА № 2

Працюю над задачею

1. Прочитай задачу. Про що йдеться в задачі?
2. Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі.
3. За коротким записом поясни числові дані задачі та шукає. Виконай схему.
4. Повтори запитання задачі. Що достатньо знати, щоб на нього відповісти?
Достатньо знати два числових значення:
I — та II — .
5. Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі?
6. Запиши розв'язання задачі.
7. Запиши відповідь.

Розглянемо методику введення нових видів задач докладно.

ВИДИ ПРОСТИХ ЗАДАЧ У 2 КЛАСІ

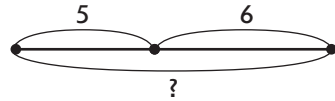
1. Задачі на знаходження суми трьох доданків

У процесі підготовчої роботи до ознайомлення з цим видом задач розв'язуються задачі на конкретний зміст суми із запитанням «Скільки всього?». Наприклад, учні ознайомлюються з такими задачами.

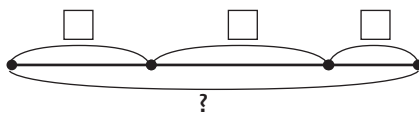
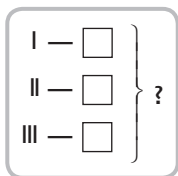
1. Розв'яжіть задачу.

- 1) Юрко вирізав для аппликацій 5 трикутників і 6 чотирикутників. Скільки всього фігур вирізав Юрко?
- 2) Юрко вирізав для аппликацій 5 трикутників, 3 круги і 6 чотирикутників. Скільки всього фігур вирізав Юрко?

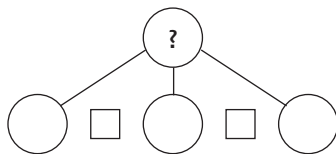
Порівнюючи задачу 2 із задачею 1, учні з'ясовують, що в задачі 1 Юрко вирізав два види фігур, а в задачі 2 — три види. Тож у короткому записі задачі 1 буде два ключових слова, а в задачі 2 — три ключових слова. Обидві задачі містять однакові запитання: «Скільки всього фігур вирізав Юрко?». Таке запитання позначається на короткому записі фігурною дужкою. Учні вносять зміни в короткий запис задачі 1 і, пояснюючи числа задачі й шукає, вносять зміни у схему.



Після складання короткого запису задачі 2 можна запропонувати учням розглянути опорну схему та схему таких задач.



Наступним кроком визначається вплив зміни умови задачі на її розв'язання: діти визначають, що для відповіді на запитання задачі 2 достатньо знати три числових значення: I — скільки трикутників вирізав Юрко (відомо, 5); II — скільки кругів (відомо, 3); III — скільки чотирикутників (відомо, 6). Дією додавання відповімо на запитання задачі. Отже, схема аналізу має такий вигляд.



Учні вносять зміни в розв'язання задачі 1 так, щоб отримати розв'язання задачі 2; формулюють відповідь на запитання задачі 2. Порівнюючи задачі 1 і 2, школярі визначають спільне: обидві задачі на знаходження суми, але в задачі 1 потрібно було знайти суму двох доданків, а в задачі 2 — суму трьох доданків. Можна повідомити учням, що це задача на знаходження суми трьох доданків.

Щоб закріпити матеріал, пропонуємо учням працювати над задачами за пам'яткою № 2 «Працюю над задачею». Такі задачі доцільно порівнювати із задачами на знаходження суми двох доданків, що містять зайве числове дане.

Розв'яжіть задачу.

У бабусі 9 курей, 7 гусей і 5 кролів. Скільки всього птахів у бабусі?

До цієї задачі можна: 1) змінити умову задачі так, щоб числових даних було достатньо для відповіді на запитання задачі; 2) змінити запитання задачі так, щоб усі числові дані брали участь у розв'язанні.

З метою підготовки до введення задач на конкретний зміст добутку серед задач на знаходження суми трьох доданків можна пропонувати дітям задачі на знаходження суми однакових доданків з обов'язковим аналізом виразу до задачі.

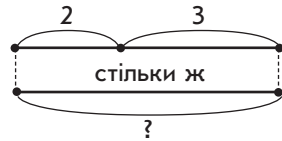
2. Задачі на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел

На етапі підготовчої роботи до ознайомлення з цим видом простих задач учням пропонуються, наприклад, такі завдання.

3.1. Прості задачі

1. На столі лежать 2 трикутники і 3 круги. Намалюйте в зошиті стільки квадратів, скільки трикутників і кругів разом.

Учні повинні усвідомити, що для того щоб дізнатися, скільки потрібно намалювати квадратів, треба міркувати так: квадратів стільки, скільки трикутників і кругів разом; трикутників і кругів разом 2 і ще 3 (тобто 5), тому квадратів теж 5. Або: учні можуть діяти практично, тоді слід викласти на парті трикутники і круги в рядок, а під ними квадрати — так, щоб кожному трикутнику і кожному кругу відповідав тільки один квадрат (тобто учні складають пари). Але після такої роботи слід промовити міркування, а практичні дії супроводити схемою.



На етапі ознайомлення можна запропонувати таку задачу.

2. Розв'яжіть задачу.

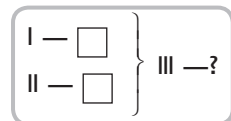
Біля ставка росло 9 верб, 2 осики, а вільх стільки, скільки верб і осик разом. Скільки вільх росло біля ставка?

Прочитайте задачу. Про що йдеться в задачі? [Про верби, осики і вільхи. Росло 9 верб, 2 осики, а вільх стільки, скільки верб і осик разом. Запитуються, скільки росло вільх.]

Виділіть ключові слова та складіть короткий запис задачі. [Ключові слова: «верби», «осики», «вільхи».] Запишемо ключові слова у стовпчик. Чи відомо з умови, скільки росло верб? [Відомо — 9.] Запишемо це поряд зі словом «Верб». Чи відомо, скільки росло осик? [Відомо — 2.] Запишемо це поряд зі словом «Осики». Чи відомо, скільки було вільх? [Ні, не відомо.] Що відомо з умови про вільхи? [Вільх було стільки, скільки верб і осик разом.] Як це позначимо в короткому записі? Якщо говориться «разом», то ми це позначаємо фігурною дужкою, тобто те, що стосується верб і осик, ми маємо об'єднати фігурною дужкою і посередині записати, що це число дорівнює числу вільх. Отже, короткий запис має такий вигляд:

Верб — 9 шт.	} Вільхи — ?
Осики — 2 шт.	

За коротким записом поясніть числові дані задачі та запитання. Що означає число 9? [Число 9 означає, скільки росло верб.] Що означає число 2? [Число 2 означає, скільки росло осик.] Розгляньте опорну схему до цієї задачі.

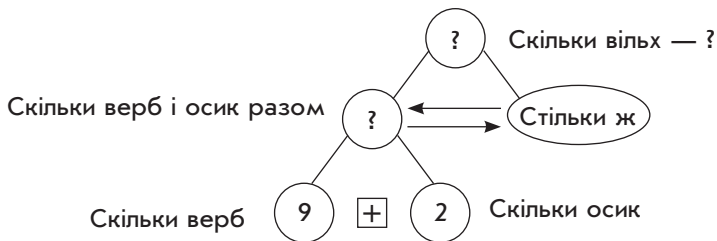


Що позначає фігурна дужка? [Фігурна дужка позначає, що вільх стільки, скільки верб і осик разом.] Яке запитання задачі? [Скільки росло вільх?]

Виконаємо схему. Скільки верб росло біля ставка? Як показати, що біля ставка росло 9 верб? Скільки росло осик? Як це показати: потрібно об'єднувати чи вилучати? Скільки вільх росло біля ставка? [Стільки ж, скільки верб і осик разом.] Як це показати на схемі? [Треба нижче накреслити відрізок такої самої довжини, що й відрізок, який показує, скільки верб і осик разом.] Повторіть запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? [Треба знати: I — скільки було верб і осик разом (поки не відомо), II — що вільх було стільки ж.]



Тут дія не виконується, натомість здійснюється логічний перехід до запитання: «Скільки верб і осик разом?». Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Потрібно знати два числові значення: I — скільки верб (9), II — скільки осик (2).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання? [Відповімо дією додавання.]



Запишіть розв'язання задачі. [Розв'язання: $9 + 2 = 11$ (шт.) — стільки ж вільх.]

Запишіть відповідь. [Відповідь: 11 вільх росло.]

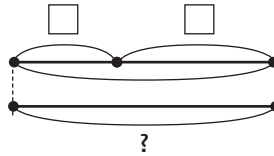
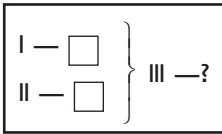
Для формування умінь і навичок розв'язувати задачі цього виду учні працюють над задачами за пам'яткою № 2 «Працюю над задачею». Корисно порівняти задачі на знаходження третього числа за сумою двох даних чисел і задачі на знаходження суми трьох доданків. Наприклад:

3. Розв'яжіть задачі.

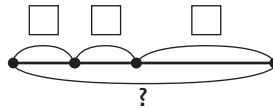
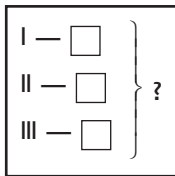
- 1) На клумбі розцвіли айстри. Білих айстр 7 штук, рожевих — 5 штук, а бузкових — стільки, скільки білих і рожевих айстр разом. Скільки бузкових айстр розцвіло на клумбі?

- 2) На клумбі розцвіли айстри. Білих айстр 7 штук, рожевих — 5 штук, а бузкових — 12. Скільки всього айстр розцвіло на клумбі?

Задачі на знаходження третього числа за сумою двох чисел



Задачі на знаходження суми трьох доданків



Методику ознайомлення молодших школярів із задачами на конкретний зміст добутку та частки (ділення на рівні частини та ділення на вміщення) вже докладно розглянуто в темі «Табличне множення та ділення».

**МЕТОДИКА ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ
ПРО ОБЕРНЕНУ ЗАДАЧУ**

На прикладі порівняння задачі на знаходження суми та задачі на знаходження невідомого доданка вводиться поняття «обернена задача». Це можна зробити за допомогою таких задач:

Розв'яжіть задачі.

- 1) Каструля містить 5 л води, а бідон — 3 л. Скільки літрів води містять разом каструля й бідон? [$5 + 3 = 8$ (л).]
- 2) Каструля й бідон разом містять 8 л води. Каструля містить 5 л води. Скільки літрів води містить бідон? [$8 - 5 = 3$ (л).]

Аналізуємо з учнями, чим схожі ці задачі і чим вони відрізняються. Як склали задачу 2 із задачі 1? Задача 2 обернена до задачі 1. Складаємо ще одну задачу, обернену до задачі 1. Відповідаючи на запитання: «Що спільне та відмінне в цих задачах?», учні мають зазначити, що спільним є те, що в обох задачах ідеться про одну й ту саму ситуацію. Є каструля й бідон, у них налито воду; відмінним є те, що в задачі 1 відомо, скільки літрів води

вміщує каструля та скільки бідон; запитується, скільки всього літрів води вміщують каструля і бідон. У задачі 2 також відомо, скільки літрів води вміщує каструля, але невідомо, скільки літрів води вміщує бідон, зате указано, скільки літрів води в каструлі та бідоні разом.

Тут корисно виписати числа задачі й пояснити, що означає кожне число: 5, 3, 8. Потім невідоме число і задачі 1, і задачі 2 закрити знаком питання і сформулювати задачі. Далі слід запитати: «Яке ще число можна закрити знаком питання?», запропонувати скласти задачу, у якій запитується про це значення. Таким чином, ми розкриваємо учням технологію складання взаємно обернених задач.



ПАМ'ЯТКА

Складаю взаємно обернені задачі

- 1) виписую числа задачі і пояснюю кожне число;
- 2) замінюю одне із даних чисел знаком питання;
- 3) складаю задачу, у якій запитується про це значення.

Після цього можна обговорити питання про те, чим цікаві ці три задачі. [У них ідеться про одну й ту саму ситуацію, у них подано однакові числа, але те, що було відомим у задачі 1, стало невідомим у задачі 2, і навпаки.] Відповідаючи на запитання: «Як утворили задачу 2 із задачі 1?», учні повинні сказати, що те, що було невідомим у задачі 1 (кількість літрів води в каструлі й бідоні разом), стало відомим у задачі 2, а те, що було відомим у задачі 1 (кількість літрів води в бідоні), стало невідомим у задачі 2. Учитель повідомляє, що такі задачі називаються оберненими.

Отже, щоб скласти обернену задачу, слід виписати числа задачі, пояснити їх і припустити, що одне з поданих в умові задачі чисел є невідомим; скласти задачу, у якій запитується про це число. Обернених задач може бути стільки, скільки числових даних є в задачі.

Учні складають ще одну обернену задачу:

Каструля і бідон разом містять 8 л води. Бідон містить 3 л води. Скільки літрів води містить каструля? [$8 - 3 = 5$ (л).]

Отже, тепер до кожної простої задачі вони мають самостійно складати по дві обернені задачі. Розв'язок обернених задач розглядається як перевірка правильного розв'язання даної задачі.

3.2. СКЛАДЕНІ ЗАДАЧІ

3.2.1. Формування поняття про складену задачу

Традиційно в темі «Табличне додавання і віднімання з переходом через розряд» учні знайомляться з поняттям «складена задача». Цьому має передувати ґрунтовна підготовча робота. Від того, наскільки якісно будуть засвоєні окремі дії, що складають вміння розв'язувати складені задачі, залежить успіх подальшої роботи над задачами на дві або три дії.

ЗМІСТ І МЕТОДИКА ПІДГОТОВЧОЇ РОБОТИ ДО ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ «СКЛАДЕНА ЗАДАЧА»

На етапі підготовчої роботи у дітей формуються уявлення про те, що за двома певними числовими даними можна відповісти на кілька запитань (постановка запитань до даної умови, вибір запитання до даної умови); різні задачі можуть мати однакові розв'язання (завдання на складання задач, розв'язанням яких є певний вираз); неможливість відповісти на запитання задачі, якщо числових даних бракує (розв'язання задач із недостатньою кількістю числових даних); необхідність вибору числових даних для відповіді на запитання задачі (розв'язання задач із зайвими числовими даними).

Учні дізнаються про існування задач, на запитання яких не можна відповісти відразу (постановка додаткового запитання до задач із зайвими числовими даними; об'єднання двох послідовних простих задач; відповідь на друге запитання при розв'язанні задач із двома запитаннями), та задач, які складаються з двох простих задач, пов'язаних за змістом (при розв'язанні двох послідовних простих задач); а також про те, що аналіз може складатися з двох циклів, кожний із яких відповідає певній із двох простих задач (при розв'язанні задач із зайвими числовими даними; двох послідовних простих задач; задач з двома запитаннями).

На етапі підготовчої роботи доцільним буде провести усне опитування, метою якого є актуалізація знання учнів окремих видів співвідношень (додавання, віднімання, різницевого порівняння) та відповідних опорних схем задач.

Усне опитування

- 1) Яке слово-ознака в тексті задачі визначає наявність суми (різниць)?
- 2) Які ще компоненти мають бути в тексті задачі зі співвідношенням додавання (віднімання)? Якими словами вони можуть бути виражені в тексті задачі?

- 3) Якщо шуканим числом є сума (різниця), то до якого виду належить задача?
- 4) Знайдіть опорні схеми задач на знаходження суми (різниці). Що достатньо знати, аби відповісти на запитання задачі? Якою арифметичною дією?
- 5) Якщо задача містить суму (різницю), то які компоненти можуть бути шуканими? Знайдіть опорну схему задачі на знаходження невідомого доданка (зменшуваного, від'ємника). Що достатньо знати, аби відповісти на запитання задачі? Якою арифметичною дією? Чому?
- 6) Які слова-ознаки в тексті задачі визначають співвідношення різницевого порівняння? [Головний член співвідношення той, що виражений словом-ознакою — прийменником «на» зі словом «більше» або «менше». Якщо невідомий головний член співвідношення різницевого порівняння (тобто невідомо, на скільки більше або менше), то ми отримуємо задачу на різницеве порівняння.] Знайдіть опорну схему задачі на різницеве порівняння. Що достатньо знати, щоб відповісти на запитання? Якою арифметичною дією? Чому?
- 7) Що може бути невідомим у задачі, що містить співвідношення різницевого порівняння? Знайдіть опорну схему такої задачі. Що достатньо знати, щоб відповісти на запитання? Якою арифметичною дією? Чому?

Постановка запитання до даної умови

Метою пропонованих завдань усного опитування є навчити учнів ставити запитання до даної умови, на яке можна відповісти за числовими даними, що в ній містяться; закріпити мовні конструкції: «Для відповіді на запитання задачі потрібно знати два числових значення...», «На запитання задачі відповімо арифметичною дією...»; навчити знаходити спільне й відмінне в текстах задач.

Під час розв'язування складених задач триває робота над структурою задачі. Щоб одержати задачі, учні повинні до даної умови поставити пов'язане з нею запитання. Вони впевнюються, що до однієї і тій же самої умови можна поставити кілька запитань. Отже, учні опиняються перед необхідністю визначити запитання, на яке можна відповісти за двома числовими даними.

1. Прочитайте умову, виділіть числові дані, поясніть, що вони означають. Поміркуйте, про що можна дізнатися за цими числовими даними, та поставте запитання до умови.
 - 1) У Віті 10 цукерок, а в Сашка 14 цукерок.
 - 2) У Віті 10 цукерок, а в Сашка на 4 цукерки більше.

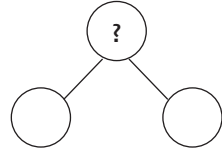
3.2. Складені задачі

- 3) У їдальні було 8 л олії. Привезли ще 2 л олії.
- 4) У їдальні було 8 л олії. Після того як привезли ще кілька літрів олії, стало 10 л олії.
- 5) Після того як в їдальню привезли 2 л олії, стало 10 л олії.
- 6) У рулоні було 17 м тканини, від нього відрізали 7 м тканини.
- 7) Після того як від рулону відрізали 7 м тканини, у ньому залишилося 10 м тканини.
- 8) У рулоні було 17 м тканини. Після того як відрізали декілька метрів, у рулоні залишилося ще 10 м тканини.

Наводимо методику роботи щодо розв'язування таких задач на прикладах.

- 9) У гаражі було 11 машин. 8 машин поїхало.

Чи є цей текст задачею? Чому? Як потрібно доповнити текст, щоб отримати задачу? Яким повинно бути запитання? Перекажіть задачу з цим запитанням. Знайдіть опорну схему отриманої задачі. Визначте числові дані задачі та поясніть їх значення. Повторіть запитання задачі. Що потрібно знати, щоб на нього відповісти? [Треба знати два числоих значення: I — ..., II — ...]



За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? Чому? Розкажіть розв'язання задачі. Повторіть запитання задачі. Назвіть відповідь.

- 10) У каструлі 5 л молока, а в бідоні 9 л молока.

Виділіть числові дані. Про що можна дізнатися за цими числовими даними? Складіть задачу, у якій це число буде шуканим. Про що ще можна дізнатися за цими числовими даними? Перекажіть задачу, у якій це число буде шуканим.

Корисними також є завдання на вибір запитання до даної умови або на вибір умови до даного запитання. Наприклад:

2. Поміркуйте, які з даних запитань можна поставити до умови: «У білки було 17 горішків. Вона з'їла 5 горішків уранці, а в обід ще 2 горішки».
 - 1) Скільки всього горішків з'їла білка?
 - 2) На скільки більше горішків з'їла білка вранці, ніж в обід?
 - 3) На скільки менше горішків з'їла білка в обід, ніж уранці?
 - 4) Скільки горішків залишилося в білки?
 - 5) Скільки горішків залишилося в білки?
3. Доберіть умову до запитання: «Скільки всього дітей займаються танцями?»
 - 1) Танцями займаються 24 дитини. З них 13 хлопчиків.

- 2) Танцями займаються хлопчики і дівчатка. Хлопчиків на 5 менше, ніж дівчаток.
- 3) Танцями займаються 12 хлопчиків і 13 дівчаток.
- 4) Танцями займаються 7 хлопчиків, а дівчаток на 2 більше.
- 5) Танцями займаються 11 хлопчиків, а дівчаток на 4 менше.

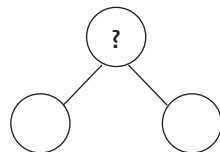
Під час виконання таких завдань ми продовжуємо працювати над закріпленням вміння виділяти умову та запитання задачі, числові дані і шукане, виділяти слова-ознаки окремих видів співвідношень, визначати вид співвідношення.

Складання задач із даними числами або виразами

У процесі розв'язування завдань на вибір умови до даного запитання, і навпаки, учні впевнюються, що однією й тією самою арифметичною дією над даними числами можна розв'язати низку задач, які відтворюють різноманітні життєві ситуації. Учні вчаться визначати значення числових даних і добирати запитання, відповідь на яке знаходять певною арифметичною дією. Наприклад:

1. Із числами 10 і 6 складіть задачу, яка розв'язується арифметичною дією додавання.

Що означає речення: «З числами 10 і 6 скласти задачу»? [Ще означає, що числа 10 і 6 будуть числовими даними цієї задачі.] Де містяться в задачі числові дані? [В умові задачі.] У задачі, крім числових даних, є ще шукане число. Де міститься в задачі шукане число? [У запитанні задачі.] Таким чином, ми повинні придумати умову, яка міститиме числа 10 і 6, та поставити до неї запитання. Умови в нас немає. Як визначити, яке запитання потрібно поставити? Що вимагається зробити в задачі? [Скласти задачу, що розв'язується дією додавання.] Виходячи з чого ми обираємо арифметичну дію, якою розв'язується задача? [Виходячи із запитання задачі.] Про що повинно запитуватися в задачі, щоб вона розв'язувалася дією додавання? [У задачі може запитувати, скільки всього, тоді вона розв'язується дією додавання.] Знайдіть опорну схему такої задачі. Перекажіть задачу. Поясніть значення числових даних. Яке число є шуканим? Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — ..., II — ...] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? Чому? Розкажіть розв'язання задачі. Повторіть запитання та назвіть відповідь.



Про що ще можна запитати, щоб задача розв'язувалась дією додавання? [Можна запитати, скільки стало.] Знайдіть опорну схему такої задачі. Перекажіть задачу. Поясніть значення числових даних. Яке число є шуканим? Далі знову з'ясовуємо, що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі. За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? Чому? (Учні розказують розв'язання задачі й відповідь.)

Про що ще можна запитати, щоб задача розв'язувалась дією додавання? [Якщо шукане число на кілька одиниць більше даного.]

Про що ще можна запитати, щоб задача розв'язувалась дією додавання? [Можна запитати, скільки було перед тим, як щось витратили...]

З'ясовуємо, скільки задач на додавання ми склали з одними й тими самими числовими даними. Порівнюємо ці задачі. Що спільне в їх умовах? [В умовах задач містяться однакові числові дані.] Чим відрізняються задачі? [Відрізняються умови зв'язками між числовими даними, що розкривають ситуації, описані в задачах.]

2. З числами 12 і 7 складіть задачу, що розв'язується арифметичною дією віднімання.

(Методика роботи над задачею аналогічна роботі над попереднім завданням).

3. Складіть задачі, які б розв'язувалися виразом: $8 + 6$.

4. Складіть задачі, які б розв'язувалися виразом: $14 - 6$.

Методика роботи над завданнями 3 і 4 така. Які числові дані повинні міститися в умові задачі? Яке число є шуканим: більше чи менше? Чому? Поставте запитання так, щоб шукане було більшим (меншим) числом. Яка ситуація має описуватися в задачі з таким запитанням? Знайдіть опорну схему цієї задачі. Перекажіть задачу. Яке ще запитання можна поставити, щоб шукане було більшим (меншим) числом? Яка ситуація має описуватися в задачі з таким запитанням? Знайдіть опорну схему цієї задачі. Перекажіть задачу. Чи можна ще поставити таке запитання, щоб шукане було більшим (меншим) числом? Яка ситуація повинна описуватися в задачі з таким запитанням? Знайдіть опорну схему цієї задачі. Перекажіть задачу. Порівняйте складені задачі.

Слід зазначити, що на цьому етапі можна широко застосовувати математичні матеріали — шаблони опорних схем, схематичних рисунків і схем аналізу, які передбачають багаторазове використання. Так, учні вписують маркером для білих дошок у них відповідні числа, позначають шукане знаком питання —

й одержуючи короткий запис, схематичний рисунок та схему аналізу задачі. А потім записи можна витерти губкою, і шаблони знову стануть придатними для подальшого використання.

1. Задачі із зайвими числовими даними

Під час розв'язування складених задач учні опиняються в ситуації вибору серед кількох чисел двох, які є достатніми для відповіді на певне запитання.

Мета підготовчої роботи полягає в навчанні учнів обирати числові дані, достатні для відповіді на запитання задачі; ставити додаткове запитання, на яке можна відповісти за зайвим числовим даним і числом, отриманим при розв'язанні. Відповідаючи на додаткове запитання, учні вперше спостерігають схему аналізу, яка складається з двох циклів. Це дуже важливо з точки зору підготовки до введення складених задач, оскільки дія аналізу, що складається з кількох циклів, є базовою для їх розв'язання.

Здійснюємо пропедевтику складеної задачі на матеріалі задач із зайвими числовими даними. Наприклад, таких:

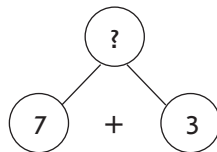
Розв'яжіть задачу.

В Іринки було 15 зошитів. Вона витратила 7 зошитів у клітинку і 3 зошити в лінійку. Скільки всього зошитів вона витратила?

Перекажіть умову. Виділіть числові дані задачі. Назвіть запитання задачі. Яке число є шуканим? Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки зошитів у клітинку витратила Іринка (відома, 7) та II — скільки зошитів у лінійку вона витратила (відома, 3).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією додавання, тому що всього зошитів витратила більше, ніж окремо в клітинку та окремо в лінійку.] Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Так, бо нам відомі обидва числових значення.]

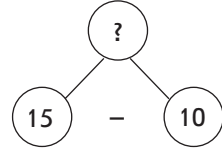
Розкажіть розв'язання. [$7 + 3 = 10$ (шт.).] Повторіть запитання задачі. Дайте відповідь. [10 зошитів у клітинку та лінійку витратила Іринка.]

Яке числове дане не брало участі в розв'язанні задачі? Що воно означає? [Число 15 означає, скільки всього зошитів було в Іринки.] Чи змінився б розв'язок задачі, якби в Іринки було не 15 зошитів, а 19? Чому? [Не змінився б, тому що для відповіді на запитання задачі нам потрібно знати, скільки зошитів у клітинку та в лінійку витратила Іринка. А скільки всього зошитів було в Іринки, ми знаємо.]



3.2. Складені задачі

Складіть задачу з отриманим числом 10 і зайвим числом 15. Що означає число 15? [Стільки зошитів всього було в Іринки.] Що означає число 10? [Стільки зошитів вона витратила.] Про що можна дізнатися за цими числовими даними? [Скільки зошитів в Іринки залишилося?] Перекажіть задачу повністю. Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки зошитів було в Іринки (відомо, 15), II — скільки зошитів вона витратила (відомо, 10).] Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання, тому що залишилося менше, ніж було.]



Розв'яжіть задачу. [$15 - 10 = 5$ (шт.).]

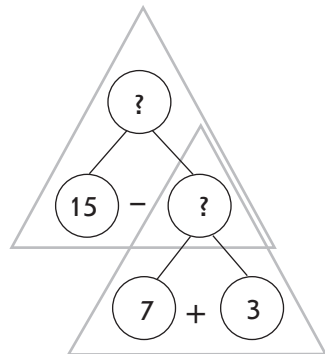
Повторіть запитання. Назвіть відповідь. [5 зошитів залишилося в Іринки.]

Прочитайте умову задачі 1. Поставте до неї запитання, яке ми склали до задачі 2. Перекажіть отриману задачу. [В Іринки було 15 зошитів. Вона витратила 7 зошитів у клітинку та 3 зошити в лінійку. Скільки зошитів залишилося в Іринки?] Порівняйте отриману задачу із задачею 1. Що в них спільне? [Однакові умови.] Що в них відмінне? [Відмінні запитання.] Порівняйте отриману задачу із задачею 2. [У них спільні запитання, але відмінні умови.] Чи можна було відразу відповісти на запитання задачі 1? [Так.] Чи можна було відразу відповісти на запитання задачі 2? [Так.] Чому? [Нам відомі обидва числових значення.]



Якщо на запитання задачі можна відповісти відразу, то це проста задача!

А чи можна відразу відповісти на запитання отриманої задачі? [Ні, тому що треба знати два числових значення: I — скільки зошитів було (відомо, 15), II — скільки зошитів витратили (невідомо).] Це складена задача. Поясніть її розв'язання за схемою. Розгляньте схему. Що цікаве ви побачили? [Ця схема складається зі схем аналізу простих задач.] Позначте на схемі ці прості задачі трикутниками. Таким чином, складена задача складається з двох простих задач. Сформулюйте кожен просту задачу. Таким чином, ми розклали складену задачу на прості, тобто проаналізували задачу.





Проаналізувати текст задачі — це означає виділити умову і запитання; виділити числові дані та шукане.

Проаналізувати складену задачу означає, міркуючи від запитання задачі до її числових даних, розкласти складену задачу на прості, із яких вона складається.

2. Задачі з числовими даними, яких бракує

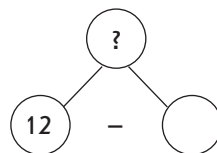
При розв'язанні складених задач для відповіді на запитання задачі іноді бракує числового даного, його слід знайти, застосовуючи для цього інші числові дані задачі. Тому вже на етапі підготовчої роботи слід донести до учнів думку, що не завжди можна відразу відповісти на запитання задачі, адже може бракувати числових даних. Їх потрібно відшукати (наприклад, дібрати або дізнатися за додатковою вимогою).

Для того щоб навчити учнів знаходити числові данні, пропонуємо, наприклад, такі задачі.

1. Розв'яжіть задачу.

У класі 12 учнів. — хлопчики, решта дівчатка. Скільки в класі дівчаток?

Перекажіть умову. Виділіть числові дані. Назвіть запитання. Яке число є шуканим? Як називається шукане число мовою математики? [Доданок.] Повторіть запитання задачі. Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки всього учнів у класі — суму (відомо, 12); II — скільки із них хлопчиків — доданок (невідомо).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання. Якщо від суми двох чисел відняти перший доданок, то залишиться другий доданок. Або: щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок.]



Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна. Ми не знаємо, скільки в класі хлопчиків.] Як будемо виходити із ситуації, що склалася? [Можна підібрати це числове значення.]

Учитель пропонує кожному учневі придумати числове значення, що означає кількість хлопчиків у класі. Учні називають свої числа. Чи може бути таке, щоб хлопчиків було більше за 12? [Ні, тому що всього дітей (і хлопчиків, і дівчаток) 12 осіб.] Скільки найбільше може бути хлопчиків? [11 хлопчиків, тому що є ще

й дівчатка.] А найменше число хлопчиків? [1 — тому що в задачі говориться, що в класі є і хлопчики, і дівчатка.]

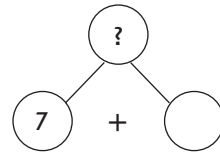
Пропонуємо учням переказати свої задачі, записати розв'язання та відповіді своїх задач. Отже, кожний учень одержав свою задачу і в кожного своя відповідь.

2. Розв'яжіть задачу.

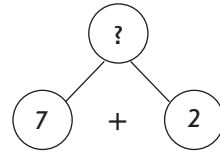
У вазі було 7 яблук і груш. Скільки всього фруктів було у вазі?

Над задачею працюємо аналогічно — до моменту складання схеми аналізу.

Запитуємо у учнів, як вийти із ситуації, що склалася. [Можна дібрати числове значення, якого бракує, але тоді в кожного учня буде своя задача.] Задаємо додаткову умову: «Груш на 2 більше, ніж яблук», щоб дізнатися про число, якого бракує. Таким чином, усі учні повинні отримати однакове число, а значить відповіді у всіх будуть однакові.



Що потрібно знати, щоб дізнатися, скільки груш? [Треба знати два числових значення: I — скільки було яблук (відомо, 7) та II — на скільки більше груш, ніж яблук (відомо — на 2).] За допомогою якої арифметичної дії про це дізнаємося? [Дією додавання: тому що груш на 2 більше.]



Виконуємо арифметичну дію і дізнаємося, скільки було груш. [$7 + 2 = 9$ (шт.) груш.] Тепер ми знаємо, що було 9 груш. Чи можна зараз відповісти на запитання задачі? [Так, тому що відомі обидва числових значення.]

Розв'язуємо задачу. [$7 + 9 = 16$ (шт.) фруктів усього.]

Даємо відповідь на запитання задачі. [16 фруктів усього у вазі.]

Пропонуємо учням поміркувати, як ми розв'язали задачу. [Ми не могли відразу відповісти на запитання задачі, тому що нам бракувало числового даного; число, якого бракувало, ми знайшли за допомогою додаткової умови.] Чи можете ви після читання задачі відразу встановити, що числового даного бракує? [Так, у задачі повинно бути якнайменше 2 числових даних.]

Щоразу коли ми стикаємося з тим, що бракує числового даного, відразу можна задавати додаткову умову. Поєднуємо дану задачу з додатковою умовою й отримуємо таку задачу: «У вазі було 7 яблук, а груш на 2 більше. Скільки всього фруктів було

у вазі?». Ми отримали складену задачу. Чи можна відразу відповісти на запитання цієї задачі? [Ні.] Чому? [Ми не знаємо, скільки було груш.] Про що потрібно дізнатися спочатку? [Спочатку дізнаємося про кількість груш, і лише потім — скільки всього фруктів.]

Далі повідомляємо учням, що складені задачі відрізняються від простих задач тим, що на їх запитання ми не можемо відповісти відразу. На запитання простої задачі можна відповісти відразу, виконавши лише одну арифметичну дію.

3. Завдання на розв'язування двох послідовних простих задач

За допомогою таких задач у дітей має сформуватись уявлення про те, що з двох простих задач можна скласти задачу, яка розв'язується двома діями.

Пропонуємо учням дві послідовні прості задачі, пов'язані між собою так, що задача 2 є продовженням задачі 1.

1. Розв'яжіть задачі.

1) У дівчинки було 3 сірі кролі, а чорних — на 2 кролі більше.

Скільки чорних кролів у дівчинки?

2) У дівчинки 3 сірі кролі, а чорних — 5 кролів. Скільки всього кролів у дівчинки?

Розв'язавши задачу 1 і отримавши відповідь (5 кролів), звертаємо увагу учнів на те, що 5 кролів означає «5 чорних кролів було в дівчинки». Аналізуючи текст задачі 2, звертаємо увагу учнів на те, що умова задачі 2 містить числове дане, яке було отримано у відповіді на запитання задачі 1.

Розв'язавши задачі, учитель наголошує, що ці задачі можна замінити однією задачею: «У дівчинки було 3 сірі кролі, а чорних — на 2 кролі більше. Скільки всього кролів у дівчинки?». Учні переконуються, що відповісти на запитання задачі відразу не можна. Спочатку треба розв'язати просту задачу 1, першою дією дізнатися, скільки чорних кролів у дівчинки, а потім можна буде розв'язати просту задачу 2 і дізнатися, скільки всього кролів у дівчинки.

Попередні підготовчі завдання передбачали розв'язання задач із числовими даними, яких бракувало. Діти мали або добирати числове дане, або дізнаватися про нього за додатковою умовою. Складання додаткової умови до такої задачі та послідовне розв'язування одержаної та даної задач і є вправами на розв'язання двох послідовних задач.

2. Розв'яжіть задачу.

1) В одному класі 6 відмінників, а в іншому — . Скільки відмінників у двох класах?

Виходячи з реальної ситуації, доберіть числове дане. Запишіть розв'язання. Доберіть інше число, запишіть розв'язання задачі. Доберіть ще одне число, запишіть розв'язання. Які числа ми добирали? Назвіть їх. Назвіть відповіді для кожного дібраного числа. Скільки відповідей ми отримали? Скільки задач ми отримали? [Ми отримали три задачі, оскільки замість були взяті три різних числа.]

Перед тим як поставити у квадратику число, пропонуємо розв'язати таку задачу.

2) В одному класі 6 відмінників, а в іншому на 2 більше. Скільки відмінників в іншому класі?

Поставте знайдене в задачі 2 число у квадратик у задачі 1, перекажіть задачу 1. Скільки можна скласти задач? Розв'яжіть задачу. Назвіть відповідь. Отже, ми послідовно розв'язали дві пов'язані за змістом задачі.

Іноді другу (допоміжну) задачу взагалі не потрібно складати самостійно, бо вона вже є. Розглянемо це на прикладі двох взаємопов'язаних задач.

3. Розв'яжіть задачі.

1) На першій полиці 13 книжок, а на другій — на 6 книжок менше. Скільки книжок на другій полиці?

Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? Запишіть розв'язання та відповідь.

2) На першій полиці 13 книжок, а на другій — . Скільки книжок на двох полицях?

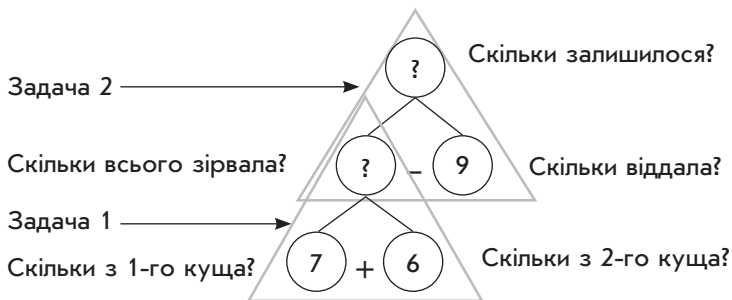
На прикладі двох послідовних задач можна ще раз продемонструвати учням, як здійснювати аналіз розв'язування, що містить два цикли.

4. Розв'яжіть задачі.

1) Бабуся зірвала з першого куща 7 помідорів, а з другого — 6 помідорів. Скільки всього помідорів зірвала бабуся?

2) Бабуся зірвала з двох кущів помідорів. 9 помідорів вона віддала онукам. Скільки помідорів залишилося в бабусі?

Що незвичайне в задачі 2? Чи потрібно добирати числове дане, якого бракує? Скільки всього помідорів із двох кущів зірвала бабуся? Порівняйте задачі. Що цікаве ви помітили? [Задача 2 є продовженням задачі 1.] Чи могли б ми розв'язати задачу 2, не відповівши на запитання задачі 1 і не знайшовши, скільки всього помідорів зірвала бабуся? Проілюструємо це, об'єднавши схеми аналізу задач 1 і 2.



Об'єднайте задачі 1 і 2 в одну й перекажіть отриману задачу. Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання: «Скільки помідорів залишилося в бабусі?» Чи всі числові дані відомі з умови? Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? Чому? Що достатньо знати, щоб відповісти на запитання: «Скільки всього помідорів зірвала бабуся?» Чи можна відразу відповісти на це запитання? Чому?

4. Задачі з двома пов'язаними запитаннями

Під час роботи над задачами слід визначити, на яке запитання можна відповісти відразу, а на яке можна буде відповісти потім. Такий прийом допомагає учням усвідомити взаємозв'язок запитань: не відповівши на перше запитання, неможливо відповісти на друге запитання. Мета розв'язування таких задач полягає в продовженні формування в учнів уявлення про те, що існують такі запитання до даної умови, відповісти на які відразу не можна; формування уявлення про складену задачу як таку, що складається з кількох простих задач.

Вводити задачі з двома пов'язаними запитаннями доцільно через перетворення задачі із зайвими числовими даними на задачу, де всі числові дані беруть участь у розв'язанні. Наприклад:

1. Розв'яжіть задачі.

1) У вазі було 9 яблук і 7 мандаринів. Діти з'їли 8 яблук. Скільки яблук залишилося?

Обведіть числові дані кружком. Скільки в цій задачі числових даних? А скільки числових даних достатньо знати, аби відповісти на запитання задачі? Що в ній зайве? У задачі дано зайве числове значення, воно не бере участі у відповіді на запитання. Яке це число? Що воно означає? Про що ми дізналися в задачі? Чи змінилася б відповідь на запитання задачі, якби у вазі було не 7 мандаринів, а більше? менше? Яке мало бути запитання задачі, щоб число 7 брало участь у розв'язанні?

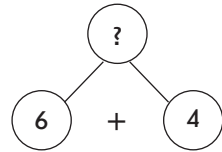
2) У вазі було 9 яблук і 7 мандаринів. Діти з'їли 8 яблук. Скільки яблук залишилося? Скільки фруктів залишилося у вазі?

Уважно прочитайте текст. Це задача? Доведіть. Чим схожі задачі 1 і 2? Чим вони відрізняються? [На відміну від задачі 1, у задачі 2 є два запитання — це задача з двома запитаннями.] Як ви гадаєте, скільки буде відповідей у цій задачі? [Дві відповіді, оскільки в задачі два запитання.] На яке запитання можна відповісти відразу? Чому? Чому на друге запитання не можна відповісти відразу?

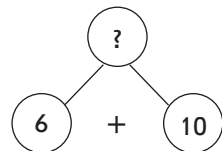
2. Розв'яжіть задачу.

У парку гуляли 6 дівчаток, а хлопчиків — на 4 більше. Скільки хлопчиків гуляло в парку? Скільки всього дітей гуляло в парку?

Проаналізуйте текст задачі. [У парку гуляло 6 дівчаток, а хлопчиків на 4 більше — це умова задачі. Числові дані: число 6 означає кількість дівчаток; число 4 означає, на скільки більше хлопчиків, ніж дівчаток. «Скільки хлопчиків гуляло в парку?», «Скільки всього дітей гуляло в парку?» — це запитання задачі. Шуканим є число, що означає кількість хлопчиків, і число, що означає, скільки всього дітей.] Що цікаве ви помітили? [У задачі два запитання.] Чи можна відразу відповісти на обидва запитання? [Ні.] Прочитайте перше запитання; друге запитання. Чи має значення, у якому порядку на них відповідати? Чи можна спочатку відповісти на друге запитання? [Ні, тому що ми не знаємо, скільки хлопчиків гуляло.] А на яке запитання можна відповісти відразу? [Скільки хлопчиків гуляло в парку?] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки дівчаток гуляло (6), II — на скільки більше хлопчиків гуляло (на 4).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання, тому що хлопчиків на 4 більше.] Запишіть розв'язання. $[6 + 4 = 10 \text{ (д.)}]$ Повторіть запитання. Запишіть відповідь. [10 хлопчиків гуляли в парку.]



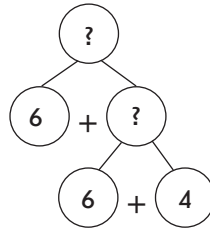
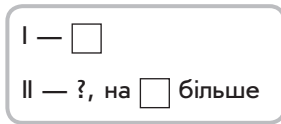
Чи на всі запитання ми відповіли? [Ні, ще треба відповісти на запитання «Скільки всього дітей гуляло в парку?»] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки гуляло дівчаток (відомо, 6), II — скільки гуляло хлопчиків (відомо, 10).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією



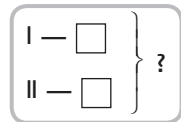
додавання, тому що всього дітей більше, ніж окремо дівчаток, ніж окремо хлопчиків.] Запишемо розв'язання: $6 + 10 = 16$ (д.)

Повторіть запитання задачі. Запишіть відповідь. [16 дітей усього гуляло в парку.]

Уважно розгляньте схему. Порівняйте її з попередніми схемами. На яке запитання ми відповіли спочатку? Розкажіть задачу з таким запитанням. [У парку гуляли 6 дівчаток, а хлопчиків — на 4 більше. Скільки хлопчиків гуляло в парку?] Знайдіть опорну схему цієї задачі. Це перша проста задача.



На яке запитання ми відповіли потім? Розкажіть задачу з таким запитанням. [У парку гуляли 6 дівчаток і хлопчиків. Скільки всього дітей гуляло в парку?] Знайдіть її опорну схему. Це друга проста задача.



3. Розв'яжіть задачі.

- 1) Швачка пошила 11 халатів, а сарафанів — на 5 менше. Скільки сарафанів пошила швачка? Скільки всього виробів пошила швачка?
- 2) Хлопчик зробив одну закладку і витратив на неї 7 см смужки. На іншу закладку він витратив на 4 см більше. Скільки сантиметрів смужки витратив хлопчик на другу закладку? Скільки всього сантиметрів смужки витратив хлопчик на обидві закладки?

Методика роботи над задачами така. Проаналізуємо текст задачі. Що незвичайне? Чи можна відразу відповісти на обидва запитання? На яке запитання можна відповісти відразу? Чому? Що потрібно знати, щоб відповісти на перше запитання? За допомогою якої арифметичної дії на нього відповімо? Запишіть розв'язання. Повторіть запитання, запишіть відповідь. На яке запитання ще потрібно відповісти? Що потрібно знати, щоб відповісти на друге запитання? За допомогою якої арифметичної дії на нього відповімо? Запишіть розв'язання. Повторіть запитання, запишіть відповідь.

Об'єднайте схеми аналізу і за отриманою схемою поясніть, на яке запитання ми відповіли спочатку. Розкажіть задачу з таким запитанням. Знайдіть її опорну схему — це перша проста задача.

На яке запитання ми відповіли потім? Розкажіть задачу з таким запитанням. Знайдіть її опорну схему — це друга проста задача.

Таким чином, ми розглянули зміст і методику підготовчої роботи до введення поняття про складену задачу. На етапі підготовки ми ознайомилися з аналітичними міркуваннями у випадку, коли на запитання задачі не можна відповісти відразу, виконавши одну арифметичну дію, із розбиттям задачі на дві прості; створили уявлення про існування задач, на запитання яких не можна відповісти відразу, виконавши одну арифметичну дію; прозвучав термін «складена задача».

МЕТОДИКА ОЗНАЙОМЛЕННЯ УЧНІВ ЗІ СКЛАДЕНИМИ ЗАДАЧАМИ

Мета цієї діяльності — ознайомити учнів зі складеною задачею; формувати поняття про складену задачу як про таку, що складається з кількох простих задач; про розв'язання складеної задачі як послідовне розв'язання простих задач, які вона містить; формувати прийом розумової дії під час аналізу змісту задачі та аналітичного пошуку розв'язання задачі й розбиття складеної задачі на прості.

У процесі ознайомлення з поняттям «складена задача» учні повинні усвідомити основну відмінність складеної задачі від простої — її не можна розв'язати однією арифметичною дією, для її розв'язання треба виділити прості задачі, встановивши відповідну систему зв'язків між даними та невідомими. Виходячи з цього, можна запропонувати кілька варіантів методики ознайомлення учнів зі складеною задачею.

Перший варіант: учні під керівництвом учителя розв'язують складену задачу. Наприклад:

1. Розв'яжіть задачу.

Мама зірвала з першого куща 5 помідорів, а з другого — 4. Мама віддала 6 помідорів дітям. Скільки помідорів залишилося?

Читаємо задачу, наголошуючи на ключових словах і числових даних, паузами розбиваючи задачу на змістовні частини. Про що йдеться в задачі? [Про помідори. Спочатку мама зірвала помідори: з одного куща — 5, з іншого куща — 4, потім вона віддала 6 помідорів дітям. Запитується, скільки помідорів залишилося.] Проаналізуємо задачу: перекажемо умову; назвемо запитання; виділимо числові дані. Яке число є шуканим?

Розглянемо короткий запис задачі. (На дошці подається схематичний короткий запис.) Прочитайте ключові слова. [«Зірвала», «віддала», «залишилося».] Чи відомо

Зірвала — 5 п. і 4 п.

Віддала — 6 п.

Залишилося — ?

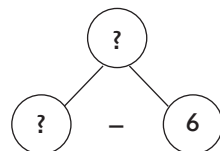
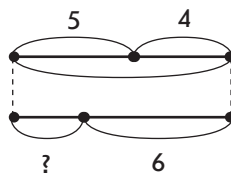
нам, скільки помідорів зірвала мама? [Відомо, що мама зірвала 5 помідорів і ще 4 помідори.] Чи знаємо ми, скільки помідорів мама віддала дітям? [Відомо — 6 помідорів.] Яке запитання задачі? [Скільки помідорів залишилося у мами?].

За коротким записом пояснюємо числові дані задачі. [Число 5 означає, скільки помідорів зірвала мама з першого куща, число 4 — скільки помідорів зірвала мама з другого куща; число 6 означає, скільки помідорів віддала мама дітям.] Про що запитується в задачі? [У задачі запитується, скільки помідорів залишилося в мами.]

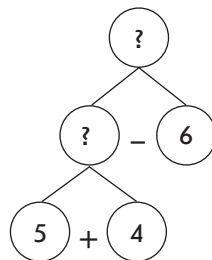
Можна виконати схему задачі.

Про що запитується в задачі?

Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі: «Скільки помідорів залишилося?» [Для того щоб відповісти на запитання задачі, треба знати два числових значення: I — скільки всього помідорів зірвала мама (поки не знаємо), II — скільки помідорів вона віддала дітям (відомо, 6).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.] На дошці поступово з'являється фрагмент схеми аналізу.



Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, оскільки ми не знаємо, скільки помідорів зірвала мама.] Що потрібно знати, щоб дізнатися, скільки помідорів зірвала мама? [Треба знати два числових значення: I — скільки помідорів вона зірвала з першого куща (відомо, 5), II — скільки помідорів вона зірвала з другого куща (відомо, 4).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання.]



Продовжуємо створювати на дошці схему аналізу.

Чи можна відразу відповісти на запитання, скільки всього помідорів зірвала мама? [Можна, тому що ми знаємо обидва числові дані.] Від запитання задачі ми перейшли до числових даних, тож аналіз закінчено.

Розкладаємо цю задачу на дві прості задачі. Показуємо на схемі прості задачі трикутниками.

3.2. Складені задачі

Першою простою задачею буде задача, у якій відомі обидва числові дані. На яке запитання ми відповімо в першій простій задачі? [Скільки всього помідорів зірвала мама?] Сформулюйте першу просту задачу. [З першого куца мама зірвала 5 помідорів, а з другого — 4 помідори. Скільки всього помідорів зірвала мама?]

Знайдіть опорну схему до цієї задачі.

На яке запитання ми відповімо в другій простій задачі? [Скільки помідорів залишилося в мамі?] Сформулюйте другу просту задачу. [Мама зірвала всього помідорів, 6 помідорів вона віддала дітям. Скільки помідорів залишилося у мамі?] Знайдіть опорну схему до цієї задачі. Таким чином, ця задача складається із двох простих задач. Тому слід визначити, яку задачу можна розв'язати першою, яку — другою. А це допоможе скласти план розв'язування.

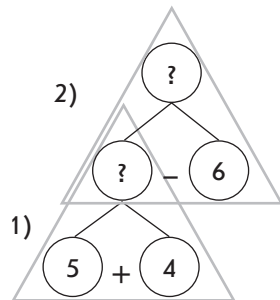
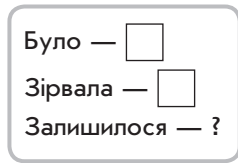
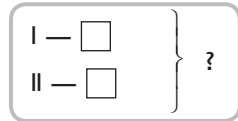
Складаємо план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося першою дією? [Першою дією ми відповімо на запитання першої простої задачі і дізнаємося, скільки всього помідорів зірвала мама; до числа помідорів, що зірвали з першого куца, додамо число помідорів, які зірвали з другого куца.] Про що дізнаємося другою дією? [Другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі і дізнаємося, скільки помідорів залишилося в мамі; від числа помідорів, що зірвала мама з обох куців, віднімемо число помідорів, які вона віддала дітям.]

На схемі аналізу з'являються позначення першої й другої дій.

Розв'язання:

- 1) $5 + 4 = 9$ (п.) усього зірвала мама;
- 2) $9 - 6 = 3$ (п.) залишилося.

Учні повторюють запитання задачі; дають на нього відповідь. [Відповідь: 3 помідори залишилося в мамі.] Уважно подивіться на умову задачі та її розв'язання. Чим ця задача відрізняється від



тих, що ми розглядали раніше? [На запитання задачі неможливо відповісти відразу, тому що нам невідомо, скільки всього помідорів зірвала мама, про це ми дізналися спочатку і лише після цього ми відповіли на запитання задачі. Ця задача складається з двох простих задач. Для того щоб її розв'язати, потрібно послідовно розв'язати прості задачі в певному порядку.]

Задачі, на запитання яких не можна відповісти відразу, називаються **складеними задачами**, тому що вони складаються з кількох простих задач. Складені задачі ми будемо розв'язувати за пам'яткою № 3.

ПАМ'ЯТКА № 3

Працюю над задачею

1. Прочитай задачу. Про що йдеться в задачі?
2. Виділи ключові слова та склади короткий запис задачі.
3. За коротким записом поясни числові дані задачі та запитання. Виконай схему.
4. Повтори запитання задачі. Що достатньо знати, щоб на нього відповісти?

Потрібно знати два числових значення: I — ... (чи невідомо) та II — ... (чи невідомо).

Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі?
Чи можна відразу відповісти на запитання задачі?

Можна

Не можна

- Чому не можна?
Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Потрібно знати два числових значення: I — ... (чи невідомо), II — ... (чи невідомо).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання задачі?
- Чи можна відразу відповісти на це запитання?
- Чому можна?
- Таким чином, ми від запитання задачі перейшли до числових даних.
Аналіз закінчено.

5. Поділи задачу на прості. Сформулюй кожен просту задачу. Знайди опорні схеми до кожної.
6. Склади план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося першою дією? Про що дізнаємося другою дією?
7. Запиши розв'язання задачі.
8. Запиши відповідь.

Пошук простих задач і визначення їх послідовності становлять головну складність аналізу. Але аналіз має велике освітнє значення: він привчає учнів до суворої послідовності мислення, а тому в початковій школі слід використовувати можливість застосування його під час розв'язування сюжетних задач.

Другий варіант методики ознайомлення другокласників зі складеною задачею — зіставлення задачі з двома запитаннями та відповідної складеної задачі

Підхід ґрунтується на тому, що на етапі підготовчої роботи учні розв'язували задачі з двома запитаннями, визначаючи, на яке запитання можна відповісти відразу, а на яке — лише після відповіді на попереднє запитання. Розв'язуючи задачі, учні об'єднували схеми аналізу в одну схему, на якій трикутниками виділяли прості задачі та визначали порядок розв'язування. Запис розв'язання задачі з двома запитаннями здійснювався засобом послідовної відповіді на поставлені запитання у визначеній послідовності.

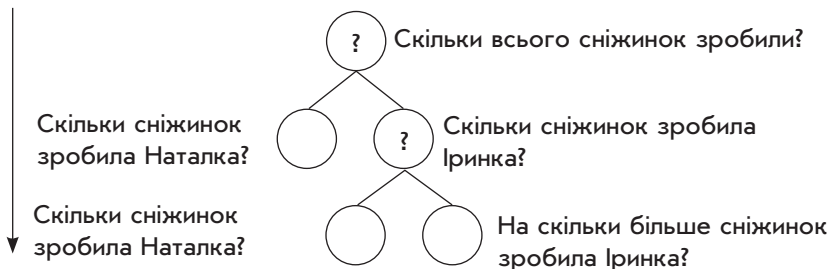
Таким чином, учні вже мають уявлення про аналітичний пошук розв'язування задачі, який складається з двох циклів; про розбиття складеної задачі на прості й визначення порядку їх розв'язання; про запис розв'язання задачі кількома діями. Можна запропонувати, наприклад, таке завдання.

2. Прочитайте тексти. Це задачі? Чому? Чим вони відрізняються?
Чим схожі?

1) Наталка зробила 7 сніжинок, а Іринка — на 5 сніжинок більше.
Скільки сніжинок зробила Іринка? Скільки всього сніжинок зробили дівчата?

2) Наталка зробила 7 сніжинок, а Іринка — на 5 сніжинок більше.
Скільки всього сніжинок зробили дівчата?

Учні визначають, що обидва тексти — це задачі, але вони відрізняються тим, що задача 1 містить два запитання, а задача 2 — одне. Задачі мають однакові умови й однакові запитання: друге запитання задачі 1 таке саме, як запитання задачі 2. Учитель пропонує з'ясувати, що необхідно знати, щоб відповісти на це запитання. Учні пояснюють міркування за поданою схемою аналізу, у яку слід вписати потрібні числові дані та поставити знаки арифметичних дій, за допомогою яких відповімо на певне запитання.



Пропонуємо учням позначити трикутниками на схемі прості задачі і сформулювати їх, вибравши опорні схеми, та визначити послідовність простих задач. Поділивши складену задачу на прості, учні дізнаються, що на запитання першої простої задачі ми відповімо першою дією, а на запитання другої простої задачі — другою дією. Таким чином складається план розв'язування задачі. (Учні записують розв'язання та відповідь на запитання задачі.)

Третій варіант методики ознайомлення учнів зі складеною задачею — порівняння пари задач, які мають однакові умови, але різні запитання

Можна запропонувати учням для ознайомлення такі задачі.

3. Прочитайте тексти. Це задачі? Чому? Чим вони схожі? Чим відрізняються?

1) Щоб прикрасити класну кімнату, учні принесли 8 червоних кульок, а зелених на 4 більше. Скільки зелених кульок принесли діти?

2) Щоб прикрасити класну кімнату, учні принесли 8 червоних кульок, а зелених на 4 більше. Скільки всього кульок принесли діти?

На запитання задачі 1 можна відповісти відразу однією арифметичною дією, а на запитання задачі 2 не можна відповісти, виконавши тільки одну арифметичну дію. Учні порівнюють ці задачі, відповідають на запитання: «Чи матимуть ці задачі однакові розв'язання?», «На запитання якої задачі можна відповісти одразу?».

Розв'язавши просту задачу, учні з'ясовують, які зміни потрібно виконати в короткому записі та на схемі до задачі 1, щоб одержати короткий запис та схему до задачі 2, пояснюють числа задачі.

Далі учні міркують, виходячи із запитання задачі 2: «Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі 2?». За поданою схемою аналізу, вставляючи (або записуючи) відповідні числові дані та знаки арифметичних дій, учні виконують аналітичний пошук розв'язування задачі.

На схемі аналізу учні показують трикутниками прості задачі, визначають їх порядок і формулюють їх; виходячи з порядку та запитань простих задач, перевіряють, чи правильно сформульований план розв'язування задачі, що подано в готовому вигляді. Далі учні знайомляться із записом розв'язання задачі двома діями, за зразком учні записують розв'язання задачі й пояснюють кожну дію. Таким чином учні впевнюються, що існують задачі, на запитання яких не можна відповісти відразу однією арифметичною дією — такі задачі називаються складеними. Складені задачі складаються з кількох простих задач.

На цьому етапі слід приділити певну увагу формуванню поняття про складену задачу. Для цього корисними будуть вправи на підведення під поняття; вибір необхідних і достатніх ознак для розпізнавання об'єкта; виведення наслідків про належність або не належність предмета до поняття.

Таким чином, робота над складеними задачами відбувається за пам'яткою № 3 «Працюю над задачею». На відміну від пам'ятки № 2 для розв'язування простих задач, ця пам'ятка передбачає виконання нових для учня дій: аналітичного пошуку розв'язування, який містить кілька циклів; розбиття складеної задачі на прості; складання плану розв'язування задачі; запис розв'язання по діях із поясненням.

Зрозуміло, що не можна від учнів відразу вимагати послідовного виконання усіх зазначених дій. Слід поступово формувати кожне окреме вміння. Так, спочатку вчимо учнів виконувати аналітичний пошук розв'язування задачі, потім — розбивати задачі на прості, далі — складати план розв'язування задачі.

3.2.2. Формування вміння розв'язувати складені задачі.

Навчання запису розв'язання складеної задачі виразом

Пропонуємо учням розглянути кілька задач, працюємо колективно під керівництвом учителя, звертаємося до пам'ятки № 3 «Працюю над задачею».

1. Розв'яжіть задачу.

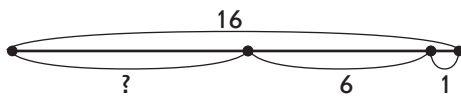
У шкільній їдальні було 16 л олії. На сніданок витратили 1 л олії, а на обід — 6 л. Скільки літрів олії залишилося?

Прочитайте задачу. Про що йдеться в задачі? [У задачі розповідається про олію, яка спочатку була в їдальні, потім частину її витратили, а решта залишилася.]

Виділяємо ключові слова та складаємо короткий запис. Які ключові слова можна виділити? [«Було», «витратили», «залишилося».] Запишемо ключові слова у стовпчик.

Чи відомо, скільки літрів олії було в їдальні? [Так, 16 л.] Запишемо це. Чи відомо, скільки літрів олії витратили? [Ні.] А що про це відомо? [Відомо, що витратили на сніданок 1 л олії, а на обід 6 л.] Запишемо ці числові значення. Чи відомо, скільки літрів залишилося? [Ні це шукане число.] Поставимо знак питання і візьмемо його в кружечок. За коротким записом пояснюємо числа задачі. [Число 16 означає, скільки літрів олії було в їдальні, число 1 означає, скільки літрів олії витратили на сніданок, число 6 означає, скільки літрів олії витратили на обід.]

Виконаємо схему задачі:



Було — 16 л
 Витратили — ?, 1 л і 6 л
 Залишилося — ?

Повторіть запитання задачі. [Скільки літрів олії залишилося в їдальні?] Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки літрів олії було (відомо, 16), II — скільки літрів олії витратили (невідомо).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання, тому що залишилося менше, ніж було.] Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Не можна, тому що ми не знаємо, скільки літрів олії витратили.] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки літрів олії витратили на сніданок (відомо, 1) та II — скільки літрів олії витратили на обід (відомо, 6).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання, тому що всього витратили на сніданок і на обід олії більше, ніж окремо на сніданок та окремо на обід.] Таким чином, ми від запитання перейшли до числових даних, аналіз закінчено.



3.2. Складені задачі

На яке запитання можна відповісти відразу? [Скільки всього літрів олії витратили?] Покажіть на схемі аналізу першу просту задачу. На яке запитання ми можемо відповісти потім? [Скільки літрів олії залишилося?] Покажіть на схемі аналізу другу просту задачу.

Про що ми дізнаємося в першій простій задачі? [У першій простій задачі ми дізнаємося, скільки всього літрів олії витратили на сніданок та обід.] Сформулюйте першу просту задачу. [На сніданок витратили 1 л олії. На обід витратили 6 л олії. Скільки літрів олії витратили всього на сніданок та обід?] Покажіть опорну схему до цієї задачі. (Учні показують опорну схему до простих задач на знаходження суми.)

Учні виконують короткий запис цієї простої задачі.

На сніданок — 1 л	}	?
На обід — 6 л		

Про що ми дізнаємося у другій простій задачі? [Ми дізнаємося, скільки літрів олії залишилося.]

Сформулюйте другу просту задачу. [Було 16 л олії. На сніданок і обід всього витратили л олії. Скільки літрів олії залишилося?] Покажіть опорну схему до цієї задачі. (Учні показують опорну схему до простих задач на знаходження різниці.)

Покажіть другу просту задачу на короткому записі. Про що ми дізнаємося першою дією? [Першою дією ми дізнаємося про те, скільки всього олії витратили на сніданок та обід.] Про що ми дізнаємося другою дією? [Другою дією ми дізнаємося про те, скільки літрів олії залишилося.]

Було — 16 л
Витратили — <input type="text"/>
Залишилося — ?

Запишіть розв'язання задачі по діях із поясненням. Назвіть запитання задачі. Запишіть відповідь.

Розв'язання:

- 1) $1 + 6 = 7$ (л) всього витратили;
- 2) $16 - 7 = 9$ (л) залишилося.

Розв'язання задачі можна записати виразом:

$$16 - (1 + 6) = 9 \text{ (л).}$$

Відповідь: 9 літрів олії залишилося.

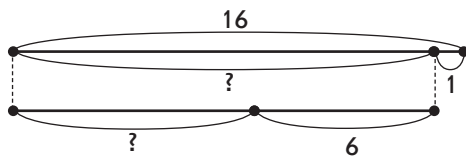
З'ясуємо, до якого виду задач належить задача. [Це складена задача, тому що вона складається з двох простих задач.] Яку першу просту задачу вона містить? [Перша проста задача — на знаходження суми.] Яку другу просту задачу вона містить? [Друга проста задача — на знаходження різниці.] Потрібно зазначити, що розглянута задача має два способи розв'язання, тому після її

розв'язання доцільно запропонувати учням розв'язати задачу іншим способом.

Щоб знайти інші способи розв'язування задачі, варто використовувати переформулювання запитання задачі та схематичну інтерпретацію задачного формулювання.

Ще раз повертаємося до тексту задачі, ілюструємо події, що описуються. На схемі показуємо, що спочатку було 16 л олії. Щоб показати, що на сніданок витратили 1 л олії, вилучаємо з цілого відрізка його частину, інша частина позначає олію, що залишилася після сніданку. Далі олію витрачали з тієї кількості, що лишилася після сніданку: з цього відрізка вилучаємо частину, що позначає олію, що витратили на обід, і показуємо іншу частину — залишок олії після обіду.

Отже, запитання задачі можна переформулювати так: «Скільки олії залишилося в їдальні після обіду?». Що достатньо знати, щоб відповісти на це запитання? [Достатньо знати два числових значення: I — скільки літрів олії залишилося після сніданку (невідомо), II — скільки літрів олії витратили на обід (відомо — 6 л).]



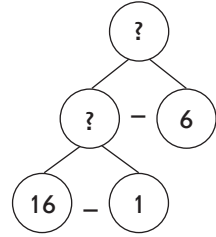
За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.] Чи можна відповісти на запитання задачі відразу? [Ні, ми не знаємо, скільки літрів олії залишилося після сніданку.] Що достатньо знати, щоб дізнатися, скільки літрів олії залишилося після сніданку? [Достатньо знати два числових значення: I — скільки літрів олії було в їдальні (відомо 16 л), II — скільки літрів олії витратили на сніданок (відомо — 1 л).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.] Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Так, нам відомі обидва числових значення.] Аналіз закінчено.

Ділимо задачу на прості: позначаємо трикутниками прості задачі на схемі аналізу. На яке запитання ми можемо відповісти відразу? [Скільки літрів олії залишилося після сніданку?] Це запитання першої простої задачі. Сформулюйте першу просту задачу. [У їдальні було 16 л олії. На сніданок витратили 1 л олії. Скільки літрів олії залишилося після сніданку?] Покажіть опорну схему цієї задачі. (Учні показують опорну схему задачі на

3.2. Складені задачі

знаходження різниці.) На яке запитання ми зможемо відповісти потім? [Скільки літрів олії залишилося після обіду?] Це запитання другої простої задачі. Сформулюйте другу просту задачу. [Після сніданку залишилося \square л олії. На обід витратили 6 л олії. Скільки літрів олії залишилося після обіду?] Покажіть опорну схему цієї задачі. (Учні показують опорну схему задачі на знаходження різниці.)

Складаємо план розв'язування задачі. Першою дією відповімо на запитання першої простої задачі. Про що ми дізнаємось у першій простій задачі? Про що ми дізнаємось першою дією? [Скільки літрів олії залишилося після сніданку?] Другою дією відповімо на запитання другої простої задачі. Про що ми дізнаємось другою дією? [Скільки літрів олії залишилося після обіду?]



Записуємо розв'язання задачі:

- 1) $16 - 1 = 15$ (л) олії залишилося після сніданку;
- 2) $15 - 6 = 9$ (л) олії залишилося після обіду.

Розв'язання задачі можна записати виразом: $(16 - 1) - 6 = 9$ (л).

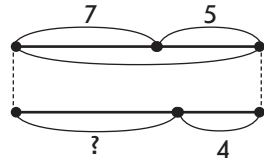
Відповідь: 9 л олії залишилося у їдальні.

2. Розв'яжіть задачу.

На урок учні принесли 7 аркушів зеленого паперу і 5 жовтого. На виготовлення коробки витратили 4 аркуші. Скільки аркушів залишилося?

Пропонуємо учням прочитати задачу.

Про що йдеться в задачі? Покажіть її опорну схему. Виділіть ключові слова, складіть короткий запис задачі. Поясніть значення числових даних. Назвіть запитання задачі. Виконайте схему.



На які дві прості задачі можна розбити цю складену задачу? Сформулюйте ці задачі, покажіть їх опорні схеми. Виділіть прості задачі на короткому записі. [1) На урок учні принесли 7 аркушів зеленого паперу і 5 жовтого. Скільки всього аркушів паперу принесли на урок? 2) На урок учні принесли \square аркушів паперу. На виготовлення коробки витратили 4 аркуші. Скільки аркушів паперу залишилося?]

Складіть план розв'язування задачі. Запишіть розв'язання задачі по діях з поясненнями. Повторіть запитання. Запишіть відповідь.

Учитель пропонує учням розв'язати цю задачу іншим способом.

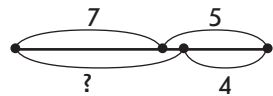
Оскільки в задачі не зазначено, аркуші якого кольору витратили, вважатимемо, що це аркуші зеленого кольору. Складіть таку задачу. Виконайте схему.



Поділіть задачу на прості. [1] На урок учні принесли 7 аркушів зеленого кольору та 5 жовтого. 4 аркуші зеленого кольору витратили. Скільки аркушів зеленого кольору залишилось? 2) На урок учні принесли аркуші зеленого та жовтого кольорів. Після того як витратили кілька аркушів зеленого кольору, в учнів залишилося \square зелених аркушів; а аркушів жовтого кольору учні принесли 5 штук і не витрачали їх. Скільки аркушів паперу залишилося?]

Сформулюйте план розв'язування задачі. Запишіть розв'язання по діях із поясненнями. Повторіть запитання. Запишіть відповідь.

Ще раз повернемося до змісту задачі. Згадаємо, що в задачі не сказано, якого кольору аркуші паперу витратили учні, і ми вважали, що витратили зелені аркуші. Але можна було вважати, що витратили жовті аркуші. Складіть таку задачу. Виконайте схему.



Поділіть складену задачу на прості. Розкажіть план розв'язування задачі. Розкажіть розв'язання. Назвіть відповідь.

За яких умов задача має лише один спосіб розв'язування? [Якщо витратили більше ніж 7 аркушів паперу: $(7 + 5) - \square$.] За яких умов задача матиме лише два способи розв'язування? [Якщо витратили більше ніж 5 аркушів паперу.]

1 сп.: $(7 + 5) - \square$.

2 сп.: $(7 - \square) + 5$.

За яких умов задача матиме три способи розв'язування? [Якщо витратили менше ніж 5 аркушів паперу.]

1 сп.: $(7 + 5) - \square$.

2 сп.: $(7 - \square) + 5$.

3 сп.: $(5 - \square) + 7$.

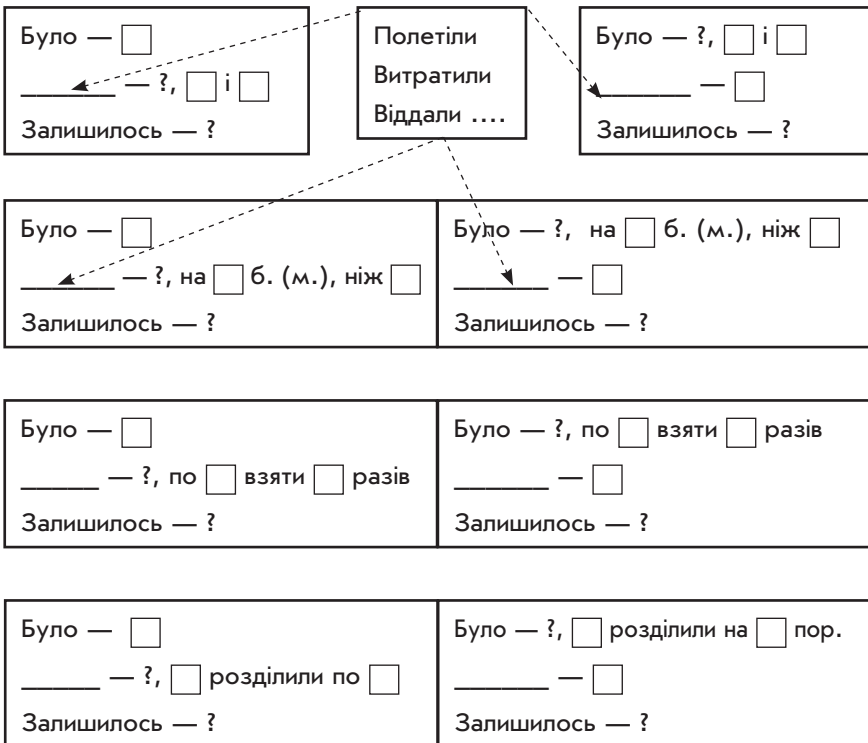
Подальше формування умінь учнів розв'язувати складені задачі в 2 класі здійснюється під час розв'язування різноманітних видів складених задач, робота над якими проводиться за пам'яткою № 3 «Працюю над задачею».

ВИДИ СКЛАДЕНИХ ЗАДАЧ У 2 КЛАСІ

Пропонуємо класифікацію складених задач на підставі останньої простої задачі, яку вона містить. Виходячи з цього, у 2 класі початкової школи розглядаються складені задачі таких видів: на знаходження різниці; на знаходження суми; на знаходження невідомого доданка; на збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць; на різницеве порівняння; на знаходження частки.

Визначимо, що в межах одного виду існують різні типи задач, які відрізняються один від одного математичною структурою — складом простих задач. Розглянемо докладно типи задач у межах кожного виду, які розв’язуються в курсі математики 2 класу чотирирічної початкової школи.

1. Задачі на знаходження різниці



2. Задачі на знаходження суми

Було — <input type="text"/> _____ — ?, <input type="text"/> і <input type="text"/> Стало — ?	Прилетіли Подарували Дали	Було — ?, <input type="text"/> і <input type="text"/> _____ — <input type="text"/> Стало — ?
--	--------------------------------------	--

Було — <input type="text"/> _____ — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж <input type="text"/> Стало — ?	Було — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж <input type="text"/> _____ — <input type="text"/> Стало — ?
--	--

I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> б. (м.) } ?	I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж I } ? III — <input type="text"/>
---	--

I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж I } ? III — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж II	I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж I } ? III — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж I
--	---

Було — <input type="text"/> _____ — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів Стало — ?	Було — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів _____ — <input type="text"/> Стало — ?
---	---

Було — ?, <input type="text"/> розділили по <input type="text"/> _____ — <input type="text"/> Стало — ?	Було — ?, <input type="text"/> розділили на <input type="text"/> пор. _____ — <input type="text"/> Стало — ?
---	--

I — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів } ? II — <input type="text"/>	I — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів } ? II — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів
--	---

3.2. Складені задачі

I — <input type="text"/> II — ?, у <input type="text"/> разів б. (м.)	} ?	I — <input type="text"/> II — <input type="text"/> III — ?, у <input type="text"/> разів б. (м.), ніж II	} ?
--	-----	--	-----

Зрізали Полетіли З'їв	Було — <input type="text"/> _____ — <input type="text"/> _____ — <input type="text"/> Стало — ?
Посадили Прилетіли Купив	

3. Складені задачі на знаходження невідомого доданка

I — <input type="text"/> II — <input type="text"/> III — ?	} <input type="text"/>
--	------------------------

I — ?, по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів II — ?	} <input type="text"/>
---	------------------------

I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> разів б. (м.), ніж I III — ?	} <input type="text"/>
---	------------------------

4. Складені задачі на збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць

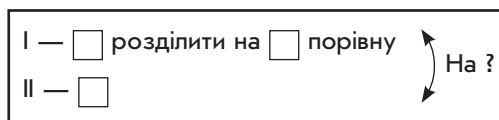
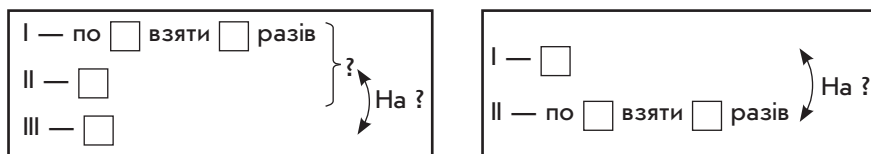
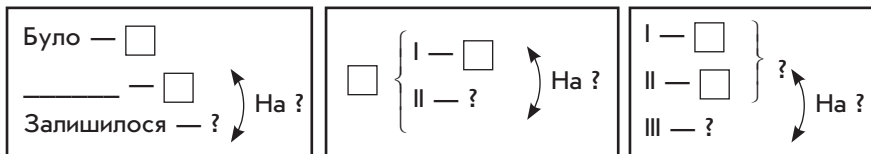
I — <input type="text"/> II — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж I III — ?, на <input type="text"/> б. (м.), ніж II
--

I — <input type="text"/> II — <input type="text"/>	} III — ?, на <input type="text"/> б. (м.)
---	--

I — по <input type="text"/> взяти <input type="text"/> разів II — ?, на <input type="text"/> б. (м.)

I — <input type="text"/> розділити на <input type="text"/> порівну II — ?, на <input type="text"/> б. (м.)

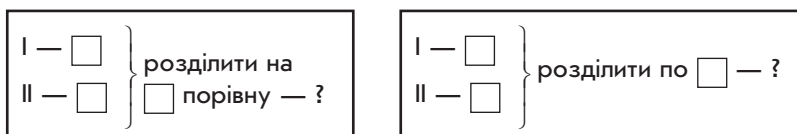
5. Складені задачі на різницеve порівняння



	Було	Взяли	Залишилося
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?

↔ На ?

6. Складені задачі на знаходження частки



Ми розглянули види складених задач для 2 класу і запропонували опорні схеми до них. Слід ще раз наголосити, що робота над задачею здійснюється за пам'яткою № 3 «Працюю над задачею». Разом із тим, якщо після читання задачі й складання її короткого запису та схеми учень може відразу розбити задачу на прості задачі та сформулювати план розв'язування, то попередні пункти пам'ятки пропускаються (тобто в дитини кількість дій із розв'язування складених задач скорочується). Однак кожна задача нового виду обов'язково розбирається за пам'яткою № 3 «Працюю над задачею», виділяються особливості структури її короткого запису (математичної структури), аналізується її склад із простих задач, узагальнюється план розв'язування задач даної математичної структури.

3.2. Складені задачі

Складені задачі нової математичної структури вводяться на основі або порівняння з простими задачами, або продовження сюжету простої задачі, або зміни запитання простої задачі, або зміни умови чи запитання складеної задачі відомої математичної структури. Таким чином, досліджується вплив цих змін на розв'язання задачі. Крім того, застосовується й такий методичний прийом, коли задача нової структури подається без зіставлення з відомими структурами, що спонукає до відтворення повного комплексу дій, які складають загальне уміння розв'язувати складені задачі.

Задачі розв'язують усно або письмово: усно — без запису арифметичних дій у зошит, письмово — із записом дій у зошитах. Розглянемо кілька прикладів роботи над задачами.

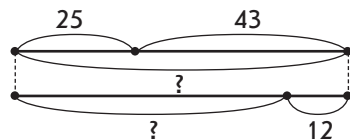
1. Розв'яжіть задачу.

На кролефермі було 25 білих кролів, 43 чорні, а сірих — на 12 менше, ніж білих і чорних разом. Скільки сірих кролів було на кролефермі?

Про що йдеться в задачі? Складіть короткий запис задачі. Які ключові слова можна виділити? [«Білі», «чорні», «сірі».] Запишемо їх у стовпчик.

Чи відомо, скільки було білих кролів? [Відомо, 25.] Запишемо це. Чи відомо, скільки було чорних кролів? [Відомо, 43.] Чи знаємо ми, скільки було сірих кролів? [Ні, не знаємо.] Поставимо знак питання. Що ми знаємо про сірих кролів? [Сірих кролів було на 12 менше, ніж білих і чорних разом.] Що це означає? [Це означає, що сірих кролів стільки, скільки білих і сірих кролів разом, але без 12.] Як це показати на короткому записі? [Щоб показати, що сірих кролів стільки, скільки білих і чорних разом, але без 12, треба слова «Білі» й «Чорні» об'єднати фігурною дужкою, а біля неї записати «Сірі — ?, на 12 менше.»]

Білі — 25	} Сірі — ?, на 12 м.
Чорні — 43	



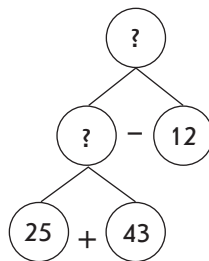
За коротким записом поясніть числові дані задачі. [Число 25 означає кількість білих кролів, число 43 — чорних кролів. Фігурна дужка означає, що сірих кролів стільки, скільки білих і чорних разом, але без 12. Число 12 означає, що сірих кролів на 12 менше, ніж білих і чорних кролів разом.]

Виконайте схему та поясніть, що позначає кожний відрізок.

Яке запитання задачі? [Скільки сірих кролів було на кролефермі?] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки білих і чорних кролів разом (невідомо), II — на скільки менше сірих кролів, ніж білих і чорних разом (відомо, на 12).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.]

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо, скільки білих і чорних кролів разом.] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числові значення: I — скільки білих кролів (відомо, 25), II — скільки чорних кролів (відомо, 43).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання.]

Поділіть задачу на прості. Сформулюйте кожну просту задачу й покажіть опорні схеми до них. [Перша проста задача: «На кролефермі було 25 білих кролів і 43 чорні. Скільки було білих і чорних кролів разом?». Друга проста задача: «На кролефермі було білих і чорних кролів разом, а сірих — на 12 менше, ніж білих і чорних разом. Скільки сірих кролів було на кролефермі?»]



Складемо план розв'язування задачі. Про що дізнаємося першою дією? [Першою дією відповімо на запитання першої простої задачі, дізнаємося, скільки було білих і чорних кролів разом.] Про що ми дізнаємося другою дією? [Другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі і дізнаємося, скільки сірих кролів було на кролефермі.]

Запишемо розв'язання:

- 1) $25 + 43 = 68$ (кр.) білих і чорних разом;
- 2) $68 - 12 = 56$ (кр.) сірих.

Запишемо відповідь. [Відповідь: 56 сірих кролів на кролефермі.]

2. Розв'яжіть задачу.

У бібліотеці класу було 56 книжок. 37 книжок видали учням для читання. На скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці?

Прочитайте задачу. Про що в ній ідеться? [У задачі йдеться про книжки, які спочатку були, потім кілька книжок видали для читання і кілька книжок залишилося. Запитується, на скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці.]

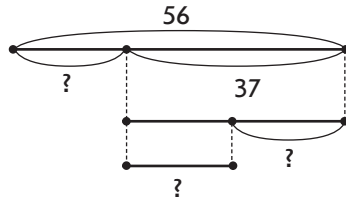
Складаємо короткий запис, для цього виділимо ключові слова. Які ключові слова можна виділити? [«Було», «видали»,

3.2. Складені задачі

«залишилося».] Запишемо їх у стовпчик. Чи відомо, скільки книжок було? [Відомо, 56.] Запишемо це. Чи відомо, скільки книжок видали? [Відомо, 37.] Запишемо це. Чи знаємо ми, скільки книжок залишилося? [Ні.] Поставимо знак питання. Яке запитання задачі і як його позначити на короткому записі? [Оскільки в задачі запитується, на скільки більше книжок видали, ніж залишилося, то слід з'єднати слова «видали» і «залишилося» круглою дужкою зі знаком питання.]

Було — 56 кн.
 Видали — 37 кн.
 Залишилося — ?

↗ На ?

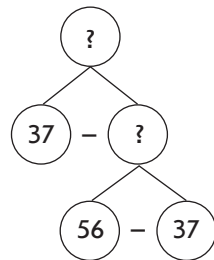


За коротким записом поясніть числові дані задачі. [Число 56 означає, скільки було книжок у бібліотеці. Число 37 означає, скільки книжок видали для читання. Кругла дужка означає, на скільки більше книжок видали, ніж залишилося.]

Виконайте схему та поясніть, що позначає кожний відрізок. Яке запитання задачі? [На скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці?] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки книжок видали (відомо, 37), II — скільки книжок залишилося (невідомо).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.]

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо, скільки залишилося книжок.] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки книжок було в бібліотеці (відомо, 56), II — скільки книжок видали для читання (відомо, 37).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією віднімання.]

Поділіть задачу на прості. Сформулюйте кожен просту задачу й покажіть опорні схеми до них. [1) У класній бібліотеці було 56 книжок. 37 книжок видали учням для читання. Скільки книжок залишилося в бібліотеці? 2) Після того як учням для читання видали із бібліотеки 37 книжок, то в ній залишилося \square книжок. На скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці?]



Складемо план розв'язування задачі. Про що дізнаємося першою дією? [Першою дією ми відповімо на запитання першої простої задачі, дізнаємося, скільки книжок залишилося в бібліотеці.] Про що дізнаємося другою дією? [Другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі і дізнаємося, на скільки більше книжок видали, ніж залишилося в бібліотеці.]

Запишемо розв'язання:

- 1) $56 - 37 = 19$ (кн.) залишилося;
- 2) $37 - 19 = 18$ (кн.) на стільки більше книжок видали, ніж залишилося.

Запишемо відповідь. [Відповідь: на 18 книжок більше видали, ніж залишилося в бібліотеці.]

3. Розв'яжіть задачу.

Кравчиня за годину шиє 24 мішки для посилок, а її учениця — 17 мішків. Скільки мішків для посилок пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години?

Прочитайте задачу. Про що йдеться в задачі? [Про мішки, які шиють кравчиня та її учениця. У задачі говориться, скільки мішків шиють за годину кравчиня та її учениця окремо. Запитуються, скільки мішків пошиють кравчиня та її учениця за 2 години разом. За одну годину кравчиня шиє 24 мішки, а її учениця за одну годину шиє 17 мішків. Скільки мішків пошиють разом кравчиня та її учениця за 2 години?] Запитання передбачає, що кравчиня та її учениця працювали 2 години.

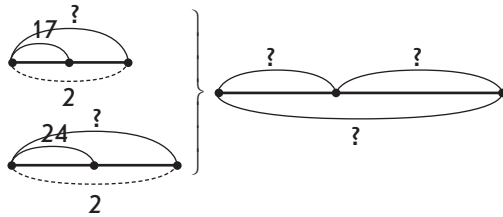
Складемо короткий запис, для цього виділимо ключові слова. Які ключові слова можна виділити? [«Кравчиня», «учениця».] Запишемо їх у стовпчик. Чи відомо, скільки мішків пошила кравчиня за 2 години? [Ні, не відомо, але ми знаємо, що за годину вона пошила 24 мішки. Отже, за 2 години кравчиня всього пошиє стільки мішків, скільки буде, якщо по 24 мішки взяти 2 рази.] Запишемо це. Чи відомо, скільки мішків пошиє учениця за дві години? [Ні, не відомо, але ми знаємо, що вона шиє за одну годину 17 мішків, отже, за 2 години вона всього пошиє стільки мішків, скільки буде, якщо по 17 мішків взяти 2 рази.] Запишемо це.

Яке запитання задачі? Як його позначити на короткому записі? [У задачі запитуються, скільки всього пошили мішків за 2 години кравчиня та учениця разом. Оскільки в задачі запитуються, скільки мішків пошили разом кравчиня й учениця, то слід поставити фігурну дужку зі знаком питання.]

Кравчиня — ?, по 24 взяти 2 рази }
 Учениця — ?, по 17 взяти 2 рази } ?

За коротким записом поясніть числові дані задачі. [Число 24 означає кількість мішків, що шиє кравчиня за 1 годину. Число 2 означає, скільки годин працювала кравчиня. Знак питання означає, що кравчиня пошила всього мішків стільки, скільки буде, якщо по 24 мішки взяти 2 рази. Число 17 означає, скільки мішків шиє учениця. Число 2 означає, скільки годин працювала учениця. Знак питання означає, що учениця всього пошила стільки мішків, скільки буде, якщо по 17 взяти 2 рази. Фігурна дужка означає, скільки мішків усього пошили за дві години кравчиня й учениця разом.]

Виконайте схему. Поясніть, що означає кожний відрізок.



Яке запитання задачі? [Скільки мішків пошиють разом кравчиня та учениця за 2 години?] Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки всього мішків за 2 години пошиє кравчиня (невідомо), II — скільки всього мішків за 2 години пошиє учениця (невідомо).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією додавання.] Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, бо ми не знаємо, скільки всього мішків пошиє кравчиня, і не знаємо, скільки всього мішків пошиє учениця.]

Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання: «Скільки всього мішків за 2 години пошиє кравчиня?» [Треба знати два числових значення: I — скільки мішків шиє кравчиня за годину (відомо, 24), II — скільки разів слід взяти по 24, тобто скільки годин вона працювала (відомо, 2).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією множення, тому що по 24 взято 2 рази.] Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Можна, тому що ми знаємо обидва числових значення.] Чи можна тепер

3.2. Складені задачі

Про що ми дізнаємося третьою дією? [Третьою дією ми відповімо на запитання третьої простої задачі і дізнаємося, скільки мішків пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години.]

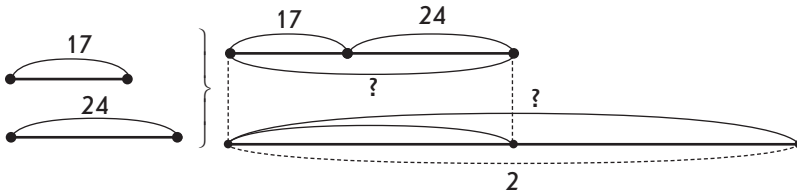
Запишемо розв'язання:

- 1) $24 \cdot 2 = 24 + 24 = 48$ (м.) пошиє кравчиня за 2 години;
- 2) $17 \cdot 2 = 17 + 17 = 34$ (м.) пошиє учениця за 2 години;
- 3) $48 + 34 = 82$ (м.) пошиють разом кравчиня й учениця за 2 години.

Запишемо відповідь. [Відповідь: 82 мішки пошиють разом кравчиня і учениця за 2 години.]

Учитель пропонує учням поміркувати, чи можна розв'язати цю задачу іншим способом.

Спробуємо дещо інакше виконати схему. Що означає відрізок, позначений дужкою з числом 24? Що означає відрізок, що позначений дужкою з числом 17? Що означає відрізок, який є об'єднанням цих відрізків? Що означає великий відрізок?



Щоб знайти інший спосіб розв'язування, потрібно відповісти на додаткове запитання: «Скільки мішків пошиють кравчиня й учениця за 1 годину?».

Запишемо розв'язання:

- 1) $24 + 17 = 41$ (м) пошиють кравчиня й учениця за 1 годину;
- 2) $41 \cdot 2 = 41 + 41 = 82$ (м) пошиють разом кравчиня й учениця за 2 години.

4. Розв'яжіть задачу.

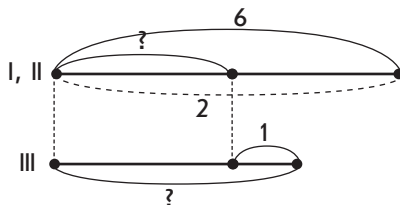
Столяр зробив 6 рам за 2 дні, виготовляючи щодня однакову кількість рам. За третій день він зробив на одну раму більше, ніж за попередній день. Скільки рам зробив столяр за третій день?

Прочитайте задачу. Про що йдеться в задачі? [У задачі йдеться про те, що столяр виготовляв рами три дні. За два дні він виготовив 6 рам, виготовляючи щодня однакову кількість рам. А за третій день він зробив на одну раму більше, ніж за попередній день.] Що означає, що за третій день він виготовив на 1 раму більше, ніж за попередній день? [Це означає, що за третій день він виготовив стільки рам, скільки й за другий день, і ще 1 раму.]

Про що запитується в задачі? [Запитується, скільки рам зробив столяр за третій день.]

Складаємо короткий запис, для цього виділимо ключові слова «перший день», «другий день», «третій день». Запишемо:

I, II день — ?, 6 р. розділити
на 2 порівну
III — ?, на 1 б.



Чи відомо нам, скільки рам виготовив столяр за другий день? [Ні, не відомо.] А що нам відомо? [Нам відомо, що за попередні два дні він зробив 6 рам, виготовляючи щодня однакову кількість рам.] Якщо він за два дні зробив 6 рам, тоді скільки рам він зробив за один день, тобто за перший або за другий? [За перший або другий день він зробив стільки, скільки буде якщо 6 разів розділити на 2 порівну.] Позначимо кількість рам, які виготовив столяр за перший або другий день, знаком питання, поставимо кому й запишемо: 6 розділити на 2 порівну. А скільки рам зробив столяр за третій день? [Невідомо, але ми знаємо, що на одну раму більше, ніж у попередній день.] Запишемо це. Яке запитання задачі? [Скільки рам зробив столяр за третій день?]

За коротким записом поясніть числові дані задачі. [Число 6 означає, скільки рам зробив столяр за два дні, якщо щодня він виготовляв однакову кількість рам. Число 2 означає, за скільки днів він зробив 6 рам, виготовляючи за кожен день однакову кількість рам. Число 1 означає, на скільки рам більше зробив столяр за третій день, ніж за другий день.]

Виконайте схему та поясніть, що означає кожний відрізок.

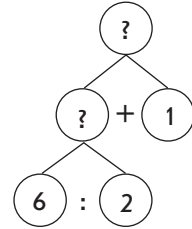
Яке запитання задачі? [Скільки рам зробив столяр за третій день?] Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки рам зробив столяр у попередній день (поки ще невідомо), II — на скільки більше рам виготовив столяр за третій день, ніж за другий (відомо, на 1).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією додавання.]

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо, скільки рам виготовив столяр у попередній день.] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати два числових значення: I — скільки

3.2. Складені задачі

всього рам зроблено (відомо, 6), П — за скільки днів зробили ці рами (відомо, за 2.)] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією ділення, тому що рами виготовляли порівну в кожний день.] Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Можна, тому що ми знаємо обидва числових значення.]

Поділіть задачу на прості. Сформулюйте кожен просту задачу та покажіть опорні схеми до них. [1) Столяр зробив 6 рам за 2 дні, виготовляючи щодня однакову кількість рам. Скільки рам виготовляв столяр за 1 день? 2) За попередній день столяр зробив \square рами, а за третій день він зробив на 1 раму більше. Скільки рам зробив столяр за третій день?]



Складемо план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося першою дією? [Першою дією ми дізнаємося, скільки рам виготовив столяр за один день: перший або другий, тобто за попередній день.] Про що ми дізнаємося другою дією? [Другою дією ми дізнаємося, скільки рам зробив столяр за третій день.]

Запишемо розв'язання задачі по діях з поясненням:

- 1) $6 : 2 = 3$ — стільки рам зробив столяр за перший чи другий день;
- 2) $3 + 1 = 4$ (р.) зробив столяр за третій день.

Запишемо відповідь до задачі. [Відповідь: 4 рами зробив столяр за третій день.]

5. Розв'яжіть задачу.

Уранці від першої корови надоїли 6 л молока, а від другої корови — 8 л молока. Усе це молоко розлили в бідони, по 2 л в кожний. Скільки потрібно було бідонів?

Про що розповідається в задачі? [У задачі йдеться про молоко, яке розлили в бідони порівну, по 2 л у кожний. Запитується, скільки потрібно бідонів. Бідонів буде стільки, скільки разів у всьому молоці вміщується по 2 л; тобто все молоко треба розділити по 2 л.]

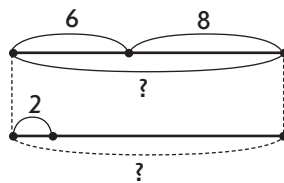
Складаємо короткий запис. Для цього виділимо ключові слова: «перша корова», «друга корова». Скільки літрів молока надоїли від першої корови? [6 л] Запишемо це. Скільки літрів молока надоїли від другої корови? [8 л] Запишемо це. За умовою задачі відомо, що все це молоко потім розлили в бідони. Як у короткому записі показати, що далі працювали не з молоком, яке надоїли від кожної корови окремо, а з молоком, яке надоїли від обох корів? [Треба поставити фігурну дужку.] Усе це молоко

розлили в бідони, по 2 л в кожний. Скільки буде бідонів? [Бідонів буде стільки, скільки загалом літрів молока вміщується по 2 л.] Як це показати на короткому записі? [Поряд із фігурною дужкою поставимо знак питання й покажемо, що це молоко розділили по 2 л, і ще поставимо знак питання, який позначає, скільки разів уміщується у всьому молоці по 2 — тобто кількість бідонів із молоком.]

$$\left. \begin{array}{l} \text{I корова} \text{ — } 6 \text{ л} \\ \text{II корова} \text{ — } 8 \text{ л} \end{array} \right\} \text{?, вміщується по } 2 \text{ л} \text{ — ?}$$

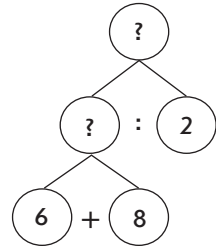
За коротким записом поясніть числові дані задачі. [Число 6 означає, скільки літрів молока надоїли від першої корови; число 8 — скільки літрів молока надоїли від другої корови. Фігурна дужка означає, скільки літрів молока надоїли від обох корів разом. Знак питання означає, що бідонів потрібно стільки, скільки у всьому молоці вміщується по 2 л. Число 2 означає, скільки літрів молока налили в кожний бідон.]

Виконайте схему і поясніть, що означає кожний відрізок.



Яке запитання задачі? [Скільки потрібно бідонів?] Що можна сказати про кількість бідонів? [Що бідонів буде стільки, скільки у всьому молоці вміщується по 2 л.] Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Щоб відповісти на запитання задачі, треба знати, що бідонів стільки, скільки у всьому молоці вміщується по 2 л.] Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання: «Скільки у всьому молоці вміщується по 2 л?» [Треба знати два числових значення: I — загальну кількість літрів молока від обох корів (невідомо), II — по скільки літрів молока розлили в кожний бідон (відомо, по 2).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією ділення, тому що треба дізнатися, скільки вміщується по...] Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо, скільки літрів молока всього надоїли від обох корів.] Що потрібно знати, щоб відповісти на це запитання? [Треба знати: I — скільки літрів молока надоїли від першої корови (відомо, 6), II — скільки літрів надоїли від другої корови (відомо, 8).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією додавання.] Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Так, можна, тому що нам відомі обидва числових значення.] Аналіз закінчено.

Поділіть задачу на прості. Сформулюйте кожен просту задачу, покажіть опорні схеми до них. [Перша проста задача: «Від першої корови надоїли 6 л молока, від другої корови надоїли 8 л молока. Скільки літрів молока надоїли від обох корів?» Друга проста задача: « \square л молока розлили в бідони, по 2 л у кожний. Скільки потрібно було бідонів?»]



Складемо план розв'язування задачі. Про що ми дізнаємося першою дією? [Першою дією дізнаємося, скільки всього літрів молока надоїли від обох корів, тому що першою дією ми відповімо на запитання першої простої задачі.] Про що ми дізнаємося другою дією? [Другою дією ми дізнаємося, скільки потрібно було бідонів, тому що другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі.]

Запишемо розв'язання задачі:

- 1) $6 + 8 = 14$ (л) молока всього надоїли від двох корів;
- 2) $14 : 2 = 7$ бідонів (зауваження: при діленні на вміщення ми отримаємо відлучене число, тому в дужках нічого не пишемо).

Запишемо відповідь. [Відповідь: 7 бідонів потрібно.]

Потрібно наголосити, що ця задача припускає й інший спосіб розв'язання:

- 1) $6 : 2 = 3$ — у стільки бідонів розлили молоко від першої корови;
- 2) $8 : 2 = 4$ — у стільки бідонів розлили молоко від другої корови;
- 3) $3 + 4 = 7$ (б.) — усього.

Відповідь: 7 бідонів потрібно.

6. Розв'яжіть задачу.

У двох однакових каструлях 10 л молока, а в банці — 3 л. На скільки літрів молока більше в одній каструлі, ніж у банці?

Прочитайте задачу. Про що в ній ідеться? [У задачі ідеться про молоко, налите в каструлі та банку. У двох однакових каструлях налито 10 л молока, тобто 10 л молока розлили в 2 каструлі порівну. У банку налили 3 л молока. Запитується, на скільки літрів молока більше в одній каструлі, ніж у банці. Запитання стосується однієї каструлі та банки.]

Виділимо ключові слова й складемо короткий запис. [Оскільки запитання стосується лише однієї каструлі і банки, то ключовими словами будуть слова «каструля» і «банка».] Запишемо ключові слова у стовпчик, а поряд із ними числові дані, що

їх стосуються. Чи знаємо ми, скільки літрів молока в каструлі? [Ні, не знаємо, але знаємо, що 10 л молока розділили порівну у дві каструлі. Таким чином, у каструлі стільки молока, скільки буде, якщо 10 л розлити в 2 каструлі порівну.] Запишемо — «каструля», поставимо знак питання, запишемо «10 л розділити на 2 порівну». Чи знаємо ми, скільки літрів молока в банці? [Відомо, 3 л.] Запишемо — «банка» — 3 л. Про що запитується в задачі? [У задачі запитується, на скільки літрів молока більше в каструлі, ніж у банці.] Як позначити запитання задачі на короткому записі? [Якщо потрібно дізнатися, на скільки більше, слід поставити круглу дужку та поряд з нею написати «На ?».] Запишемо це.

Каструля — ?, 10 л розділили на 2 порівну } На ?
 Банка — 3 л

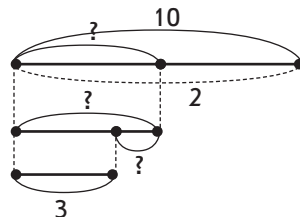
За коротким записом пояснимо числові дані задачі. [Число 10 означає, скільки літрів молока у двох однакових каструлях. Число 2 означає, у скільки однакових каструль розлили 10 л молока, тобто на скільки рівних частин розділили 10 л молока. Знак питання означає, скільки літрів молока в каструлі. У каструлі стільки молока, скільки буде, якщо 10 л розділити на 2 порівну. Число 3 означає, скільки літрів молока в банці.]

Виконайте схему та поясніть, що означає кожний відрізок.

Про що запитується в задачі? [У задачі запитується, на скільки літрів молока більше в каструлі, ніж у банці.]

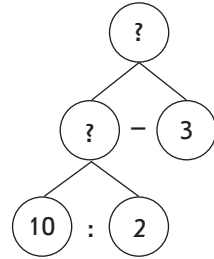
Що потрібно знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: I — скільки літрів молока в каструлі (поки не знаємо), II — скільки літрів молока в банці (відомо — 3).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання: щоб дізнатися, на скільки одне число більше за інше, потрібно від більшого числа відняти менше число.]

Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, не можна, оскільки ми не знаємо, скільки літрів молока в каструлі.] Що потрібно знати, щоб дізнатися, скільки літрів молока в каструлі? [Треба знати два числових значення: I — скільки літрів молока взагалі (відомо — 10), II — на скільки рівних частин його



розділили (відомо — на 2).] За допомогою якої арифметичної дії відповімо на це запитання? [Дією ділення, тому що молоко розділили порівну між каструлями.] Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Можна, тому що нам відомі обидва числових значення. Таким чином, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.]

Розбийте цю задачу на прості. Сформулюйте кожну просту задачу та покажіть їхні опорні схеми. [1) У двох однакових каструлях 10 л молока. Скільки літрів молока в одній каструлі? 2) У каструлі \square л молока, а в банці — 3 л. На скільки літрів молока більше в каструлі, ніж у банці?]



Сформулюйте план розв'язання задачі.

[Першою дією дізнаємося, скільки літрів молока в одній каструлі, відповімо на запитання першої простої задачі. Другою дією ми дізнаємося, на скільки більше літрів молока в каструлі, ніж у банці, тому що другою дією ми відповімо на запитання другої простої задачі.]

Запишемо розв'язання задачі по діях з поясненнями:

- 1) $10 : 2 = 5$ — стільки літрів молока в каструлі;
- 2) $5 - 3 = 2$ (л) більше в каструлі, ніж у банці.

Запишемо відповідь. [Відповідь: на 2 л молока більше в каструлі, ніж у банці.]

На етапі формування умінь і навичок багато уваги приділяється роботі над задачею після її розв'язання. Робота над задачею полягає в перевірці правильності виконаного розв'язання.

Перевірити розв'язання задачі — це означає з'ясувати, правильне воно чи ні. Учні початкових класів не відчують потребу в обґрунтуванні своїх суджень. Потрібно поступово виховувати в дітей почуття необхідної самоперевірки.

У молодших класах доцільно запроваджувати такі прийоми самоперевірки, як встановлення відповідності одержаного результату умові; розв'язування задач різними способами; складання та розв'язування обернених задач; попередня прикидка числових меж шуканого результату. Розглянемо кожен із них.

Встановлення відповідності одержаного результату умові.

Суть цього способу полягає в тому, що відповідно до опису подій, про які йдеться в задачі, учні виконують необхідні дії над заданими й знайденими числами. Якщо після виконання дій отримують число, яке є в умові, то вважають, що задачу розв'язано правильно. Наприклад: «За альбом, ручку та олівці заплатили 27 гривень.

Альбом коштує 8 гривень, а ручка — 12 гривень. Скільки коштують олівці?»

Розв'язавши задачу, діти встановили, що олівці коштують 7 гривень. Щоб перевірити правильність розв'язання, доцільно додати вартість усіх речей, що купили: $8 + 12 + 7 = 27$ (грн) — вартість усієї покупки. Це число подано в умові задачі, тому задачу розв'язали правильно.

Розв'язання задач різними способами. Розв'язування задачі двома способами є одночасно і прийомом перевірки. Діставши однакові відповіді, можна стверджувати, що задачу розв'язано правильно. Приклади розв'язування задач різними способами нами розглянуто вище.

Складання та розв'язання оберненої задачі. Вважають, що задачу розв'язано правильно, якщо під час розв'язування оберненої задачі отримують те число, яке було задано в умові прямої задачі. Наприклад: «В Андрія було 12 марок із тваринами і 14 марок із містами світу. Тато подарував 13 марок. Скільки марок стало в Андрія?» (Розв'язавши задачу, учні дізнаються, що в Андрія стало 39 марок.)

Складаємо обернену задачу: «В Андрія було 12 марок із тваринами та 14 марок із містами світу. Після того як тато подарував кілька марок, у нього стало 39 марок. Скільки марок подарував Андрію тато?»

Розв'язування задачі відбувається за пам'яткою № 3 «Працюю над задачею».

- 1) $12 + 14 = 26$ (м.) було в Андрія;
- 2) $39 - 26 = 13$ (м.) подарував тато.

Таким чином, у відповіді на запитання оберненої задачі дістали число, що було дано в прямій задачі. Це свідчить, що задачу було розв'язано правильно.

На етапі формування вмінь розв'язувати задачі здійснюється узагальнення способу розв'язання задач; формуються вміння розв'язувати будь-які задачі на дві дії, встановлювати зв'язки між ними. Задачі для закріплення повинні містити труднощі, що їх мають долати учні в процесі розв'язування. Більшість різних типів творчої роботи над задачами також запроваджуються в процесі закріплення.

На цьому кроці застосовують такі вправи творчого характеру, як задачі підвищеної складності; розв'язання задач кількома способами; розв'язання задач із зайвими або недостатніми даними; розв'язання задач, які мають декілька розв'язків; вправи із складання задач і перетворення умов.

4.1. ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ, РІВНОСТІ, НЕРІВНОСТІ В 1 КЛАСІ

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.



У 1 класі учні знайомляться із терміном «вираз» та з найпростішими математичними виразами — сумою та різницею (докладніше про введення цих понять див. тему «Методика вивчення додавання і віднімання в межах 10»). Опановуючи тему «Числові вирази, рівності, нерівності», учні вчать-ся знаходити значення сум та різниць двох чисел, знайомляться з числовими виразами на дві дії (однакові або різні). Знаходячи значення числових виразів і записуючи після знака «=» результат, у школярів формується поняття про рівність. Оцінюючи правильність одержаної відповіді, формується уявлення про правильні (істинні) та неправильні (хибні) рівності.

ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ

Основними завданнями при вивченні числових виразів у 1 класі є навчити:

- читати та записувати числові вирази (суму та різницю двох чисел);
- знаходити значення числових виразів (на 1–2 дії);
- виконувати тотожні перетворення (на підставі переставного закону додавання);
- порівнювати числові вирази (порівнювати число й числовий вираз або два числові вирази);
- складати числовий вираз за текстом будь-якої простої задачі.

Математичний вираз — це запис, що складається із чисел та букв, які з'єднані знаками арифметичних дій та дужками.

У 1 класі вивчаються числові вирази, а в 2 класі вводяться вирази зі змінною — буквені вирази.

Методика ознайомлення учнів 1-2 класів із простішими математичними виразами: сумою, різницею, добутком, часткою — була розглянута нами у методиці навчання арифметичних дій додавання та віднімання, множення та ділення.

Розглянемо **методику введення числових виразів на дві дії у 1 класі**. Слід зазначити, що в разі дотримання запропонованої

методики формування обчислювальних навичок додавання та віднімання в межах 10 учні вже зустрічалися із записами типу:

$$4 + 2 = \overbrace{4 + 1}^{1 + 1} + 1 = 5 + 1 = 6$$

$$7 - 2 = \overbrace{7 - 1}^{1 + 1} - 1 = 6 - 1 = 5$$

Тобто учні вже виконували двічі одну й ту саму арифметичну дію. Саме на це спираємось при введенні нового матеріалу.

Запишіть суму чисел 6 і 2. $[6 + 2]$ Який знак треба поставити між числами, щоб записати суму? [Знак арифметичної дії додавання.] Запишіть суму трьох чисел: 6, 2 і 1. $[6 + 2 + 1]$ Запишіть суму трьох чисел: 7, 1 і 1. $[7 + 1 + 1]$ Знайдіть значення цих сум.

$$6 + 2 = 8 \quad \overbrace{6 + 2}^{1 + 1} + 1 = 8 + 1 = 9 \quad \overbrace{7 + 1}^{1 + 1} + 1 = 8 + 1 = 9$$

Коментар. $7 + 1 + 1$. До 7 спочатку додамо 1 (за стрілочкою), одержимо 8; до 8 додамо ще 1, одержимо 9.

Запишіть різницю чисел 9 і 2. $[9 - 2]$ Який знак слід поставити між числами, щоб записати різницю? [Знак арифметичної дії віднімання — мінус.] Запишіть: від 7 відняти 2 і ще відняти 1. $[7 - 2 - 1]$ Запишіть: від 5 відняти 1 і ще відняти 2. $[5 - 1 - 2]$ Знайдіть значення цих різниць.

$$9 - 2 = 7 \quad \overbrace{7 - 2}^{1 + 1} - 1 = 5 - 1 = 4 \quad \overbrace{5 - 1}^{1 + 1} - 2 = 4 - 2 = 2$$

Коментар. $7 - 2 - 1$. Від 7 спочатку віднімемо 2 (за стрілочкою), одержимо 5, а потім ще віднімемо 1, буде 4.

На наступному етапі пропонуємо учням знайти значення виразів, що містять дві різні арифметичні дії.

$$\overbrace{5 + 2}^{1 + 1} - 1 = \square - 1 = \square \quad \overbrace{9 - 2}^{1 + 1} + 1 = \square + 1 = \square$$

Виконуючи такі завдання, учні використовують правило порядку виконання дій у виразах без дужок на практиці, але ще не формулюють його.

Тотожні перетворення виразів — це заміна даного виразу іншим, значення якого дорівнює значенню даного (зазначимо, що це означення правильне лише для чисел, які вивчаються в курсі початкової школи).

Також в 1 класі здійснюється **підготовча робота до введення виразів зі змінною**. Загалом, підготовкою є вся система вправ на складання таблиць додавання і віднімання. При складанні таблиць додавання в межах першого десятка перший доданок змінний, а другий — сталий, наприклад: $\square + 3$.

У таблицях на віднімання змінним є зменшуване, а сталим — від’ємник, наприклад: $\square - 3$.

Під час введення в 2 класі виразів зі змінною доцільно буде виконати з учнями таку роботу.

Ми склали таблицю додавання числа 3. Прочитайте першу рівність із таблиці ($1 + 3 = 4$). Прочитайте другу рівність ($2 + 3 = 5$). Порівняйте ці рівності. Що ви помітили? [У них однакові другі доданки, а перші доданки та значення сум — різні.] Розгляньмо увесь стовпчик рівностей. Що можна сказати про другі доданки? що можна сказати про перші доданки? [Другі доданки не змінюються, а перші змінюються від 1 до 9.] Змінний доданок можна позначити «віконцем» і нібито зашифрувати всі рівності.

Таблиці додавання та віднімання дають гарну можливість опрацювати такі важливі з точки зору логіки поняття, як залежність суми від зміни другого доданка та залежність різниці від зміни зменшуваного (докладніше див. тему «Методика вивчення додавання і віднімання в межах 10»).

Також підготовчими до введення поняття змінної служать вправи на склад числа, на доповнення, на збільшення чи зменшення заданих чисел на якесь стає число, різні ігрові вправи та задачі з пропущеними числами.

1. Які числа можна записати у віконцях? $\square + \square = 6$

2. Доповніть до 10.

	7		2
9		5	

3. Розв’яжіть задачу.

У хлопчика було 7 кролів. Він подарував товаришу \square кролів. Скільки кролів залишилося у хлопчика?

ЧИСЛОВІ РІВНОСТІ ТА НЕРІВНОСТІ

- Два числа або вирази, які поєднані знаком «=», складають **рівність**.
- Два числа або вирази, які поєднані знаком «>» або «<», складають **нерівність**.

Числові рівності та нерівності учні отримують під час порівняння заданих чисел або виразів, знаки «>», «<», «=» з’єднуються не будь-які два числа або вирази, а лише ті, між якими існують вказані відношення.

У 1 класі при оцінці одержаних результатів у молодших школярів формується уявлення про правильні (істинні) та

неправильні (хибні) числові рівності та нерівності. Якщо учень розв’язав завдання неправильно (знайшов значення виразу, порівняв числа або числові вирази), то вчитель обов’язково повинен зазначити, що отримано хибну рівність чи нерівність.

Порівняння числових виразів. Спочатку учні вчать порівнювати числовий вираз і число, а потім — два числові вирази.

Порівняти числові вирази — означає визначити, значення якого виразу більше, менше або вони рівні.

Вирази порівнюються декількома способами:

- 1) обчисленням (знаходимо значення кожного виразу і порівнюємо отримані результати: більший той вираз, значення якого більше, і навпаки: якщо значення виразів рівні, то й вирази рівні);
- 2) логічним способом (порівнюємо вирази, аналізуючи їх: $3 + 5 \bigcirc 3 + 4$ — обидва вирази — суми; в обох сумах однакові перші доданки, значить, більший той вираз, у якого другий доданок більший: 5 більше ніж 4, тому $3 + 5 > 3 + 4$).

Розглянемо динаміку подання вправ на порівняння числових виразів. Спочатку учні вчать порівнювати вираз і число, наприклад: $10 - 4$ і 7 . Міркуємо так:

- 1) знаходимо значення різниці: $10 - 4 = 6$;
- 2) порівнюємо з числом 7 отриманий результат: $6 < 7$;
- 3) робимо висновок: якщо $6 < 7$, то $10 - 4 < 7$.

Форма запису в зошиті:

$$\begin{array}{c} \textcircled{10 - 4} < 7 \\ \uparrow \\ 6 < 7 \end{array}$$

Далі учні вчать порівнювати два числові вирази. Треба порівняти вирази $2 + 4$ і $10 - 1$. Міркуємо так:

- 1) знаходимо значення першого виразу: $2 + 4 = 6$;
- 2) знаходимо значення другого виразу: $10 - 1 = 9$;
- 3) порівнюємо отримані результати: $6 < 9$;
- 4) робимо висновок: $6 < 9$, тому $2 + 4 < 10 - 1$.

Форма запису в зошиті:

$$\begin{array}{c} \textcircled{2 + 4} < \textcircled{10 - 1} \\ \uparrow \\ 6 < 9 \end{array}$$

Аналогічно міркуємо при порівнянні виразів:

$$\begin{array}{c} \textcircled{4 + 3} = \textcircled{3 + 4} \\ \uparrow \\ 7 = 7 \end{array}$$

Чим цікаві ці вирази? [Обидва вирази — суми.] Що спільне в цих сумах? [У них однакові доданки.] Чим вони відрізняються?

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

[Порядком доданків.] Чи обов'язково було знаходити значення цих сум, щоб їх порівняти? [Ні, ми знаємо, що значення цих сум рівні, тому що від переставляння доданків значення суми не змінюється.]

Таким чином знайомимо учнів з іншим способом порівняння числових виразів — логічним: якщо порівнюються два числові вирази — суми, то слід порівняти їх компоненти — доданки; якщо доданки подані одними й тими самими числами, то й значення сум однакові.

Цей спосіб можна застосувати також при порівнянні виразів:

$$1 + 7 \text{ та } 7 + 2$$

Чим цікаві ці вирази? [Обидва вирази — суми.] Застосуємо переставний закон дії додавання і перетворимо перший вираз: $7 + 1$. Будемо порівнювати вирази $7 + 1$ та $7 + 2$. Що спільне в цих сумах? [У цих сумах однаковий перший доданок — число 7.] Чим відрізняються ці суми? [Другими доданками: 1 та 2.] Що можна сказати про другі доданки? Порівняйте їх. [$1 < 2$] Який висновок можна зробити? [Із двох сум з однаковими першими доданками менша та сума, у якій другий доданок менший: $7 + 1 < 7 + 2$, тому $1 + 7 < 7 + 2$.]

Оцінюючи результати порівняння чисел або числових виразів, формуємо в учнів уявлення про істинні (правильні) та хибні (неправильні) нерівності.

Порівнюючи числові вирази другим способом, ми спочатку виконали тотожне перетворення першого виразу на підставі переставного закону дії додавання.

4.2. ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ ТА ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННОЮ, РІВНОСТІ, НЕРІВНОСТІ В 2 КЛАСІ

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

У 2 класі продовжується робота над математичними виразами: вводяться поняття «числовий вираз», «значення виразу»; учні знайомляться з поняттями «добуток» і «частка»; вводяться вирази з дужками; учні знайомляться з виразами зі змінною — буквеними виразами.

Математичний вираз — це запис, який складається із чисел та букв, що з'єднані знаками арифметичних дій та дужками, наприклад:

$$3 \cdot 2 + 24 : 6$$

$$a + 5 \cdot 12$$

$$b : (11 - 6)$$



Якщо запис складається тільки із чисел, які з'єднані знаками арифметичній дій та дужками, — це **числовий вираз**.

Якщо вираз складається ще й з букв — це **буквений вираз**.

ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ, ЩО МІСТЯТЬ ДУЖКИ

Дужки вводяться у 2 класі при ознайомленні з додаванням числа до суми, відніманням суми від числа, додаванням різниці до числа.

На етапі актуалізації слід повторити найпростіші математичні вирази — суму та різницю, назви компонентів та результатів арифметичних дій додавання і віднімання.

1. Знайдіть суму чисел 5 та 2. Відніміть цю суму від числа 10.

Учні усно знаходять значення виразу й отримують відповідь — 3. Потім учитель пропонує виконати запис. Учні записують: $10 - 5 + 2 = 3$ — ця рівність неправильна (хибна). Створюється проблемна ситуація, яку розв'язує вчитель: суму чисел 5 та 2 він бере в кружечок, підкреслюючи, що від 10 слід відняти саме суму чисел 5 та 2, тобто вираз; потім пояснює, що в зошиті незручно кожен раз брати вираз у кружечок, тому від круга залишаються лише дві його частини, які називаються дужками. Звертаємо увагу учнів та те, як відкриваються дужки і на те, як вони закриваються. Користуючись дужками, учні записують вираз: $10 - (5 + 2)$.

Таким чином, якщо треба виконати арифметичну дію над виразом (сумою), тоді цей вираз беруть у дужки.

2. До числа 8 додайте різницю чисел 9 та 3.

Працюємо аналогічно: $8 + (9 - 3)$.

Після виконання цих завдань учні порівнюють, чим схожі записані вирази (в обох випадках виконували арифметичну дію (додавання або віднімання) між числом та виразом (різницею або сумою); й узагальнюють, як записують такі математичні вирази.



Якщо необхідно додати або відняти суму або різницю, тоді їх записують у дужках.

Сполучний закон додавання. Пропонуємо учням згадати переставний закон додавання й знайти значення виразів зручним способом.

Наприклад, пропонуємо школярам встановити, за яким правилом розташовуються вирази у стовпчиках. [У стовпчику ліворуч треба спочатку додати перший та другий доданки й одержаний результат додати до третього; а у стовпчику праворуч треба

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

до першого числа додати суму другого та третього чисел.] Учитель повідомляє, що замість стрілочки можна використовувати дужки, й вирази записують таким способом:

$$\begin{array}{c} 8 + 2 + 4 = (8 + 2) + 4 \\ \curvearrowright \end{array}$$

$$5 + 7 + 3 = 5 + (7 + 3)$$

$$\begin{array}{c} 6 + 4 + 8 = (6 + 4) + 8 \\ \curvearrowright \end{array}$$

$$3 + 1 + 9 = 3 + (1 + 9)$$

$$\begin{array}{c} 5 + 5 + 6 = (5 + 5) + 6 \\ \curvearrowright \end{array}$$

$$8 + 4 + 6 = 8 + (4 + 6)$$

⚠ Два сусідні доданки можна замінити значенням суми.

На попередніх етапах навчання, обчислюючи значення виразів на кілька дій або знаходячи значення сум зручним способом, учні ставили стрілочку і виконували першою дію «за стрілочкою». Тепер, порівнявши вирази ліворуч і праворуч від знака рівності, учні доходять висновку про те, що дужки показують, у якому порядку треба виконувати дії: спочатку виконується дія в дужках, а потім — за дужками!

Пропонуємо учням встановити порядок виконання дій у виразах із дужками.

$$(4 + 3) + 2 \qquad 6 + (2 + 1)$$

Пропонуємо учням встановити, які числа треба додати спочатку — у першу чергу.

$$5 + (2 + 3) \qquad (6 + 1) + 2$$

Звертаємо увагу на читання виразів із дужками:

- до числа 5 додати суму чисел 2 та 3: $5 + (2 + 3) = 5 + 5 = 10$;
- до суми чисел 6 та 1 додати число 2: $(6 + 1) + 2 = 7 + 2 = 9$;
- до числа 8 додати суму чисел 9 та 3: $8 + (9 + 3) = 8 + 12 = 20$;
- від числа 10 відняти суму чисел 5 та 2: $10 - (5 + 2) = 10 - 7 = 3$;
- до числа 9 додати різницю чисел 13 та 6: $9 + (13 - 6) = 9 + 7 = 16$.

Згадавши переставний закон додавання, пропонуємо учням різними способами додати числа й записати відповідні вирази за допомогою дужок:

$$6 + 1 + 3$$

$$(6 + 1) + 3 = 7 + 3 = 10$$

$$6 + (1 + 3) = 6 + 4 = 10$$

Порівнявши записані рівності, учні доходять висновку:

$$(a + b) + c \begin{array}{c} \rightarrow \\ \leftarrow \end{array} a + (b + c)$$

Учитель повідомляє, що це сполучний закон додавання: щоб додати число до суми, достатньо до першого доданка додати суму другого доданка й числа. Цю рівність можна прочитати й справа

наліво: щоб додати суму до числа, достатньо до цього числа додати перший доданок і до одержаного результату додати другий доданок.

Пропонуємо учням за допомогою дужок показати, які доданки зручніше замінити значенням суми й знайти значення виразів.

$$20 + 40 + 7 \qquad 50 + 6 + 3$$

$$60 + 30 + 4 \qquad 80 + 4 + 2$$

Наступним кроком порівнюємо записи сум.

$$(3 + 2) + 4 \bigcirc 3 + (2 + 4) \qquad (3 + 4) + 2 \bigcirc 2 + (3 + 4)$$

У цих сумах однакові доданки, вони відрізняються порядком виконання дій. Пропонуємо учням здогадатися, чи мають ці суми однакові значення; перевірити власну гіпотезу, знайшовши значення сум. У результаті такої роботи доходимо висновку.



Якщо треба додати кілька чисел, то їх можна додавати у будь-якому порядку; значення суми від цього не змінюється.

Наступні завдання передбачають запис виразів із дужками: до суми чисел 2 та 6 додати число 3; до числа 3 додати різницю чисел 7 та 6 тощо.

З'ясуємо, чи потрібно у цих виразах ставити дужки. У якому порядку треба виконувати дії у виразах, що містять дужки?

Нарешті, пропонуємо учням завдання на картках з друкованою основою, у яких вони спочатку мають у кружках зверху проставити порядок виконання дій, і лише потім знайти значення виразу.

$$\begin{array}{cc} \bigcirc & \bigcirc \\ 24 + (9 - 7) & 7 + (9 - 6) \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \bigcirc & \bigcirc \\ 67 - (4 + 2) & (4 + 6) - 8 \end{array}$$



У виразах з дужками першою виконується дія над числами, які записані в дужках.

На прикладі таких завдань учні засвоюють правило порядку виконання арифметичних дій у виразах, що містять дужки. Таким чином, учні вже знають два правила:

- 1) якщо у виразі є дії додавання і віднімання, то вони виконуються в тому порядку, у якому вони записані;
- 2) якщо у виразі є дужки, то першою виконується дія в дужках.

Вже на наступному уроці можна запропонувати математичний диктант.

Запишіть вирази:

- 1) сума чисел 38 і 48;
- 2) різниця чисел 72 і 19;
- 3) до числа 4 додати суму чисел 3 і 2;
- 4) від числа 9 відняти суму чисел 7 і 2;
- 5) до числа 3 додати різницю чисел 10 і 7;
- 6) від числа 8 відняти різницю чисел 9 і 6;
- 7) до числа a додати суму чисел v і c ;
- 8) від числа k відняти різницю чисел p і t ;
- 9) від числа a відняти суму чисел k і r .

Доцільно познайомити учнів з іншим способом читання математичних виразів, що містять дужки, використовуючи назви компонентів та результатів арифметичних дій за допомогою пам'ятки.



Читання виразів, що містять дужки

1. Визначаю, яка дія виконується останньою.
2. Пригадую, як називаються компоненти цієї арифметичної дії.
3. Читаю, чим виражені компоненти арифметичної дії.

Наприклад:

$$15 - (5 + 3)$$

1. Остання дія — віднімання.
2. Компоненти дії віднімання: зменшуване і від'ємник.
3. Зменшуване — число 15, від'ємник виражений сумою чисел 5 та 3.

На наступному уроці можна вже пропонувати математичний диктант.

Запишіть вирази:

- 1) зменшуване 10, від'ємник поданий сумою чисел 7 і 2;
- 2) перший доданок поданий різницею чисел 9 і 6, другий доданок — число 5;
- 3) зменшуване подане різницею чисел 10 і 4, від'ємник — число 5;
- 4) перший доданок 6, другий доданок поданий різницею чисел 7 і 4.

Вважаємо доцільним не затримуватися на роботі із виразами, що містять лише дві арифметичні дії, а пропонувати учням завдання на визначення порядку виконання арифметичних дій та знаходження значень виразів, що містять три арифметичні дії. Традиційно з такими виразами учні зустрічаються наприкінці третього та в четвертому класі, але звикнувши до того, що у виразах не більше ніж дві арифметичні дії, учні мають серйозні

труднощі при обчисленні їхніх значень. Тому з метою попередження помилок учнів уводимо вирази на три й більше арифметичні дії.

3. Проставте в кружках порядок виконання арифметичних дій.

$$\overset{\circ}{42} + (\overset{\circ}{67} - \overset{\circ}{25})$$

$$(\overset{\circ}{33} + \overset{\circ}{26}) - \overset{\circ}{44}$$

$$\overset{\circ}{(89 - 76)} + (\overset{\circ}{42} - \overset{\circ}{11})$$

$$\overset{\circ}{52} + (\overset{\circ}{26} - \overset{\circ}{14}) - \overset{\circ}{33}$$

4. У виразах поставте дужки так, щоб виконувалася зазначений порядок виконання арифметичних дій.

$$\overset{2}{4} + \overset{1}{8} - \overset{6}{6}$$

$$\overset{2}{3} + \overset{1}{7} - \overset{4}{4}$$

$$\overset{2}{a} - \overset{1}{b} + \overset{c}{c}$$

$$\overset{1}{9} - \overset{2}{4} - \overset{3}{3}$$

$$\overset{2}{3} + \overset{1}{6} + \overset{3}{1} - \overset{5}{5}$$

$$\overset{2}{a} - \overset{1}{b} - \overset{3}{c} - \overset{k}{k}$$

$$\overset{2}{8} - \overset{1}{6} + \overset{1}{1}$$

$$\overset{1}{6} + \overset{3}{2} - \overset{2}{5} - \overset{3}{3}$$

5. Проставте порядок виконання арифметичних дій та знайдіть значення виразів, виконавши розгорнений запис.

$$\overset{\circ}{43} + (\overset{\circ}{27} - \overset{\circ}{16}) = \underline{\hspace{2cm}} = \square$$

$$(\overset{\circ}{45} + \overset{\circ}{22}) - \overset{\circ}{36} = \underline{\hspace{2cm}} = \square$$

$$\overset{\circ}{78} - (\overset{\circ}{34} + \overset{\circ}{23}) = \underline{\hspace{2cm}} = \square$$

$$\overset{\circ}{56} - (\overset{\circ}{98} - \overset{\circ}{63}) = \underline{\hspace{2cm}} = \square$$

6. Проставте порядок виконання арифметичних дій та знайдіть значення виразів за діями.

$$\overset{\circ}{65} - (\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{5}) + \overset{\circ}{24} = \square$$

$$1) \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{5} = \square$$

$$2) \overset{\circ}{65} - \square = \square$$

$$3) \square + \overset{\circ}{24} = \square$$

$$\overset{\circ}{23} + (\overset{\circ}{13} - \overset{\circ}{8}) - (\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}) = \square$$

$$1) \overset{\circ}{13} - \overset{\circ}{8} = \square$$

$$2) \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} = \square$$

$$3) \overset{\circ}{23} + \square = \square$$

$$4) \square - \square = \square$$

Треба зазначити, що знаходження значень виразів на 3–4 арифметичні дії вдається другокласникам не відразу; на перших етапах засвоєння існують певні труднощі. Для цього в картці з друкованою основою стрілочками показано, у якій дії слід використати вже отриманий результат. Очевидно, що знаходження значень виразів на 3–4 дії не є результатом навчання

в 2 класі. Введення аналогічних завдань має пропедевтичний характер і значно полегшує знаходження значень виразів на 3–5 дій у 4 та 5 класах.

МАТЕМАТИЧНІ ВИРАЗИ — ДОБУТОК І ЧАСТКА. ЧИСЛОВІ ВИРАЗИ, ЩО МІСТЯТЬ ДІЇ РІЗНОГО СТУПЕНЯ І ДУЖКИ

У 1 класі було введено математичні вирази «сума» та «різниця», з якими учні знайомилися після вивчення назв компонентів та результатів арифметичних дій додавання і віднімання.

У 2 класі вводяться математичні вирази «добуток» і «частка» (методику їх введення ми розглянули під час розгляду арифметичних дій множення і ділення).

Зупинимось лише на видах завдань, які сприяють засвоєнню учнями другого класу цих математичних виразів.

Для того щоб учні засвоїли нове значення терміна «добуток» як назви виразу, їм пропонуються завдання.

1. Запишіть добуток чисел 3 і 7.
2. Знайдіть значення добутку чисел 2 і 8.
3. Прочитайте запис: $4 \cdot 2$.
4. Замініть число добутком двох чисел: $8 = 2 \cdot \square$
5. Порівняйте добутки чисел: $2 \cdot 4$ та $2 \cdot 3$.

У результаті розв'язання таких вправ учні поступово усвідомлюють подвійний зміст терміна «добуток» і роблять висновки.



Щоб записати добуток чисел, їх необхідно об'єднати знаком « \cdot ».

Щоб знайти значення добутку, треба перемножити ці числа.

Таким чином, при формуванні поняття математичного виразу слід враховувати подвійний зміст знака арифметичної дії, що стоїть між числами:

- 1) дія, яку слід виконати між числами (3 помножити на 4);
- 2) позначення виразу (добуток чисел 3 та 4).

Аналогічно вводиться математичний вираз «частка» двох чисел.

Учні тренуються у читанні математичних виразів різними способами.

$3 \cdot 6$

- добуток чисел 3 та 6;
- перший множник 3, другий множник 6; знайти значення добутку

$18 : 2$	<ul style="list-style-type: none"> • частка чисел 18 та 2; • ділене 18, дільник 2, знайти значення частки
----------	---

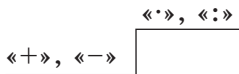
Основним завданням учителя є навчити учнів не лише читати, але й записувати математичні вирази. Багато завдань спрямовані на формування в учнів умінь складати математичні вирази.

Числа	Записати вираз і знайти його значення
3 та 6	добуток
15 та 3	частка
8 та 6	сума

Розвитку математичного мовлення учнів, засвоєнню математичної термінології сприяють математичні диктанти, наприклад:

- 1) Запишіть суму чисел 7 та 9; знайдіть значення суми.
- 2) Запишіть добуток чисел 3 та 7; знайдіть значення добутку.
- 3) Запишіть різницю чисел 12 та 4; знайдіть значення різниці.
- 4) Запишіть частку чисел 12 та 3; знайдіть значення частки.
- 5) Перший множник 2, другий множник 6, знайдіть значення добутку.
- 6) Перший доданок 9, другий доданок 3, знайдіть значення суми.
- 7) Зменшене 11, від’ємник 5, знайдіть значення різниці.
- 8) Ділене 16, дільник 2, знайдіть значення частки.
- 9) По 2 взяти 5 разів, обчисліть.
- 10) Число 6 збільште на 8 одиниць.
- 11) Число 14 зменште на 7 одиниць.
- 12) На скільки 15 більше за 8?
- 13) На скільки 6 менше від 13?

Також у 2 класі після ознайомлення з новими діями — множенням та діленням — учням пропонується знаходити значення виразів, які складаються з трьох чисел, поєднаних знаками арифметичних дій різних ступенів, а також (як пропедевтика) — поєднаних знаками множення та ділення (у математичному диктанті пропонується добуток чисел 6 та 2 розділити на 3). Учням пояснюється, що додавання і віднімання — це дії першого ступеня, а множення і ділення — це дії вищого порядку — другого ступеня.



Таким чином вводиться третє правило порядку виконання арифметичних дій.



Якщо вираз містить множення або ділення, додавання або віднімання, то першими виконуються дії множення або ділення, а потім — додавання або віднімання.

$$2 \cdot 7 - 6 = 14 - 6 = 8$$

$$15 : 3 + 30 = 5 + 30 = 35$$

Школярам пропонується знайти значення й таких виразів, які містять дії другого ступеня й дужки.

$$3 \cdot (12 - 9) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$3 \cdot (3 + 6) = 3 \cdot 9 = 27$$

Крім вправ на читання та знаходження значень математичних виразів, корисно пропонувати вправи на складання математичних виразів, наприклад: «Дано вираз — $8 + 5$. Замініть перший доданок виразом. Замініть другий доданок виразом».

Виконуючи саме такі вправи, учні знайомляться з механізмом утворення складних математичних виразів.

Робота над математичними виразами продовжується при розв'язуванні задач на дві та більше арифметичні дії, коли учням пропонується записати розв'язок виразом. Саме тут цей термін починає безпосередньо «працювати», тому що з'являються реальні умови для розмежування й усвідомлення понять «вираз» та «значення виразу».

ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ

При знаходженні значень виразів на кілька дій можна здійснювати тотожні перетворення.

Тотожні перетворення виразів — це заміна даного виразу іншим, значення котрого дорівнює значенню даного (зазначимо, що це означення вірне лише для чисел, які вивчаються в курсі початкової школи).

Тотожні перетворення в 2 класі здійснюються на підставі законів і властивостей арифметичних дій та їх наслідків:

- 1) переставного закону додавання та множення;
- 2) сполучного закону додавання та множення;
- 3) правил: додавання (віднімання) суми до (від) числа; додавання (віднімання) числа до (від) суми.

$$a - (b + c) = \begin{cases} (a - b) - c \\ (a - c) - b \end{cases}$$

$$(a + b) - c = \begin{cases} (a - c) + b \\ (b - c) + a \end{cases}$$

Вивчаючи закони і властивості арифметичних дій, учні впевнюються, що в деяких виразах можна виконувати дії по-різному, але значення їх при цьому не змінюється. Далі знання цих властивостей арифметичних дій учні застосовують для перетворення виразів на тотожні.

$$48 + 5 = 48 + (2 + 3) = (48 + 2) + 3 = 53$$

Важливо, щоб учні не тільки пояснювали, на підставі якого закону вони отримують наступний вираз, але й розуміли, що всі ці вирази поєднує знак «=», тому що вони мають однакові значення.

Учні 2 класу виконують тотожні перетворення не тільки на підставі властивостей арифметичних дій, але й на підставі конкретного змісту дії множення, наприклад:

$$3 \cdot 4 = 3 + 3 + 3 + 3$$

ПОРІВНЯННЯ ЧИСЛОВИХ ВИРАЗІВ

У 2 класі продовжується робота над порівнянням чисел, числа та виразу, двох числових виразів, у тому числі таких, що містять іменовані числа — величини.

Порівняти числові вирази — це означає встановити, значення якого виразу більше, менше або вони рівні.

У 2 класі вирази порівнюються декількома способами:

- 1) обчисленням (знаходимо значення кожного виразу і порівнюємо отримані числа: більший той вираз, значення якого більше, і навпаки — менше той, значення якого менше);
- 2) логічним способом (порівнюємо вирази, аналізуючи їх: $3 \cdot 5 \bigcirc 3 \cdot 4$ — обидва вирази — добутки; в обох добутках однакові перші множники, значить більший той вираз, у якого другий множник більший: 5 більше за 4, тому добуток чисел 3 і 5 більший за добуток чисел 3 і 4);
- 3) перетворення виразу й порівняння за допомогою другого способу ($3 \cdot 4 + 3 > 3 \cdot 4$).

Розгляньмо ці способи докладно.

Зазначимо, що з 1 класу учні вчать порівнювати вираз і число, у 2 класі для порівняння пропонуємо вирази, які передбачають виконання арифметичних дій у межах 100 як без переходу, так і з переходом через розряд, наприклад: $8 + 5$ і 12.

$$\begin{array}{l} (8 + 5) > 12 \\ \uparrow \\ 13 > 12 \end{array}$$

Міркуємо так:

- 1) знаходимо значення суми: $8 + 5 = 13$;
- 2) порівнюємо отриманий результат з числом: $13 > 12$;
- 3) робимо висновок: якщо $13 > 12$, то $8 + 5 > 12$.

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

Далі учні порівнюють два математичні вирази, наприклад: $45 - 6$ і $28 + 4$.

$$\begin{array}{c} (45 - 6) > (28 + 4) \\ \uparrow \\ 39 > 32 \end{array}$$

Міркуємо так:

- 1) знаходимо значення першого виразу:
 $45 - 6 = 39$;
- 2) знаходимо значення другого виразу:
 $28 + 4 = 32$;
- 3) порівнюємо отримані результати: $39 > 32$;
- 4) робимо висновок: оскільки $39 > 32$, то $45 - 6 > 28 + 4$.

Розглянемо другий спосіб порівняння математичних виразів — логічний. Зазначимо, що цей спосіб порівняння математичних виразів був запропонований учням ще в 1 класі.

У 2 класі при вивченні додавання та віднімання з переходом через розряд у межах 20 на матеріалі таблиць, а також на матеріалі таблиць множення та ділення, доцільно продовжити роботу над дослідженням залежності результату арифметичної дії від зміни одного (обох) з її компонентів.

Порівнюємо математичні вирази першим способом, знаходимо їхні значення й порівнюємо відповідні числа. Потім пропонуємо інший спосіб міркування.

$$\begin{array}{c} (5 + 7) < (5 + 9) \\ \uparrow \\ 7 < 9 \end{array}$$

Прочитайте кожний вираз.

$5 + 7$ — сума чисел 5 та 7;

$5 + 9$ — сума чисел 5 та 9.

Чим цікаві ці вирази? [Обидва вирази — це суми.] Що спільне в цих сумах? [У них однакові перші доданки.] Чим вони відрізняються? [У них різні другі доданки.] Як змінився другий доданок? [Він збільшився. Якщо другий доданок збільшиться на кілька одиниць, то й значення суми так само збільшиться на стільки ж одиниць.] Зробіть висновок.



З двох сум з однаковими першими доданками менша та, у якій другий доданок менший; більша та, у якій другий доданок більший.

Аналогічно можна розглянути й завдання на порівняння різниць і часток.

$$\begin{array}{c} (37 - 7) < (37 - 5) \\ \uparrow \\ 7 < 5 \end{array}$$

Чим більше відняли від одного й того самого числа, тим менше залишилося.



З двох різниць з однаковими зменшуваними менша та, у якій від'ємник більший, і навпаки.

$$\begin{array}{c} 14 : 2 < 18 : 2 \\ \uparrow \\ 14 < 18 \end{array}$$



З двох часток з однаковими дільниками менша та, у якій ділене менше.

$$\begin{array}{c} 18 : 2 > 18 : 3 \\ \uparrow \\ 2 > 3 \end{array}$$



З двох часток з однаковими діленими більша та, у якій дільник менший.

Порівнюючи математичні вирази логічним способом, ми застосовуємо знання учнів про залежність результатів арифметичних дій від зміни компонентів.

Сума і доданки
Добуток і множники змінюються в одному напрямі: якщо один із доданків збільшиться на кілька одиниць, то й сума добуток теж збільшиться, і навпаки. Так само в одному напрямі змінюється різниця частка залежно від зміни зменшуваного діленого.

Але різниця частка змінюється у зворотному напрямі від зміни від'ємника дільника: якщо від'ємник дільник збільшиться на кілька одиниць, то різниця частка, навпаки, зменшиться.

Можна пропонувати учням завдання на порівняння математичних виразів двома способами, наприклад:

$$\begin{array}{cc} 2 \cdot 5 > 2 \cdot 2 & 2 \cdot 5 > 2 \cdot 2 \\ 10 > 4 & 5 > 2 \end{array}$$

Якщо перші множники однакові, то більший той добуток, у якого другий множник більший.

Під час вивчення теми «Табличне множення і ділення» учні знайомляться з третім способом порівняння математичних виразів на підставі перетворення, наприклад:

$$\begin{array}{l} 2 + 2 + 2 + 2 < 2 \cdot 5 \\ 2 \cdot 4 < 2 \cdot 5 \end{array}$$

Порівнюючи числові вирази цим способом, ми спочатку виконали тотожне перетворення першого виразу на підставі конкретного змісту дії множення.

НАВЧАННЯ ЗАПИСУВАТИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СКЛАДЕНОЇ ЗАДАЧІ ВИРАЗОМ

У 2 класі вчимо учнів розв'язувати задачі виразом. Розгляньмо задачу.

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

У вазі лежало 7 мандаринів і 5 апельсинів. Діти взяли 4 фрукти.
Скільки фруктів залишилось у вазі?

1) $7 + 5 = 12$ (фр.) — лежало у вазі;

2) $12 - 4 = 8$ (фр.) — залишилося.

$(7 + 5) - 4 = 8$ (фр.)

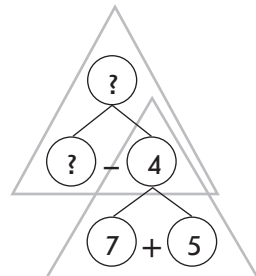
Про що розповідається в задачі? Розкажіть умову; запитання. Яка ситуація описується в задачі? Які ключові слова можна видалити?

Складіть короткий запис задачі. Чи відомо, скільки фруктів було? А що відомо? Як це записати? Чи відомо, скільки фруктів взяли діти? Позначте це в короткому записі. Чи відомо, скільки фруктів залишилось? Це є шуканим задачі; позначте його знаком питання.

Виконайте схематичний рисунок. Що означає число 7? число 5? Щоб показати всі фрукти, що лежали у вазі, треба об'єднувати чи вилучати? Що означає цілий відрізок, який складається з двох частин? Що трапилося зі всіма фруктами? Як це показати на схематичному рисунку? Накресліть такий самий відрізок, як і той, що позначає всі фрукти, що лежали у вазі. Що означає число 4? Яке число є шуканим? Щоб показати, скільки фруктів залишилося, треба об'єднувати чи вилучати? Вилучіть частину відрізка, яка позначає, скільки фруктів взяли діти.

Далі використовуємо шаблони схем аналізу і міркуємо. Яке запитання задачі? Що достатньо знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Достатньо знати два числових значення: I — скільки фруктів було у вазі (невідомо) і II — скільки фруктів взяли діти (відомо — 4).] Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією віднімання.] Чи можемо відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, бо ми не знаємо, скільки фруктів всього було у вазі.] Що достатньо знати, щоб відповісти на це запитання? [Достатньо знати два числових значення: I — скільки було мандаринів (відомо — 7) і II — скільки було апельсинів (відомо — 5).] Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією додавання.] Чи можемо відразу відповісти на це запитання? [Так, бо нам відомі обидва числові значення.] Аналіз закінчено.

Розбийте задачу на прості. Про що ми дізнаємось у простій задачі 1? Розкажіть просту задачу 1. Виділіть її на короткому записі. Покажіть її опорну схему. Про що ми дізнаємось у простій задачі 2? Розкажіть



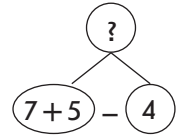
просту задачу 2. Виділіть її на короткому записі. Покажіть її опорну схему.

Складіть план розв'язування задачі. На запитання простої задачі 1 ми відповімо першою дією. Про що ми дізнаємось першою дією? На запитання простої задачі 2 ми відповімо другою дією. Про що ми дізнаємось другою дією?

Учні розглядають подане розв'язання. Встановлюємо, що розв'язання записано двома способами: по діях та виразом. Запис розв'язання по діях безпосередньо слідує із міркувань із аналітичного пошуку розв'язування задачі. Як можна міркувати, щоб скласти вираз? Учитель звертає увагу учнів на схему аналізу. Чому не можна було відразу відповісти на запитання задачі? [Тому що ми не знали, скільки всього фруктів було у вазі.] Як ми про це дізналися? Яким виразом? Тому замість знака питання запишемо вираз: $7 + 5$.

Вираз у кружечку у розв'язанні записано в дужках.

Як можна міркувати інакше при складанні виразу, що є розв'язанням задачі, якщо не звертатися до схеми аналізу? [Можна звернутися до запису розв'язання по діях.] Прочитайте останню дію. Що означає число 12? Чи дано воно в умові задачі? Як ми про нього дізналися? Запишіть замість числа 12 у дужках вираз, за яким ми дізналися про те, скільки всього було фруктів. Чи відомо число 4 за умовою задачі? [Так.] Прочитайте вираз.



Отже, записати розв'язання задачі виразом можна двома способами.

1. За схемою аналізу

Для цього треба:

1) встановити, що достатньо знати, щоб відповісти на запитання задачі; якою арифметичною дією можна відповісти на запитання задачі;

2) встановити, чому не можна відразу відповісти на запитання задачі;

3) замість числа, якого бракує для відповіді на запитання задачі, записати вираз, за яким ми про нього дізнаємось.

2. Скористатися розв'язанням задачі за діями

Для цього треба:

1) прочитати останню дію;

2) з'ясувати, яке число не дано в умові задачі;

3) замість цього числа записати в дужках вираз, за яким про нього дізналися.

ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННОЮ (БУКВЕНІ ВИРАЗИ)

Ознайомлення. Порівнюючи рівності з певної таблиці додавання за сталим другим доданком, учні помічають, що змінюється лише перший доданок, а другий доданок не змінюється. Співставляючи рівності з таблиці віднімання зі сталим від'ємником, доходимо висновку, що змінюється лише зменшуване, а від'ємник залишається сталим.

0	$+ 2 =$	2
1		3
2		4
3		5
4		6
5		7
6		8
7		9
8		10
9		11

2	$- 2 =$	0
3		1
4		2
5		3
6		4
7		5
8		6
9		7
10		8
11		9

Усі ці вирази можна записати в загальному вигляді: $\square + 2$ або $\square - 2$.

Віконцем позначено не якесь певне число, у ньому можна записувати будь-яке число, тобто його значення змінюється. Але кожного разу малювати віконце в зошиті незручно, тому в математиці змінну позначають буквою латинського алфавіту. У 2 класі учні вже знайомі з буквами латинського алфавіту, оскільки вони вивчають англійську мову, але все одно в записі буквених виразів застосовуємо ті букви, які мають аналоги в українському алфавіті.

Таким чином, записуємо дані вирази за допомогою букви (змінної): $a + 2$ або $a - 2$.

Ми записали математичні вирази, але вони дещо незвичайні! Школярі з'ясовують, чим ці вирази відрізняються від тих, з якими вони зустрічалися раніше: ці вирази містять букву, тому вони називаються буквеними виразами. Крім того, оскільки буквою позначено змінну можна говорити, що це вираз зі змінною.

Ці вирази читаються так само, як і числові вирази, з якими учні працювали до цього: сума a та 2; різниця a та 2 або: перший доданок a , другий доданок 2; зменшуване a , від'ємник 2.

Надаючи букві (змінній) певні значення, одержуємо числові рівності з розглянутих таблиць:

Якщо $a = 1$, то $a + 2 = 1 + 2 = 3$.

Якщо $a = 2$, то $a + 2 = 2 + 2 = 4$.

Якщо $a = 3$, то $a + 2 = 3 + 2 = 5$.

Учні мають усвідомити, що змінною позначено не якесь певне число, а взагалі будь-яке число. Змінній можна надавати різноманітні числові значення. Показати це учням слід образно, використовуючи резерви наочно-образного мислення та відповідного виду пам'яті молодших школярів, щоб учні краще зрозуміли це абстрактне поняття та міцно запам'ятали його.

Якщо $a = 2$, то $a - 2 = 2 - 2 = 0$.

Якщо $a = 3$, то $a - 2 = 3 - 2 = 1$.

Якщо $a = 4$, то $a - 2 = 4 - 2 = 2$.

Учні помічають, що значення виразу зі змінною залежить від того числового значення, якого набуває змінна. Один і той самий вираз зі змінною може мати не одне певне значення, а кілька, залежно від того, яких та скількох значень набуває змінна. Таким чином, можна говорити про значення виразу зі змінною лише в тому випадку, коли змінній надано певне значення.

Щоб знайти значення виразу зі змінною, треба замість змінної підставити її числове значення й знайти значення одержаного числового виразу.



ПАМ'ЯТКА

Знаходження значення виразу зі змінною

1. Замість змінної у виразі підставляю її значення.
2. Знаходжу значення числового виразу.
3. Отримане число є значенням виразу зі змінною при даному значенні змінної.

З метою засвоєння поняття про буквений вираз та його значення пропонуємо учням вправи на картках з друкованою основою.

1. Знайдіть значення виразу зі змінною: $7 + v$, якщо $v = 5$, $v = 7$, $v = 9$, $v = 6$.

Якщо $v = 5$, $7 + v = 7 + \square = \square$.

Якщо $v = 7$, $7 + v = 7 + \square = \square$.

Якщо $v = 9$, $7 + v = 7 + \square = \square$.

Якщо $v = 6$, $7 + v = 7 + \square = \square$.

2. Знайдіть значення виразу зі змінною: $c + 5$, якщо $c = 5$, $c = 6$, $c = 8$, $c = 9$.

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

Якщо $c = 5$, $c + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $c = 6$, $c + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $c = 8$, $c + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $c = 9$, $c + 5 = \square + \square = \square$.

Скільки значень одного і того ж виразу ми одержали? Чому?
[Вираз зі змінною не має певного значення, його числове значення залежить від того, якого числового значення набуває змінна.]

3. Знайдіть значення виразів зі змінною, якщо $p = 12$.

Якщо $p = 12$, $p - 7 = \square - \square$.

Якщо $p = 12$, $64 - p = \square - \square = \square$.

4. Дано вираз: $a + v$. Яким може бути перший доданок? Яким може бути другий доданок? Аби знайти значення цієї суми, треба змінним a і v надати значення.

Якщо $a = \square$, $v = \square$ $a + v = \square + \square = \square$.

Якщо $a = \square$, $v = \square$ $a + v = \square + \square = \square$.

Яких значень може набувати змінна a ? [Змінна a може набувати будь-яких значень!]

Яких значень може набувати змінна v ? [Змінна v може набувати будь-яких значень!]

5. Прочитайте вираз: $a - v$. Знайдіть значення даного виразу при вибраних вами значеннях змінних.

Якщо $a = \square$, $v = \square$ $a - v = \square - \square = \square$.

Якщо $a = \square$, $v = \square$ $a - v = \square - \square = \square$.

Яких значень може набувати зменшуване a ? [Будь-яких.]
Яких значень може набувати від'ємник v ? [Від'ємник може набувати будь-яких значень, але не більше за зменшуване a .]

Яких значень може набувати v , якщо $a = 40$?

6. Знайдіть значення виразу зі змінною: $47 - a$, якщо $a = 23$,
 $a = 15$.

Якщо $a = 23$, $47 - a = \square - \square = \square$.

Якщо $a = 15$, $47 - a = \square - \square = \square$.

Вирази зі змінною дають гарний матеріал для розгляду зміни результату дії додавання або віднімання від зміни одного з компонентів. Нагадаємо, що ці запитання ми пропонували учням на матеріалі таблиць додавання та віднімання спочатку в межах 10 (1 клас), а потім у межах 20 (2 клас), але існує можливість ще раз дослідити зміну суми залежно від зміни одного з доданків або зміну різниці залежно від зміни зменшуваного чи від'ємника на прикладі виразів зі змінною.

7. Як називаються числа при додаванні? Як називаються числа при відніманні? Прочитайте вирази зі змінною з назвою компонентів. Знайдіть значення виразів.

Якщо $a = 3$, $a + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $a = 6$, $a + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $b = 10$, $b - 7 = \square - \square = \square$.

Якщо $b = 13$, $b - 7 = \square - \square = \square$.

Порівняйте пари виразів. Чим вони відрізняються? Як змінився перший доданок (зменшуване)? Чи змінився другий доданок (від'ємник)? Порівняйте значення сум (різниць). Як змінилося від цього значення суми (різниці)? На скільки збільшився перший доданок (зменшуване)? На скільки збільшилося значення суми (різниці)? Який висновок можна зробити?



Якщо один доданок збільшиться на кілька одиниць, а інший залишиться сталим, то значення суми так само збільшиться на стільки ж одиниць.

Якщо зменшуване збільшиться на кілька одиниць, а від'ємник залишиться сталим, то й значення різниці так само збільшиться на стільки ж одиниць.

8. Прочитайте вирази зі змінною з назвою компонентів. Знайдіть значення виразів.

Якщо $a = 9$, $a + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $a = 7$, $a + 5 = \square + \square = \square$.

Якщо $b = 16$, $b - 7 = \square - \square = \square$.

Якщо $b = 14$, $b - 7 = \square - \square = \square$.

Порівняйте вирази парами. Чим вони відрізняються? Як змінився перший доданок (зменшуване)? Чи змінився другий доданок (від'ємник)? Порівняйте значення сум (різниць). Як змінилося від цього значення суми (різниці)? На скільки зменшився перший доданок (зменшуване)? На скільки зменшилося значення суми (різниці)? Який висновок можна зробити?



Якщо перший доданок зменшиться на кілька одиниць, а другий доданок залишиться сталим, то й значення суми так само зменшиться на стільки ж одиниць.

Якщо зменшуване зменшиться на кілька одиниць, а від'ємник залишиться сталим, то й значення різниці так само зменшиться на стільки ж одиниць.

9. Знайдіть значення виразів зі змінною.

Якщо $v = 5$, $11 - v = \square - \square = \square$.

Якщо $v = 6$, $11 - v = \square - \square = \square$.

Якщо $v = 8$, $11 - v = \square - \square = \square$.

Якщо $v = 9$, $11 - v = \square - \square = \square$.

Порівняйте вирази парами. Чим вони схожі? Чим відрізняються? Що змінюється? Що не змінюється? Як змінився від'ємник? Як змінилося значення різниці? На скільки збільшився (зменшився) від'ємник? На скільки зменшилася (збільшилася) різниця? Який висновок можна зробити?



Якщо від'ємник збільшиться на кілька одиниць, а зменшуване не зміниться, то значення різниці, навпаки, зменшиться на стільки ж одиниць.

Якщо від'ємник зменшиться на кілька одиниць, а зменшуване не зміниться, то значення різниці, навпаки, збільшиться на стільки ж одиниць.

З метою включення вправ на знаходження значень виразів зі змінною в усну лічбу учні знайомляться з табличною формою завдань на знаходження значень виразів зі змінною.

У процесі виконання завдань на знаходження значень виразів зі змінною формується розуміння змінної як букви у виразі, що може набувати деякої множини значень. В учнів має створитися чітке уявлення про те, що вираз зі змінною (буквою) не має певного значення, воно залежить від того, якого значення набуває змінна.

ПІДГОТОВЧА РОБОТА ДО ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ ПРО РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ ЗІ ЗМІННОЮ

Розглянемо завдання, метою яких є підготовка учнів до ознайомлення з рівняннями та нерівностями зі змінною, які вводяться в 2 класі.

1. Підберіть потрібні числа так, щоб рівності були правильними:

$$\square - 5 = 7$$

$$\square + 5 = 11$$

Можна не підбирати числа, а міркувати на підставі правила знаходження невідомого компонента: читаємо рівність із назвою компонентів та результату дії віднімання; з'ясуємо, який компонент є невідомим — невідоме зменшуване; згадуємо правило знаходження невідомого зменшуваного — щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник — $7 + 5 = 12$.

Розглянемо методику роботи над першим виразом. Від якого числа треба відняти 5, щоб одержати 7? [Відняти 5 — це означає знайти таке число, яке в сумі з від’ємником дає зменшуване: $7 + 5 = 12$.] У квадратик на місті зменшуваного треба поставити число 12.

12	9	8	7	6
	3	4	5	6

12 — це сума чисел 7 та 5,
тому $12 - 5 = 7$

Розглянемо другий вираз:

$$\square + 5 = 11$$

11	6	7	8	9
	5	4	3	2

Сума чисел 6 та 5 становить 11, тому у квадратик можна поставити число 6: $6 + 5 = 11$.

Розглянемо методику роботи над другим виразом. Згадуємо назви чисел при додаванні, читаємо рівність, називаючи компоненти та результат. З’ясуємо, що невідомим є перший доданок, і відтворюємо правило: щоб знайти невідомий доданок, треба від суми 11 відняти відомий доданок 5: $11 - 5 = 6$.

Подібні міркування застосовуються при розв’язуванні завдань типу: «До невідомого числа додали 12 і отримали 40. Знайдіть невідоме число».

$$\square + 12 = 40$$

Аналізуємо рівність. Що записано ліворуч від знака рівності? [Сума.] Який компонент невідомий? [Перший доданок.] Як знайти перший доданок? [Треба від суми відняти другий доданок.] Виконайте дії. Назвіть, чому дорівнює перший доданок. Доведіть це — виконайте перевірку.

$$\square + 12 = 40$$

$$\square = 40 - 12$$

$$\square = 28$$

$$\underline{28 + 12 = 40}$$

$$40 = 40$$

Аналогічно розв’язується завдання: «Задумане число зменшили на 20 і отримали 65. Яке число задумали?»

Що означає вислів «задумане число зменшили на 20»? [Від цього числа відняли 20.]

Складіть рівність з віконцем. Який компонент невідомий? Як знайти невідомий компонент? Знайдіть невідомий компонент.

4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності, нерівності в 2 класі

Виконайте перевірку.

$$\square - 20 = 65$$

$$\square = 65 + 20$$

$$\square = 85$$

$$\hline 85 - 20 = 65$$

$$65 = 65$$

Слід зазначити, що поняття «рівняння» в 2 класі не вводиться, хоча на прикладі таких завдань ми фактично розв'язували рівняння.

2. Підберіть такі числа, щоб записи були правильними.

$$10 + \square < 18$$

$$20 - \square > 15$$

$$2 \cdot \square > 10$$

Це завдання розв'язується методом підбору: у першому випадку можна брати будь-які числа від 0 до 7:

$$10 + \square < 18$$

$$10 + 1 < 18 \quad \text{правильно} \quad 10 + 6 < 18 \quad \text{правильно}$$

$$10 + 2 < 18 \quad \text{правильно} \quad 10 + 7 < 18 \quad \text{правильно}$$

$$10 + 3 < 18 \quad \text{правильно} \quad 10 + 8 < 18 \quad \text{не правильно}$$

$$10 + 4 < 18 \quad \text{правильно} \quad 10 + 9 < 18 \quad \text{не правильно}$$

$$10 + 5 < 18 \quad \text{правильно}$$

У другому випадку можна брати числа від 0 до 4, а в третьому — від 6 до нескінченності:

$$2 \cdot \square > 10$$

$$2 \cdot 1 > 10 \quad \text{не правильно} \quad 2 \cdot 4 > 10 \quad \text{не правильно}$$

$$2 \cdot 2 > 10 \quad \text{не правильно} \quad 2 \cdot 5 > 10 \quad \text{не правильно}$$

$$2 \cdot 3 > 10 \quad \text{не правильно} \quad 2 \cdot 6 > 10 \quad \text{правильно}$$

5.1. ГЕОМЕТРИЧНИЙ МАТЕРІАЛ В 1 КЛАСІ

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

Метою вивчення геометричного матеріалу в 1 класі є:

- формування уявлень про плоскі та об'ємні геометричні фігури;
- вимірювання геометричних величин (довжина відрізка в сантиметрах та дециметрах);
- розвиток образного мислення школярів.

Геометричний матеріал тісно пов'язаний із вивченням величин, а саме, довжини.

Ознайомлення з геометричними фігурами починається ще на початку навчального року в 1 класі. Учні не лише повторюють геометричні фігури, які їм вже добре відомі з дошкілля, а й знайомляться з прямою та кривою лініями, променем та відрізком як частинами прямої лінії, ламаними.

Геометричні фігури: пряма, крива, ламана лінії та відрізок — вивчаються за планом:

- отримання геометричної фігури;
- ілюстрація;
- властивості;
- виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур;
- побудова геометричної фігури.

ТОЧКА

Отримання геометричної фігури. Торкніться олівцем аркуша паперу або крейдою — дошки. Ви отримаєте слід — точку. (Двоє або троє учнів виконують завдання біля дошки, інші — у зошитах.) Яку геометричну фігуру ми отримали? [Точку.] Як ми отримали точку? [Торкнулися олівцем аркуша паперу (крейдою дошки).]

Ілюстрація. Пригадайте, де ми навколо «зустрічаємо» точку. [Точку нагадують літак, що летить високо в небі, птах, корабель на лінії горизонту.]

ПРЯМА ЛІНІЯ

Отримання геометричної фігури. Учитель натирає шпатель крейдою та натягує його на рівні дошки, а потім відбиває пряму лінію.



Ілюстрація. Яку геометричну фігуру ми отримали? [Пряму лінію.] Що вона вам нагадує? [Пряму лінію нагадують лінія горизонту, натягнена скакалка, дорога, залізничні колії, слід від реактивного літака.]

Для ознайомлення з прямими лініями використовуються шкільні зошити. Вже на першому уроці учні дізнаються, що їх зошити «розліновані» — покриті прямими лініями. Кожен учень повинен вміти показати в зошиті пряму лінію; прямі лінії, які не перетинаються; перетин прямих ліній; точку перетину прямих; позначати точку, яка лежить на прямій та поза нею (яка не лежить на прямій). Учні мають дізнатися, що пряма лінія — це не лише слід точки, що рухається (кінця олівця, крейди), але й край предмета (саме ребро лінійки, край кришки стола, класної дошки тощо), а пряму лінію ілюструє натягнена нитка, лінія перетину стелі і стіни та інше. Зазначимо, що вчитель має розуміти, що край столу, дошки, перетин стелі і стіни — це лише частина прямої лінії, обмежена двома точками, у подальшому навчанні ми будемо говорити, що це відрізок.)

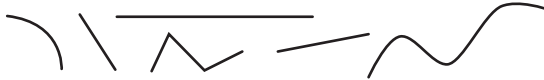
Учні вчаться позначати точки на прямій лінії та поза нею.

Властивості. Чи можна продовжити пряму лінію ліворуч? праворуч? [Пряма лінія не має ані початку, ані кінця. Її можна продовжити в будь-який бік.]

Без кінця і краю лінія пряма!

100 років за нею йду —
кінця шляху не знайду.

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Пропонуємо учням показати серед ліній, які накреслені на дошці, прямі лінії.



Побудова геометричної фігури. Учні разом з учителем пробують накреслити прямі лінії від руки. Очевидно, що в такий спосіб вони не одержать прямої лінії. Безумовно, від руки провести пряму лінію дуже важко, тому для креслення прямих ліній використовується лінійка. Прикладаємо лінійку до аркуша паперу (вчитель прикладає лінійку до дошки) й по верхній межі проводимо олівцем лінію. Що ми отримали? Чи схожа ця лінія на лінію, яку ми малювали від руки? Все ж таки від руки можливо навчитися креслити прямі лінії, але для цього треба багато тренуватися.

При вивченні прямої лінії, окрім спостереження й отримання її зображення за допомогою лінійки, слід також простежити

отримання прямої лінії в результаті перегинання аркуша паперу: потрібно скласти аркуш паперу удвічі, розгладивши лінію перегину, а потім розправити його. Отримана лінія — пряма.

На наступних уроках можна розглянути ще й інші властивості прямої лінії.

Наведемо фрагмент уроку.

Накресліть пряму лінію. Ви вже знаєте, що пряма лінія не має ні початку, ні кінця, її можна продовжити як праворуч, так і ліворуч. Продовжте пряму лінію праворуч (ліворуч).

А тепер уявіть себе вченими-дослідниками. Чим займаються вчені, як ви вважаєте?

Отже, перевтілюємося у вчених-геометрів, але не сучасних, тому що вони вирішують дуже складні проблеми, а перенесемося, долаючи простір і час, у Стародавню Грецію (Елладу). Коли геометрична наука ще тільки народжувалася, біля її джерел стояв великий учений Евклід... Постостерігаймо за його роботою. Він саме намагається дати відповідь на запитання: «Скільки прямих можна провести через одну точку?». Допоможімо йому.

Поставте в зошитах точку. Тепер проведіть пряму через цю точку, використовуючи лінійку. Чи можна провести ще одну пряму через цю ж точку? Спробуйте. Чи можна провести ще одну пряму? а ще? Скільки прямих ви накреслили? У кого вийшло більше прямих? Отже, скільки прямих можна провести через одну точку? [Безліч.]

Скільки прямих можна провести через дві різні точки? Спробуймо дати відповідь на це запитання. Поставте на аркуші дві точки. За допомогою лінійки проведіть пряму, яка проходить через ці дві точки. Чи можна провести ще одну пряму через ці дві точки, яка б відрізнялася від даної? Спробуйте. Отже, скільки прямих можна провести через дві точки? [Тільки одну пряму.]

Таким чином, ми допомогли великому вченому Стародавньої Греції Евкліду відкрити першу аксіому геометрії: через будь-які дві відмінні точки можна провести одну й тільки одну пряму лінію.

Отже, ми побували у Стародавній Греції, допомогли вченим відкрити важливі твердження.



Через одну точку можна провести безліч прямих.

Через дві точки можна провести одну й тільки одну пряму.

Скільки прямих можна провести через три точки? Поміркуйте над цим вдома, але майте на увазі, що дві точки вже є. Прямі лінії можуть перетинатися, а можуть не перетинатися.



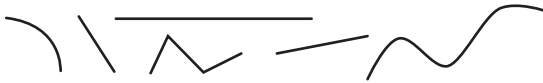
КРИВА ЛІНІЯ

Отримання геометричної фігури. Візьміть нитку (мотузку), натягніть її. Яку фігуру нагадує натягнена мотузка? А тепер послабте мотузку — ви отримали образ кривої лінії.

Ілюстрація. Що вам у навколишньому світі нагадує криві лінії? [Звивиста дорога, райдуга.]

Властивості. Як і пряма лінія, крива лінія не має ні початку, ні кінця.

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Пропонуємо учням серед ліній, які накреслені на дошці, показати криві.



Побудова геометричної фігури. Накресліть криву лінію від руки.

Розглядаючи подані малюнки, учні рахують кількість прямих та кривих ліній, а потім шукають їх в оточуючих предметах.

Якщо кінці нитки зв'язати і покласти на стіл, то ми отримаємо модель замкненої кривої лінії. Таким чином, крива лінія буває незамкненою та замкненою. Пряма лінія — незамкнена лінія.

ПРОМІНЬ

Отримання геометричної фігури. Учитель пропонує учням накреслити пряму лінію і поставити на ній точку. Учні показують частини, на які ця точка розбила пряму лінію. Учитель повідомляє, що точка розбиває пряму лінію на два промені.

Отже, частина прямої лінії, яка обмежена з однієї сторони точкою, називається **променем**.

Точка, яка розбиває пряму лінію на два промені, називається **початком променя**.

Ілюстрація. Учні наводять приклади, де у навколишньому світі вони зустрічаються з променем: реактивний літак, що залишає в небі слід; промінь сонця...

Властивості. Для встановлення властивостей променя вчитель пропонує учням згадати властивості прямої лінії і порівняти пряму лінію з променем. Учні встановлюють, що пряма лінія не має ні початку, ні кінця, а промінь має початок, але не має кінця. Згадуючи, що через дві точки можна провести одну й тільки одну пряму лінію, а промінь — це частина прямої лінії, робимо висновок, що через дві точки можна провести один і тільки один промінь. Аналогічно робимо висновок, що через одну точку можна

провести багато променів. Таким чином, вчимо учнів логічної форми мислення — умовиводу.

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Учителю на дошці креслити геометричні фігури, а учні повинні назвати, під якими номерами містяться промені, або показати їх.

Побудова геометричної фігури. Виходячи з того, що промінь — це частина прямої лінії, а пряму лінію ми креслимо під лінійку, то й промінь так само будемо креслити під лінійку. Згадуємо відмінності прямої лінії та променя: пряма не має початку, а промінь має початок, тому ставимо точку — це початок променя — і від неї проводимо лінію. Згадуємо спільні властивості прямої і променя: не мають кінця, тому цю лінію можна продовжити довільно.

ВІДРІЗОК

Отримання геометричної фігури. Накресліть пряму лінію, позначте на ній дві точки. На скільки частин ми розбили пряму лінію двома точками? Покажіть усі частини. Покажіть частину прямої, що розташовується між двома точками. Частина прямої, межами якої є ці дві точки, називається **відрізком прямої**, або коротко — **відрізком**. Ці точки називаються **кінцями відрізка**. Якщо з'єднаємо дві точки, отримаємо частину прямої лінії — відрізок.

Ілюстрація. Лічильні палички, лінійка, місце, де перетинаються підлога та стіна...

Властивості. Накресліть у зошитах пряму й поряд із нею відрізок. Подивіться уважно й порівняйте відрізок і пряму. Чим вони відрізняються? [Пряма не має ані початку, ані кінця, а відрізок має і початок, і кінець.] Відрізок можна повністю зобразити на папері, а пряму лінію не можна.

З'єднаємо відрізком дві точки. Скільки можна провести відрізків через дві точки? Чому?

Проведемо відрізок через три точки, які лежать на одній прямій. На скільки відрізків розбивається відрізок цими точками? Чи можливо провести відрізок через три точки, які не лежать на одній прямій? Чому?

Візьміть червону та синю смужки паперу — вони зображують відрізки. Порівняйте їх за довжиною. А тепер порівняйте червону та зелену смужки. Порівняйте синій та зелений відрізки. [Учні накладають відрізки та встановлюють, який з них коротший або довший, а також встановлюють рівність відрізків — це відрізки однакової довжини.]

Потім необхідно навчити учнів порівнювати відрізки.

Порівняти відрізки за довжиною можна трьома способами:

- 1) «на око»;
- 2) накладанням;
- 3) вимірюванням.

Далі знайомимо учнів з одиницею вимірювання довжини 1 см і приладом для вимірювання довжини відрізків — лінійкою. Для того, щоб виміряти довжину відрізка, необхідно прикласти лінійку так, щоб початок відрізка співпадав з цифрою 0 на шкалі лінійки.

Після ознайомлення із сантиметром, дециметром, метром учні виконують завдання на вимірювання й креслення відрізків заданої довжини, поступово впевнюючись у тому, що рівні відрізки містять однакове число обраних одиниць вимірювання довжини, а нерівні — різне, й таким чином судять про рівність та нерівність відрізків на підставі порівняння їх довжин; розв'язують задачі з відрізками (на збільшення або зменшення на декілька одиниць, на різницеве порівняння, на знаходження суми і різниці).

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Пропонуємо учням показати відрізки на оточуючих предметах; показати відрізки на кресленнях.

Побудова геометричної фігури. Поставте в зошиті дві точки — це кінці відрізка, а тепер з'єднайте ці точки за допомогою лінійки. Ми отримали відрізок.

ЛАМАНА ЛІНІЯ

Отримання геометричної фігури. Якщо кілька відрізків з'єднати так, щоб кінець попереднього збігався із початком наступного, то отримаємо ламану лінію. Учитель бере шматок дроту і «ламає» його — згинає під кутом. Одержуємо ламану лінію...

Ілюстрація. Ламану лінію нам нагадує складний метр (можна продемонструвати його), край паркану (показуємо малюнок), край пилки...

Властивості. Якщо початок та кінець ламаної не співпадають, то ламана не замкнена, а якщо співпадають, то замкнена. Межа многокутника — це замкнена ламана.

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Пропонуємо учням знайти на кресленнях замкнені й незамкнені ламані.

Одночасно з формуванням образів точки та лінії починається робота над вивченням многокутників. Більшість учнів знайомі з такими фігурами, як прямокутник, квадрат та круг, ще до школи. Це доцільно використовувати при повідомленні первісних

відомостей про многокутник. Пропонуємо учням порівняти вирізані із картону круг та многокутник. Учні помічають, що в цих фігур різна форма: многокутник відрізняється від круга, який кутів не має, тим, що має багато (кілька) кутів.

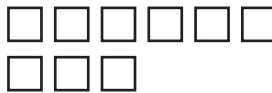
При вивченні многокутників важливо навчити учнів грамотно показувати їх елементи. Вершина — це точка, тому учень повинен точно вказувати на кожну вершину, спрямовуючи указку у відповідну точку. Сторони — це відрізки, тому учень повинен показувати сторони, проводячи від однієї вершини до іншої.

Потрібно підтримувати в учнів намагання креслити найрізноманітніші за формою многокутники. Корисні завдання такого типу різного ступеня складності.

1. Складіть 2 рівні квадрати з 7 лічильних паличок.
2. Знайдіть на малюнку трикутники, чотирикутники, п'ятикутники. Скільки всього многокутників на малюнку?



3. Скільки на малюнку квадратів? Обведіть у зошиті стільки клітинок, скільки не вистачає квадратів у 2 ряді, щоб в обох рядах квадратів стало порівну.



4. Накресліть три відрізки один під одним так, щоб верхній був довший за середній, а нижчий коротший від середнього. Який відрізок найкоротший? найдовший?

Яку геометричну фігуру можна отримати із замкненої ламаної лінії, що містить три відрізки? Яку геометричну фігуру можна скласти з трьох паличок?

Побудова геометричної фігури. Якщо розглянути елементи ламаної, то це відрізки, які розташовані особливим чином: кінець попереднього збігається із початком наступного.

Формування уявлення про многокутники пов'язується з вивченням чисел: при вивченні числа 3 учні знайомляться з трикутником та його елементами; чотирикутник та його елементи розглядається після вивчення числа 4; обстеження п'ятикутника та ознайомлення з його елементами здійснюється після вивчення числа 5; при вивченні числа 6 повторюються характерні особливості шестикутника...

ТРИКУТНИК

Пропонуємо учням зображення багатокутників:



Як загалом називаються фігури, що зображені на малюнку? [Многокутники.] Скільки кутів у кожній фігурі? [У першій фігурі — 3 кути, у другій — 4 кути, у третій — 6 кутів, у четвертій — 3 кути, у п'ятій — 8 кутів.] Які фігури можна виділити із сукупності всіх многокутників та за якою спільною властивістю? [Перший та четвертий многокутники мають однакову кількість кутів — по 3 кути, тому їх можна за цією властивістю виділити в окрему сукупність.] Як назвати ці фігури одним словом? [Ці фігури мають по три кути, тому їх називають трикутниками.]

Звертаємо увагу на те, що при виконанні креслення трикутника (на папері в клітинку) потрібно поставити три точки, які називають вершинами трикутника, а потім ці вершини з'єднати попарно відрізками — їх також буде три, вони називаються сторонами трикутника.

Виділяємо ознаки трикутника:

- 1) три вершини;
- 2) три кути;
- 3) три сторони.

Учні вчаться показувати елементи трикутників, називаючи їх.

Аналогічно здійснюється формування в молодших школярів уявлення про чотирикутник, п'ятикутник, шестикутник тощо.

Ще рано просити першокласників креслити таку ж фігуру, як на дошці, по клітинках у зошиті, тому що в них ще не достатньо сформована навичка креслення відрізків. Проте слід пропонувати учням будувати многокутники за допомогою паличок та кульок пластиліну, конструювати геометричні фігури з окремих частин.

5.2. ГЕОМЕТРИЧНИЙ МАТЕРІАЛ У 2 КЛАСІ

Очікувані результати навчання здобувачів освіти див. на сайті interactive.ranok.com.ua.

Метою вивчення геометричного матеріалу в 2 класі є:

- формування геометричних, у тому числі, просторових, уявлень;
- формування навичок побудови геометричних фігур;



- вимірювання геометричних величин (у 1 класі учні познайомились із довжиною відрізка, у 2 класі вводиться сума довжин сторін многокутника: периметр трикутника, прямокутника);
- розвиток мислення;
- забезпечення зв'язку геометричного матеріалу з іншим змістом початкового курсу математики.

У 1 класі учні познайомилися з геометричними фігурами: точкою, прямою та кривою лініями, променем, відрізком, ламаючою лінією, багатокутниками (трикутником, чотирикутником, п'ятикутником, шестикутником). У 2 класі продовжується робота над цими геометричними фігурами.

У 2 класі геометричний матеріал вивчається протягом усього навчального року. Доцільно на кожному уроці пропонувати учням невеличкі завдання геометричного змісту: моделювання, креслення, вимірювання, спостереження і порівняння геометричних фігур, ділення фігур на частини і складання нових фігур із кількох частин тощо.

Геометричний матеріал тісно пов'язаний з вивченням величин: довжини, периметра.

Що стосується відрізка, то при вивченні нумерації чисел у межах 100 у 1 класі учні познайомилися з одиницею вимірювання довжини — дециметром і метром. У 2 класі учні виконують завдання на вимірюванні й креслення відрізків заданої довжини, поступово впевнюючись у тому, що рівні відрізки містять однакове число обраних одиниць довжини (сантиметрів чи дециметрів), а нерівні — різне, і таким чином судять про рівність та нерівність відрізків на підставі порівняння їх довжин; розв'язують задачі з відрізками (на збільшення або зменшення на декілька одиниць, на різницеve порівняння, на знаходження суми і різниці).

При вивченні геометричного матеріалу в 2 класі увага вчителя, як і раніше, спрямована на вдосконалення уявлень про фігури, що вивчаються, та їх елементи; навичок креслення цих фігур на папері в клітинку; умінь знаходити знайомі геометричні фігури, які є частинами інших геометричних фігур.

Очевидна також необхідність введення буквенної символіки, яку застосовують для позначення точок — букви, які вимовляються та пишуться однаково як рідною, так і латинською мовами. **Позначити точку** — означає назвати її якоюсь літерою, або дати їй ім'я. Кінцями відрізка є точки. Назвавши їх, ми називаємо відрізок. A і B — точки, кінці відрізка, тому відрізок називається AB ; AB — відрізок. Для закріплення цих свідчень можна запропонувати завдання такого типу.

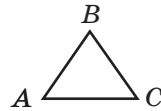
1. Накресліть відрізок AK . Поставте на ньому точку M . Скільки різних відрізків вийшло?



2. Накресліть відрізки ME та EA . Точка E — спільна.



3. Розгляньте трикутник ABC . Він має три вершини: A, B, C . Три сторони: AB, BC, AC ; три кути: $\angle A, \angle B, \angle C$.

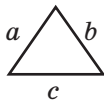


Повідомляємо учням, що в геометрії часто сторони багатокутників позначають однією маленькою літерою.

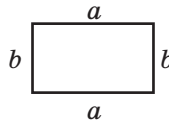
У 2 класі вводиться поняття про периметр фігури.

Периметром багатокутника називається сума довжин всіх його сторін.

Виходячи з цього, учні «відкривають» формулу периметра трикутника, периметра прямокутника:



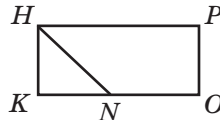
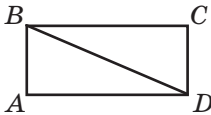
$$P_{\Delta} = a + b + c$$



$$P_{\square} = a \cdot 2 + b \cdot 2$$

Далі пропонуємо задачі на обчислення периметра трикутника та прямокутника, довільного багатокутника.

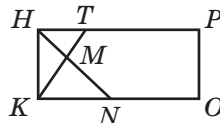
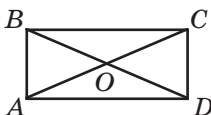
Багато уваги в 2 класі приділено діленню фігури на частини. Наприклад, дано прямокутники, вони поділені одним чи двома відрізками на кілька частин. Треба назвати отримані фігури.



Коментар. Перший прямокутник поділено на два трикутники: ABD, BCD . Другий прямокутник поділено одним відрізком на трикутник KHN та чотирикутник $HPON$.

Пропонуємо вправи на порівняння геометричних фігур.

4. Чим схожі і чим відрізняються багатокутники? Скільки трикутників містить кожний багатокутник?



Коментар. Ці фігури схожі тим, що обидва багатокутники — прямокутники. Відрізняються тим, що перший прямокутник розбито лише на трикутники ($\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle COD$, $\triangle DOA$, $\triangle BDA$, $\triangle BCD$, $\triangle ABC$, $\triangle CDA$), а другий прямокутник розбито на трикутники ($\triangle KHM$, $\triangle KMN$, $\triangle HMT$, $\triangle HKN$, $\triangle KHT$), п'ятикутник $MTPON$ та два чотирикутники: $NHPO$, $KTPO$.

Перший прямокутник містить 8 трикутників, а другий — 5.

У 2 класі школярі знайомляться з такими геометричними фігурами: кут, прямий кут, прямокутник, квадрат, коло, круг. Розглянемо докладно методику ознайомлення другокласників з даними геометричними фігурами.

КУТ. ПРЯМИЙ КУТ

Отримання геометричної фігури. У процесі роботи з багатокутниками учні отримують перші відомості про кути (кут утворюють дві сторони багатокутника, які виходять з однієї вершини) й вчать показувати кути багатокутника. З цією метою виконуються вправи: паперовий багатокутник розривається на частини так, щоб кожна з них містила по 1 вершині та по 2 сторони (частини сторін), які виходять з цієї вершини; звертаємо увагу учнів на те, що вершина багатокутника є й вершиною відповідного кута. Спочатку знайомимо учнів із паперовими моделями кутів. Учні повинні виготовити їх, розірвавши паперовий багатокутник.

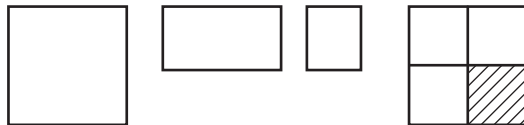
Ілюстрація. Кут столу, дошки та інше.

Властивості. Величина кута залежить не від довжини його сторін, а від їх взаємного розташування.

Виділення геометричної фігури, що вивчається, із множини інших фігур. Показуємо кути багатокутників.

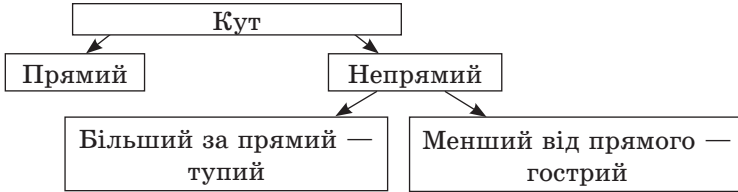
Побудова геометричної фігури. Ставимо точку — вершину кута — й креслимо два промені, які мають спільний початок. Цю точку називають вершиною кута, а промені — це сторони кута.

Після цього показуємо отримання прямого кута перегинанням аркуша паперу довільної форми.



Учні беруть аркуш паперу й складають його удвічі, лінія згину розгладжується, аркуш розгортається; учні впевнюються, що лінія згину — пряма. Ще раз по лінії згину перегинаємо аркуш — отримаємо модель прямого кута. Розгортаємо аркуш

і показуємо учням, що дві лінії, що перетинаються, ділять аркуш на 4 частини — на 4 кути. Вершина цих кутів — 1 точка. Усі ці кути рівні (порівнюємо кути, які отримано різними учнями). Ці кути називаються прямими. Кути можуть бути прямими — рівними тому куту, що учні отримали, і непрямыми. Непрямі кути можуть бути більшими або меншими за прямий кут.



Після цього порівнюємо непрямі та прямі кути з моделлю прямого кута. При накладанні звертаємо увагу, щоб вершини і одна зі сторін обох кутів збігалися.

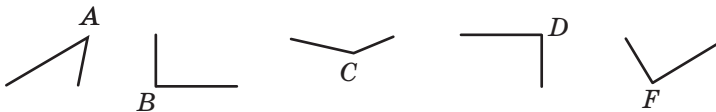
У подальшому для встановлення виду кута використовують прямий кут косинця: якщо кути збігаються (тобто збігаються їх сторони і вершини), тоді цей кут є прямим, якщо ні — непрямым.

Учням можна повідомити, що кути, які більші за прямий — тупі, а менші від прямого — гострі.

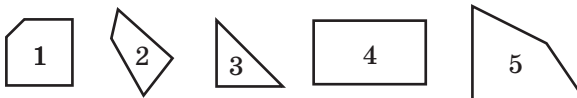


Для закріплення уявлень про прямий кут пропонуємо завдання.

1. Серед даних кутів знайдіть прямі кути.



2. Знайдіть прямі кути у даних багатокутниках.



3. Накресліть прямий кут у зошиті по клітинках.

4. Накресліть трикутник (чотирикутник), який має прямий кут.

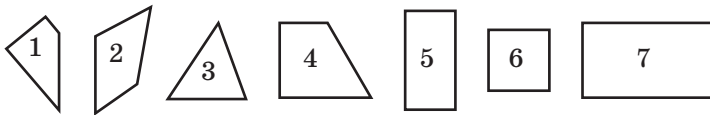
Доцільно поряд з паперовими моделями кута використовувати модель «розсувного кута» — малку. Її можна виготовити із двох паличок, що скріплені цвяхом. За допомогою такої моделі учні наочно впевнюються, що величина кута залежить не від довжини його сторін, а від взаємного розташування сторін відносно одне одного.

Поняття кута закріплюється при вивченні прямокутника. Поняття «прямокутник» та «квадрат» розглядаються за планом:

- 1) вилучення зайвих фігур із набору геометричних фігур (залишаємо фігури, що вивчаються);
- 2) введення означення фігури;
- 3) ілюстрація;
- 4) властивості;
- 5) розв’язання задач на побудову.

ПРЯМОКУТНИК

Вилучення зайвих фігур із набору геометричних фігур. Пропонуємо учням набір геометричних фігур і засобом вилучення зайвих фігур залишаємо фігури, що вивчаються.



Уважно розгляньте фігури. Яку фігуру можна вилучити? Чому? Як одним словом можна назвати решту фігур? [Чотирикутники.] За допомогою косинця знайдіть чотирикутник, у якого немає прямого кута. [2.] Вилучіть його. Знайдіть чотирикутник, у якого є тільки один прямий кут. [1.] Вилучіть його. Що можна сказати про решту чотирикутників? [У цих чотирикутників більше ніж один прямий кут.] Знайдіть чотирикутник, у якого тільки два прямі кути. [4.] Вилучіть його. Що можна сказати про решту чотирикутників? [У цих чотирикутників більше ніж два прямі кути.] Що можна сказати про решту чотирикутників (5, 6, 7)? Скільки в них прямих кутів? [У них всі кути прямі] Як би ви їх назвали, виходячи з того, що в них усі кути прямі? Такі фігури називаються прямокутниками.

Введення означення фігури. Родове поняття — чотирикутник, видове поняття — прямі кути.

Означення: чотирикутник, у якого всі кути прямі, називається **прямокутником**.

Ілюстрація. Знайдіть навколо себе предмети прямокутної форми. Покажіть прямокутники серед геометричних фігур. Виріжте з паперу в клітинку прямокутник.

Властивості. Пропонуємо учням набір геометричних фігур. Візьміть у руки прямокутник. Порівняйте за довжиною його протилежні сторони — ті, що лежать одна напроти одної. Використуйте прийом накладання. Що цікаве ви помітили? [У прямокутника протилежні сторони попарно рівні.]

Перевіримо це твердження таким чином: виміряйте та запишіть довжину кожної сторони синього прямокутника (у кожного учня різні сині прямокутники).

Назвіть отримані результати вимірювання (учитель записує їх на дошці). Уважно подивіться на результати вимірювання. Який висновок можна зробити? [У прямокутника протилежні сторони рівні.]

Візьміть червоний прямокутник (червоні прямокутники — різні квадрати). Виміряйте довжину його сторін і назвіть отримані результати (учитель записує їх на дошці).

Що цікаве ви помітили? [Є такі прямокутники, у яких не тільки по дві протилежні сторони рівні, а ще й такі, у яких всі сторони рівні, але взагалі про них теж можна сказати, що в них протилежні сторони рівні.]

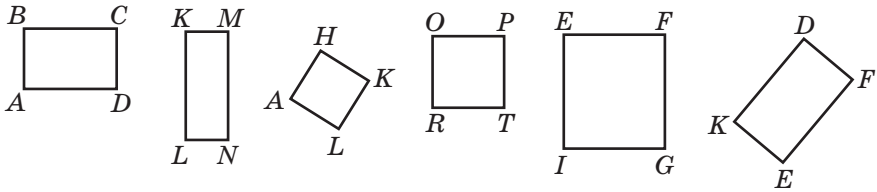
Розв'язання задач на побудову. Пропонуємо учням побудувати прямокутник $ABCD$ зі сторонами 4 см і 6 см.

- 1) Зробіть ескіз від руки, вкажіть рівні сторони.
- 2) Побудуйте прямий кут A .
- 3) Відкладіть на сторонах кута A відрізок завдовжки 4 см і поставте точку B ; відрізок завдовжки 6 см і поставте точку D .
- 4) Побудуйте прямий кут B .
- 5) На іншій стороні кута відкладіть відрізок, рівний стороні AD .
- 6) Побудуйте прямий кут D .
- 7) На іншій стороні кута відкладіть відрізок, рівний стороні AB .
- 8) У точці перетину сторін поставте точку C .
- 9) Перевірте, чи є кут C прямим.

Що можна сказати про побудовану фігуру? Як називаються такі фігури?

КВАДРАТ

Вилучення зайвих фігур із набору геометричних фігур. Пропонуємо учням набір геометричних фігур й засобом вилучення зайвих фігур залишаємо фігури, що вивчаються.



Які фігури зображено на малюнку? [Прямокутники.] Виміряйте сторони прямокутників. Чи треба виконувати чотири вимірювання? Чому? Що цікаве ви помітили? [Серед прямокутників є й такі, у яких всі сторони рівні між собою.] Як би ви назвали такі прямокутники? Такі прямокутники називаються квадратами.

Введення означення фігури

Означення: прямокутник, у якого всі сторони рівні, називається **квадратом**.

Тобто квадрат — це прямокутник, але не звичайний, а такий, що має усі рівні сторони. (Родове поняття прямокутник, а видове — усі сторони рівні.)

Ілюстрація. Знаходимо квадрати в навколишньому середовищі.

Властивості. Усі сторони і всі кути рівні.

Покажіть прямокутники, які не можна назвати квадратами.

Про кожний квадрат можна сказати, що він прямокутник. Чи можна, навпаки, про кожний прямокутник сказати, що він квадрат?

Розв'язання задач на побудову. Пропонуємо учням домалювати прямокутник так, щоб отримати квадрат.

КОЛО. КРУГ

Вилучення зайвих фігур із набору геометричних фігур. Пропонуємо учням набір геометричних фігур, серед яких засобом вилучення зайвих фігур залишаємо фігури, що вивчаються, — круги (учитель показує модель круга).

Ілюстрація. Багато предметів мають форму круга. Назвіть такі предмети.

Одержання фігури. Як можна зобразити круг на папері? [Обвести тарілку тощо.] Але це незручно, адже круги потрібні різні. Для цього користуються інструментом — циркулем.

Візьміть циркуль. Поставте першу ніжку (з гострим кінцем) на аркуш паперу — це буде центр кола, а другою ніжкою циркуля опишемо круг. Ми отримали коло. Лінія, яку креслить циркуль,

називається колом. Коло є межею круга. З чого можна зробити модель кола? [З ниток, дроту.] З чого можна зробити модель круга? [Вирізати з паперу тощо.]

Властивості. Коли ми креслимо коло циркулем, то його голка повинна весь час знаходитися в одній точці — центрі кола. Тепер поставимо на колі дві будь-які точки й з'єднаємо їх по чергово з центром кола. Виміряйте довжину отриманих відрізків. Назвіть результати вимірювання. (Учитель записує їх на дошці.) Уважно розгляньте отримані результати вимірювання. Що цікаве ви помітили? [У кожному випадку вимірювання відрізки є рівними.] Який можна зробити висновок? [Якщо ми з'єднаємо центр кола з будь-якими точками на колі, то ми отримаємо рівні відрізки.] Відрізки, що з'єднують центр кола з будь-якою точкою кола, називаються радіусами кола.

Радіус — це відрізок, який з'єднує центр кола з будь-якою точкою кола.

Центр кола позначається буквою O , а радіус — OA .

Розв'язання задач на побудову

1. Накресліть кілька кіл зі спільним центром. Де в навколишньому середовищі ви зустрічали кілька кіл зі спільним центром? [Круги на воді після падіння каменя.]
2. Побудуйте коло, проведіть у ньому радіус. Скільки радіусів можна провести?
3. Накресліть коло з радіусом 2 см.

Робота над завданням:

- 1) Малюємо ескіз від руки й намітимо шляхи розв'язування.
- 2) Будуємо за допомогою циркуля та лінійки:
 - креслимо відрізок завдовжки 2 см;
 - встановлюємо ніжки циркуля на кінці цього відрізка;
 - проводимо коло, позначаємо центр кола.
- 3) Доведення: проводимо радіус отриманого кола, вимірюємо його. Отримали 2 см. Отже, ми побудували коло з потрібним нам радіусом.
- 4) Дослідження: якби ми не задали довжину радіуса — 2 см, а просто попросили накреслити коло, скільки було б розв'язків? [Багато.]

Ми побудували коло з радіусом 2 см. Тепер розмалюйте круг з цим же радіусом. Позначте точки, що лежать у крузі та поза ним, на колі.

**6.1. ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ВИМІРЮВАННЯ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ
1 КЛАСУ**

Детально з очікуваними результатами та змістом вивчення величин та їх вимірювання можна ознайомитись на сайті interactive.ranok.com.ua.



Поняття величини — найважливіше поняття математики. Кожна величина — це деяка узагальнена властивість реальних об'єктів навколишнього світу. Величини вивчаються в тісному зв'язку з вивченням нумерації і арифметичних дій: навчання вимірювання пов'язується з навчанням лічби; нові одиниці вимірювання вводяться після введення відповідних лічильних одиниць; арифметичні дії виконуються як над числами, так і над величинами. Під час вивчення величин діти повинні чітко розуміти різницю між поняттями «число» і «величина» та зв'язки між ними: число виникає як результат вимірювання величин.

Вивчаючи величини, діти повинні отримати конкретні уявлення про довжину, об'єм та масу, час; навчитися подавати результати вимірювання довжини й часу в різноманітних одиницях, користуватися вимірювальними приладами та вимірювати «на око».

У 1 класі вивчаються такі величини: довжина, місткість, маса. Також формуються часові уявлення в практичній діяльності: виконання режиму дня, ведення календаря природи, запис дати в зошиті; діти знайомляться з назвами днів тижня і їх послідовністю (відривний календар), із проміжками часу — урок і перерва; у зв'язку з практичною необхідністю учні навчаються визначати час за циферблатом годинника в межах годин.

ДОВЖИНА

Перші уявлення про довжину як про властивість предметів у дітей формуються ще до школи. До початку шкільного навчання діти безпомилково визначають лінійну протяжність (довжину, ширину, висоту предметів, відстань між ними); вони правильно встановлюють відношення: довший — коротший, ширший — вузький, далі — ближче тощо, якщо відмінності в цьому плані яскраво виражені, а за іншими властивостями предмети схожі (мають однакову форму, виготовлені з одного матеріалу тощо). Важливим кроком у формуванні зазначеного поняття є ознайомлення з відрізком як «носієм» лінійної протяжності, який, по суті, не має

інших властивостей. Порівнюючи відрізки «на око» та накладанням, учні визначають рівні та нерівні відрізки.

На наступному етапі відбувається ознайомлення дітей із першою одиницею вимірювання довжини — сантиметром. Треба зазначити, що довжина — це перша величина, яку учні будуть вимірювати, тому треба підвести їх до необхідності саме вимірювання довжин відрізків. Розглянемо це питання докладно.

Оскільки учні порівнювали довжини відрізків «на око» та способом накладання на початку навчального року, учитель повинен поставити дітей у такі умови, коли для порівняння довжин не можна застосувати ці два способи, і діти винаходять спосіб порівняння, пов'язаний із застосуванням певної мірки. У такий спосіб вводиться мірка 1 сантиметр.

У методичній літературі наводиться приклад із порівнянням довжин двох мостів (детальніше — див. на сайті interactive.ranok.com.ua).



Діти отримують моделі сантиметра, роздивляються їх, тримають у руках. Процес вимірювання полягає у визначенні числа сантиметрів, що містяться в даному відрізку. Тому, вимірюючи довжину відрізка, ми укладатимемо на ньому моделі сантиметра і підраховуватимемо число сантиметрів, яке міститься в ньому.

Спочатку діти вимірюють довжини відрізків способом укладання моделей сантиметра та їх підрахунку, а потім застосовується спосіб «крокування» однією міркою по всьому відрізку й підрахунку, скільки разів уклалася дана мірка на довжині відрізка. Тільки після опанування цього способу вимірювання можна приступати до вимірювання способом прикладання лінійки або рулетки до відрізка.

Доцільно спочатку користуватися лінійками, що виготовлені зі смужок паперу в клітинку, на яких нанесено тільки сантиметрові поділки, але цифр немає. Користуючись такими лінійками, учні вимірюють відрізки, креслять відрізки на нерозлінованому папері, показують відрізки заданої довжини на самій лінійці. При цьому весь час діти підраховують сантиметри («крокуючи» по них олівцем). Чим більше вправ виконають учні, користуючись саморобною лінійкою, тим успішніше вони оволодіють вмінням вимірювати довжину за допомогою звичайної лінійки. Головне в цей період — навчити правильно користуватися масштабною лінійкою (початок відрізка повинен співпадати з нульовою поділкою на лінійці, а не з початком лінійки).

Для формування вимірювальних навичок застосовується система різноманітних вправ: вимірювання довжин відрізків;

креслення відрізків заданої довжини; порівняння довжин відрізків; збільшення чи зменшення довжини відрізків на кілька сантиметрів.

Під час такої роботи у дітей формується поняття довжини відрізка як числа сантиметрів, що укладаються в даному відрізку при співпаданні кінців відрізка з поділками на шкалі лінійки.

При вивченні нумерації чисел у центрі «Сотня» відбувається ознайомлення школярів із новою одиницею вимірювання довжини — 1 дециметр. Учителю треба підвести учнів до необхідності введення нової одиниці вимірювання довжини. Наприклад, учитель пропонує учням виміряти довжину парти. Робити це, застосовуючи одиницю вимірювання 1 см, дуже незручно. Тому вчитель нагадує дітям, що за еталон можна приймати довжину будь-якого відрізка. Можливо, у цьому випадку доцільно взяти за еталон інший відрізок, довжина якого більша ніж 1 см. Далі вчитель проводить аналогію з нумерацією чисел другого десятка: зв'язавши 10 окремих лічильних паличок у пучок, ми отримали нову лічильну одиницю — 1 десяток; аналогічно можна 10 окремих сантиметрів замінити новою одиницею вимірювання довжини — 1 дм.

Діти виконують це практично — викладають у ряд моделі сантиметра.

$$10 \text{ см} = 1 \text{ дм}$$



А потім беруть риску (довжина якої 1 дм), прикладають до них і таким чином отримують нову мірку — одиницю вимірювання довжини 1 дм.

За допомогою моделей дециметра (способом укладання або «крокування») учні вимірюють довжину парти, набірного полотна тощо. Під час вимірювання довжин предметів вони стикаються з проблемою: іноді довжину не можна виміряти, лише користуючись моделями дециметра, для цього ще потрібно використати моделі сантиметра, а отриманий результат подається в дециметрах і в сантиметрах — це складене іменоване число.

Надалі учням пропонується виміряти відрізок завдовжки 11 см. Це завдання вони виконують із застосуванням моделі дециметра та моделі сантиметра й отримують складене іменоване число — 1 дм 1 см. Якщо діти ще не вміють записувати числа другого десятка, то не слід пропонувати їм вимірювати довжину цього відрізка ще й у сантиметрах.

Потім учні навчаються показувати на лінійці 1 дм, 1 дм 1 см, 1 дм 2 см. Учням пропонується перевести просте іменоване число у складене, наприклад: 14 см = 1 дм 4 см.

Хід міркувань при цьому має бути таким: число 14 містить 1 десяток та 4 окремі одиниці; у 14 см міститься 10 см та ще 4 см, 10 см становлять 1 дм, тому в 14 см міститься 1 дм і 4 см. Дециметрів буде стільки, скільки десятків у числі, а сантиметрів стільки, скільки в числі одиниць.

Аналогічним способом відбувається ознайомлення учнів із одиницею довжини 1 метр.

ПОДАННЯ, ПОРІВНЯННЯ, ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ІМЕНОВАНИХ ЧИСЕЛ

Ознайомлення дітей із поданням дециметрів у сантиметрах

Нову одиницю вимірювання довжини введено за аналогією з одиницями лічби: як 10 окремих одиниць замінили десятком, так само і 10 окремих сантиметрів замінили дециметром.

Пропонуємо учням уважно розглянути запис у верхньому рядку; у нижньому рядку; з'ясувати, що в них спільне? [Однакові числа, однак у верхньому рядку треба число десятків замінити одиницями, а в нижньому — число дециметрів замінити сантиметрами.]

$$1 \text{ д.} = 10 \text{ од.}$$

$$3 \text{ д.} = \square \text{ од.}$$

$$7 \text{ д.} = \square \text{ од.}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$3 \text{ дм} = \square \text{ см}$$

$$7 \text{ дм} = \square \text{ см}$$

Коментар: 3 десятки — це 30 одиниць, у 3 дм буде стільки сантиметрів, скільки одиниць у 3 десятках, — 30 см.



Сантиметрів буде стільки, скільки одиниць у даному числі десятків.

Ознайомлення учнів із поданням чисел, виражених у сантиметрах, у дециметрах

Пропонуємо учням поміркувати, чи допоможуть записи у верхньому рядку замінити дрібні одиниці вимірювання довжини крупними. [У кожному стовпчику записані однакові числа. Але у верхньому рядку треба число одиниць замінити десятками, а в нижньому — число сантиметрів подати в дециметрах.]

$$60 \text{ од.} = 6 \text{ д.}$$

$$30 \text{ од.} = \square \text{ д.}$$

$$90 \text{ од.} = \square \text{ д.}$$

$$60 \text{ см} = 6 \text{ дм}$$

$$30 \text{ см} = \square \text{ см}$$

$$90 \text{ см} = \square \text{ дм}$$

Коментар: 30 одиниць — це 3 десятки; у 30 сантиметрах дециметрів буде стільки, скільки десятків у числі 30, — 3 дециметри.



Дециметрів буде стільки, скільки десятків у даному числі.

Ознайомлення учнів із порівнянням іменованих чисел, виражених в одиницях довжини

Порівняйте іменовані числа.

$5 \text{ см} \bigcirc 5 \text{ дм}$

$4 \text{ дм} \bigcirc 50 \text{ см}$

$20 \text{ см} \bigcirc 6 \text{ дм}$

$40 \text{ см} \bigcirc 4 \text{ дм}$

$8 \text{ дм} \bigcirc 80 \text{ см}$

$7 \text{ см} \bigcirc 7 \text{ дм}$

Коментар. Треба порівняти 5 см і 5 дм — іменовані числа подані в різних одиницях вимірювання; потрібно подати їх в однакових одиницях вимірювання — у сантиметрах (оскільки 5 см не можна подати в дециметрах). 5 дм = 50 см; 5 см менше ніж 50 см, тому 5 см менше ніж 5 дм. Можна міркувати інакше: зліва і справа записані однакові числа, але поряд із ними різні найменування; сантиметр — це менша одиниця вимірювання довжини, ніж дециметр, тому 5 см менше від 5 дм.



Щоб порівняти іменовані числа, треба:

1. привести їх до однакових найменувань;
2. порівняти числа.

Треба порівняти 40 см і 4 дм. Іменовані числа подані в різних одиницях вимірювання, треба їх замінити однаковими одиницями вимірювання — або сантиметрами, або дециметрами. 40 см = 4 дм; 4 дм = 4 дм, тому 40 см = 4 дм. Або 4 дм = 40 см; 40 см = 40 см, тому 40 см = 4 дм.

Ознайомлення учнів із додаванням і відніманням іменованих чисел, виражених в одиницях вимірювання довжини

Виконайте додавання і віднімання іменованих чисел.

$8 \text{ дм} - 30 \text{ см}$

$5 \text{ дм} + 4 \text{ дм}$

$20 \text{ см} + 4 \text{ дм}$

$70 \text{ см} - 5 \text{ дм}$

$6 \text{ дм} + 30 \text{ см}$

$9 \text{ дм} - 3 \text{ дм}$

Коментар. Треба від 8 дм відняти 30 см. Щоб відняти іменовані числа, треба їх подати в однакових одиницях вимірювання — або в сантиметрах, або в дециметрах. 8 дм — це 80 см; 80 см – 30 см = 50 см. Або: 30 см — це 3 дм; 8 дм – 3 дм = 5 дм.



Щоб додати або відняти іменовані числа, треба:

1. привести їх до однакових найменувань;
2. виконати арифметичну дію над числами.

Порівняння математичного виразу і числа

Виконайте порівняння.

$49 \text{ см} - 8 \text{ см} \bigcirc 34 \text{ см}$

$3 \text{ дм} 6 \text{ см} + 3 \text{ см} \bigcirc 4 \text{ дм}$

Коментар. Щоб знайти значення виразу, до запису якого входять іменовані числа, треба щоб іменовані числа були в одних

і тих самих одиницях вимірювання; у цьому випадку подано числа в сантиметрах, тому подавати в інших одиницях жодне число не потрібно: $49 \text{ см} - 8 \text{ см} = 41 \text{ см}$; щоб порівняти іменовані числа, вони так само повинні бути подані в одних одиницях вимірювання; у цьому випадку всі числа подані в сантиметрах: 41 см більше за 34 см , тому $49 \text{ см} - 8 \text{ см} > 34 \text{ см}$.

Подаємо в сантиметрах $3 \text{ дм } 6 \text{ см} = 36 \text{ см}$; додаємо числа сантиметрів: $36 \text{ см} + 3 \text{ см} = 39 \text{ см}$; подаємо в сантиметрах $4 \text{ дм} = 40 \text{ см}$; порівнюємо числа сантиметрів: 39 см менше ніж 40 см ; робимо висновок: $3 \text{ дм } 6 \text{ см} + 3 \text{ см} < 4 \text{ дм}$.

Ознайомлення дітей із поданням числа метрів у дециметрах

Нову одиницю вимірювання довжини (метр) введено за аналогією з одиницями лічби.

Уважно розгляньте запис у верхньому рядку; у нижньому рядку.

Що в них спільне?

$$1 \text{ д.} = 10 \text{ од.}$$

$$3 \text{ д.} = \square \text{ од.}$$

$$7 \text{ д.} = \square \text{ од.}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$3 \text{ м} = \square \text{ дм}$$

$$7 \text{ м} = \square \text{ дм}$$

Коментар. У 1 десятку — 10 одиниць, а в 1 метрі — 10 дециметрів. У 3 десятках — 30 одиниць; у 3 м буде стільки дециметрів, скільки одиниць у 3 десятках, — 30 дм.



Дециметрів буде стільки, скільки одиниць у даному числі десятків.

Ознайомлення дітей із поданням числа дециметрів у метрах

Чи допоможе запис у верхньому рядку замінити дрібні одиниці вимірювання довжини крупними?

$$60 \text{ од.} = 6 \text{ д.}$$

$$30 \text{ од.} = \square \text{ д.}$$

$$90 \text{ од.} = \square \text{ д.}$$

$$60 \text{ дм} = 6 \text{ м}$$

$$30 \text{ дм} = \square \text{ м}$$

$$90 \text{ дм} = \square \text{ м}$$

Коментар. 60 — це 6 десятків; у 60 дм буде стільки метрів, скільки десятків у числі 60, — 6 десятків, тому буде 6 м.

$30 = 3$ десятки; у 30 дм буде стільки метрів, скільки десятків у числі 30, тому буде 3 м.



Метрів буде стільки, скільки десятків у даному числі.

Закріплення вміння порівнювати іменовані числа

Порівняйте іменовані числа.

$$3 \text{ дм} \bigcirc 3 \text{ м}$$

$$5 \text{ м} \bigcirc 60 \text{ дм}$$

$$40 \text{ дм} \bigcirc 7 \text{ м}$$

$$70 \text{ дм} \bigcirc 7 \text{ м}$$

$$9 \text{ м} \bigcirc 90 \text{ дм}$$

$$7 \text{ дм} \bigcirc 7 \text{ м}$$

Коментар. 3 дм і 3 м — числа в різних одиницях вимірювання, тому подамо 3 м так: $3 \text{ м} = 30 \text{ дм}$; $3 \text{ дм} < 30 \text{ дм}$; $3 \text{ дм} < 3 \text{ м}$. Можна

міркувати інакше: порівнюють однакові числа дециметрів і метрів; метр — це більш крупна одиниця вимірювання, тому $3 \text{ дм} < 3 \text{ м}$.

70 дм і 7 м — числа в різних одиницях вимірювання, їх слід привести до однієї одиниці вимірювання: $70 \text{ дм} = 7 \text{ м}$; $7 \text{ м} = 70 \text{ дм}$.

Формування вміння додавати або віднімати іменовані числа
Виконайте додавання і віднімання іменованих чисел.

$$\begin{array}{lll} 9 \text{ м} - 60 \text{ дм} & 5 \text{ м} + 4 \text{ м} & 30 \text{ дм} + 4 \text{ м} \\ 80 \text{ дм} - 5 \text{ м} & 5 \text{ м} + 30 \text{ дм} & 9 \text{ м} - 6 \text{ м} \end{array}$$

Коментар. $9 \text{ м} - 60 \text{ см}$ — іменовані числа, подані в різних найменуваннях, приведемо їх до одного найменування: $9 \text{ м} = 90 \text{ дм}$; $90 \text{ дм} - 60 \text{ дм} = 30 \text{ дм} = 3 \text{ м}$. Або: $60 \text{ см} = 6 \text{ м}$; $9 \text{ м} - 6 \text{ м} = 3 \text{ м}$.

Формування вміння замінювати складене іменоване число простим, і навпаки

1. Розгляньте, як замінили двоцифрове число дециметрів складеним іменованим числом. Який висновок можна зробити?

$$41 \text{ дм} = 4 \text{ м } 1 \text{ дм} \quad 53 \text{ дм} = 5 \text{ м } 3 \text{ дм} \quad 64 \text{ дм} = 6 \text{ м } 4 \text{ дм}$$



При поданні числа дециметрів у метрах і дециметрах метрів буде стільки, скільки десятків у числі дециметрів; окремих дециметрів буде стільки, скільки одиниць у цьому числі.

2. Користуючись правилом, подайте в метрах і дециметрах іменовані величини.

$$36 \text{ дм} = \square \text{ м } \square \text{ дм} \quad 18 \text{ дм} = \square \text{ м } \square \text{ дм} \quad 13 \text{ дм} = \square \text{ м } \square \text{ дм}$$

Якщо вам важко, то спробуйте міркувати за зразком:

$$18 \text{ дм} = 10 \text{ дм} + 8 \text{ дм} = 1 \text{ м } 8 \text{ дм}.$$

Коментар. У числі 36 — 3 десятки й 6 одиниць, тому $36 \text{ дм} = 3 \text{ м } 6 \text{ дм}$.

Або: $36 = 30 + 6$, тому $36 \text{ дм} = 30 \text{ дм} + 6 \text{ дм} = 3 \text{ м } 6 \text{ дм}$.

3. Скільки дециметрів в 1 метрі? [$10 \text{ дм} = 1 \text{ м}$.] Розгляньте розв'язання і подумайте, як можна міркувати при поданні складеного іменованого числа як простого.

$$1 \text{ м } 6 \text{ дм} = 16 \text{ дм} \quad 4 \text{ м } 7 \text{ дм} = 47 \text{ дм} \quad 8 \text{ м } 2 \text{ дм} = 82 \text{ дм}$$



При поданні складеного іменованого числа, що представлене в метрах і дециметрах, у вигляді простого іменованого числа — у дециметрах — міркуємо так:

- десятків у числі дециметрів буде стільки, скільки метрів у складеному іменованому числі;
- одиниць буде стільки, скільки дециметрів у складеному іменованому числі.

4. Користуючись правилом, замініть складене іменоване число простим.

$$1 \text{ м } 6 \text{ дм} = \square \text{ дм} \quad 6 \text{ м } 4 \text{ дм} = \square \text{ дм} \quad 3 \text{ м } 5 \text{ дм} = \square \text{ дм}$$

Якщо вам важко, то спробуйте міркувати за зразком:

$$1 \text{ м } 2 \text{ дм} = 10 \text{ дм} + 2 \text{ дм} = 12 \text{ дм.}$$

Коментар: 1 м 6 дм — десятків у числі дециметрів буде стільки, скільки метрів, тому буде 1 десяток; а одиниць стільки, скільки дециметрів; маємо 1 десяток і 6 одиниць — 16 дм. Або: 1 м 6 дм, 1 м — це 10 дм, тому маємо 10 дм + 6 дм = 16 дм.

Продовження формування вміння порівнювати іменовані числа

Порівняйте іменовані числа.

$$4 \text{ дм } 2 \text{ см} \bigcirc 40 \text{ см}$$

$$9 \text{ м } 7 \text{ дм} \bigcirc 9 \text{ м } 5 \text{ дм}$$

Коментар: щоб порівняти іменовані числа, їх потрібно подати в однакових найменуваннях:

4 дм 2 см = 42 см; порівнюємо: 42 см > 40 см, тому 4 дм 2 см > 40 см.

9 м 7 дм і 9 м 5 дм. Можна подати складене іменоване число у вигляді простого: 9 м 7 дм = 97 дм, 9 м 5 дм = 95 дм; порівнюємо 97 дм > 95 дм, тому 9 м 7 дм > 9 м 5 дм. Можна і не подавати складене іменоване число у вигляді простого, достатньо порівняти спочатку числа метрів — вони однакові, а потім перейти до порівняння чисел дециметрів — 7 дм > 5 дм, тому 9 м 7 дм > 9 м 5 дм.

МІСТКІСТЬ

Надалі відбувається ознайомлення учнів з іншою величиною — місткістю, або об'ємом. Одиницею місткості є 1 літр (записують 1 л).

Місткість сипких та рідких речовин прийнято називати об'ємом.

Учитель з'ясовує, чи відомо учням, якими мірами вимірюють молоко, керосин, бензин, олію та взагалі рідини. Дітям пропонується порівняти місткість різноманітних посудин. Спочатку порівняння здійснюється «на око» (для порівняння пропонуються посудини, які яскраво розрізняються за своєю місткістю). Потім учням пропонується порівняти об'єми посудин, про які «на око» сказати неможливо, яка з них має більшу (меншу) місткість. Учитель нагадує дітям, як подібну проблему вирішили під час порівняння довжин відрізків, коли не можна було встановити, який із них довший (коротший) ані «на око», ані накладанням: обирали одиницю вимірювання, підраховували, скільки разів вона

містилася в довжині кожного відрізка, і порівнювали отримані іменовані числа. Під час порівняння посудин за місткістю хід міркувань може бути такий самий: треба обрати одиницю вимірювання місткості, наприклад банку, що містить 1 літр; банкою налити воду в кожну посудину і підрахувати число літрів, що міститься в кожній посудині; порівняти отримані іменовані числа і зробити висновок.

Отже, одиницею місткості є 1 літр. Учитель демонструє учням літрову кружку, літрову склянку, літрову банку, ківш тощо. Переливаючи воду з літрової банки в кружку і з кружки в склянку, а потім у кожну з посудин, учні переконуються в тому, що в усіх цих посудинах міститься однакова кількість води — 1 літр.

Далі учні серед інших посудин навчаються відшукувати ті, місткість яких дорівнює 1 літру. Також необхідно познайомити їх із посудинами, що мають об'єм понад 1 літр (чайник, каністра, відро, бідон тощо). Потім учні навчаються вимірювати об'єм посудин та відміряти задану кількість літрів. Важливо навчити дітей визначати об'єм посудин «на око». Вони повинні знати об'єми стандартних посудин: банок об'ємом 1 л, 2 л, 3 л, 5 л; відер місткістю 8 л, 10 л, 12 л.

Одиниця вимірювання місткості 1 літр застосовується також при розв'язуванні сюжетних задач.

МАСА

Третьою величиною, з якою знайомляться учні, є маса. Перші уявлення про те, що предмети мають масу, діти отримують у повсякденній практиці ще в дошкільний період. Взявши предмети в руки, діти відчують, який предмет важчий, а який легший. Однак чуттєвий досвід дошкільників є недостатнім, тому порівнювати масу двох предметів «на руку» діти можуть, тільки якщо предмети різко відрізняються масами один від одного.

Перша одиниця вимірювання маси — кілограм. Учителю потрібно підвести дітей до необхідності вимірювати масу предметів; це здійснюється аналогічно тому, як їх підводили до необхідності вимірювати довжину та місткість. Часто визначити «на руку», який предмет легший (важчий), не можна, тому слід вчинити так само, як і в тих випадках, коли «на око» не можна порівняти довжини двох відрізків або місткості двох посудин; для цього потрібно здійснити процес вимірювання довжини або місткості. Так само треба зробити і при порівнянні мас предметів.

У чому полягає процес вимірювання? Треба обрати одиницю вимірювання — еталон, підрахувати, скільки разів він міститься

у величині кожного предмета, а потім порівняти отримані іменовані числа і зробити висновок. За одиницю вимірювання маси прийнято 1 кілограм (записують 1 кг). Очевидно, що «на руку» вимірювати маси предметів, навіть із застосуванням еталонів (гир в 1 кг) не можна. Для вимірювання маси використовується спеціальний прилад — терези. Терези можуть бути різні (учитель демонструє різні конструкції терезів — шалькові, електронні тощо); на уроці використовуються шалькові терези.

Учитель приносить на урок кілька предметів масою 1 кг. Кожний із цих предметів має масу 1 кг — таку саму, як і кілограмова гиря. Учитель ілюструє це за допомогою терезів.

Для того щоб сформулювати конкретні уявлення про кілограм, доцільно дати учням потримати предмети з масою 1 кг і порівняти їх із предметами, які важчі за 1 кг. Далі за допомогою терезів учитель демонструє, що решта предметів має масу більшу або меншу за кілограм.

Учні знайомляться з гирями вагою 1 кг, 2 кг, 5 кг. Учитель показує, як користуватися терезами, і учні приступають до зважування кількох відібраних предметів, маса яких дорівнює цілому числу кілограмів. Процес зважування полягає в тому, що:

- 1) на терези кладуть предмет;
- 2) підбирають гирі так, щоб обидві шальки терезів перебували в рівновазі;
- 3) роблять висновок про масу даного предмета.

Учні виконують вправи з відважування: відважують 1 кг, 2 кг, 3 кг солі, круп тощо. Процес відважування полягає в тому, що:

- 1) на одну шальку терезів ставлять гирі, маса яких відповідає зазначеному числу кілограмів;
- 2) на іншу шальку терезів насипають стільки круп (солі тощо), щоб терези прийшли в рівновагу;
- 3) роблять висновок про те, скільки круп (солі тощо) відважили.

У подальшому для розвитку вміння оцінювати масу «на око» і «на руку» учням пропонується перед зважуванням спробувати прикинути, більшою чи меншою за 1 кілограм є маса певного вантажу, а потім перевірити своє припущення зважуванням.

Доцільним для розвитку вміння зважувати предмети є включення до матеріалів уроків задач, які відтворюють процес зважування, наприклад: «На одній шальці терезів стоїть ящик із яблуками, а на іншій — дві гирі по 5 кг. Терези перебувають у рівновазі. Яка маса ящика з яблуками?».

ЧАС

Програмою для 1 класу передбачено вивчення таких одиниць вимірювання часу: доба, тиждень; вимірювання часу за годинником у межах годин. Учитель повинен правильно формувати уявлення учнів про одиниці вимірювання часу як про конкретні проміжки часу.

У зв'язку з практичною необхідністю спочатку формується поняття про тиждень — через запам'ятовування й називання днів тижня. Діти засвоюють назви днів тижня: понеділок, вівторок, середа, четвер, п'ятниця, субота, неділя. Для формування конкретних уявлень слід повідомити учням, що від понеділка до наступного понеділка мине рівно тиждень; пропонуємо дітям розповісти, що вони робили в суботу на минулому тижні і що планують робити в суботу на цьому тижні. Таким чином, у дітей формується уявлення про тиждень як про проміжок часу, який містить 7 діб.

У 1 класі поняття «доба» вводиться як проміжок часу, який складається із ранку, дня, вечора та ночі. Формуючи в дітей уявлення про добу, учитель спирається на близькі їм спостереження: від початку занять сьогодні до початку занять завтра мине одна доба. Доба — це ранок, день, вечір, ніч.

Важливо уточнити уявлення, які пов'язані з поняттями «вчора», «позавчора», «завтра», «сьогодні», «післязавтра». Для цього пропонуємо розповісти учням, що вони робили вчора, сьогодні, що збираються робити завтра, який сьогодні день тижня, яке число, яке число буде завтра, яке було вчора, тощо.

Доба містить 24 години. Підрахунок доби починається опівночі.

Час вимірюють за допомогою годинника. Цей прилад показує, котра година доби триває зараз. На циферблаті годинника 12 поділок: 1, 2, ..., 12. У годинника дві стрілки: довга і коротка. Якщо довга стрілка стоїть на 12-й поділці, то коротка стрілка показує, котра зараз година.

Коли визначаєте час за годинником, потрібно називати частину доби. Наприклад: 10-та година ранку, 10-та година вечора; 4-та година дня, 2-га година ночі тощо.

Коротка (годинна) стрілка проходить циферблат годинника два рази за добу. На годиннику 12 поділок, тому доба містить $12 + 12 = 24$ години. Тож, визначаючи час за годинником, можна не називати частину доби, але слід пам'ятати: якщо триває ніч або ранок, то просто називаємо число, яке показано на годиннику;

якщо триває друга половина доби — день, вечір, ніч, то годинна стрілка проходить по циферблату годинника вже другий раз, тому треба до числа, яке показує годинник, додати ще 12. Таким чином, 5-та година ранку читається як 5-та година; 5-та година вчора — як 17-та година; 3-тя година ночі — як 3-тя година; 3-тя година дня — як 15-та година тощо.

Доцільно пропонувати дітям достатню кількість завдань на визначення часу за годинником. Це можуть бути малюнки або наочний посібник — годинник.

ГРОШІ

У 1 класі під час вивчення нумерації чисел першого десятка діти знайомляться із монетою 10 копійок. При вивченні нумерації і арифметичних дій у концентрі «Сотня» вводяться монети 25 та 50 копійок і, нарешті, діти встановлюють, що 1 гривня — це 100 копійок.

Учні повідомляється, що предмети, які купують, є товарами. Товари коштують грошей, це їхня вартість. Пропонуються вправи на обчислення вартості покупки, величини здачі, на порівняння вартостей товарів, на визначення того, якими монетами можна заплатити за покупку або якими монетами можна дати здачу, тощо.

6.2. ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ВИМІРЮВАННЯ В КУРСІ МАТЕМАТИКИ 2 КЛАСУ

Детально з очікуваними результатами та змістом навчання величин і їх вимірювання можна ознайомитись на сайті interactive.ranok.com.ua.



У результаті виконання практичних вправ та розв'язування задач учні знайомляться з основною властивістю величин:

- якщо відрізок складається з двох відрізків, то його довжина дорівнює сумі довжин відрізків, які його складають;
- якщо тіло складається з кількох частин, то його маса дорівнює сумі мас цих частин за умови, що кожного разу вимірювання виконувалося однією й тією самою одиницею вимірювання.

З прикладами завдань можна ознайомитися на сайті interactive.ranok.com.ua.



У 2 класі учні продовжують вивчати величини — довжину, масу, місткість, але нові одиниці їх

вимірювання не вводяться; учні виконують завдання, аналогічні тим, що пропонувалися в 1 класі, й розв'язують задачі з іменованими числами, поданими в одиницях вимірювання довжини, маси і місткості.

ЧАС

Деякий приріст компетентності передбачено при вивченні одиниць вимірювання часу. За програмою у 2 класі вивчаються такі одиниці вимірювання часу, як доба, тиждень, місяць, рік. Завдання вчителя під час вивчення одиниць вимірювання часу — правильно формувати уявлення учнів про одиниці вимірювання часу як про конкретні проміжки часу.

Слід повідомити учням, що одиниці часу пов'язані з обертанням небесних тіл: Земля обертається навколо Сонця, навколо Землі обертається Місяць, Земля обертається навколо своєї осі.

Доба — це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо своєї осі. (Доцільно продемонструвати це на глобусі.) Можна повідомити учням, що доба ділиться на 24 рівні частини — години. Доба містить 24 години. Підрахунок доби починається опівночі.

Формуючи уявлення про добу, потрібно спиратися на близькі дітям спостереження: від початку занять сьогодні до початку занять завтра мине одна доба. Доба — це ранок, день, вечір, ніч. Важливо уточнити уявлення, які пов'язані з поняттями «вчора», «позавчора», «завтра», «сьогодні», «післязавтра». Для цього пропонуємо учням розповісти, що вони робили вчора, сьогодні, що збираються робити завтра, який сьогодні день тижня, яке число, яке число буде завтра, яке було вчора, тощо.

Тиждень — це проміжок часу, якій містить 7 днів. Діти за своєю назви днів тижня: понеділок, вівторок, середа, четвер, п'ятниця, субота, неділя. Приблизно чотири тижні складають один місяць.

Місяць — це проміжок часу, протягом якого Місяць робить повний оберт навколо Землі та навколо своєї осі. Період руху Місяця навколо своєї осі та період руху Місяця навколо Землі співпадають, тому ми бачимо Місяць весь час з одного боку. Місяць містить трошки менше за 30 днів, тому в місяці від 28 до 31 доби.

Рік — це проміжок часу, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця (доцільно продемонструвати це на астрономічному приладі — телурії). Рік містить 365 днів та 6 годин. Тому люди домовилися вважати, що три роки містять по 365 днів

кожний, а четвертий — 366 днів, його називають високосним. Останній високосний рік був у 2016 році, а наступний буде у 2020 році.

За час, протягом якого Земля робить повний оберт навколо Сонця, Місяць робить 12 повних обертів навколо Землі. Тому рік поділяють на 12 проміжків — місяців. Рік містить 12 місяців.

Уточнення уявлень про рік, місяць, тиждень відбувається на основі практичних вправ, які вимагають застосування табель-календаря. Діти під керівництвом учителя складають табель-календар на той чи інший місяць.

Розглядаючи календар, діти краще уявляють, наскільки багато днів у році, скільки в році місяців, у якій послідовності вони йдуть один за одним, скільки днів у місяці.

Працюючи з табель-календарем, учитель має звернути увагу учнів на число днів у кожному місяці, учні виписують і запам'ятовують місяці, у яких 30 днів (таких місяців чотири: квітень, червень, вересень, листопад).

Крім того, формуючи уявлення про рік, потрібно спиратися на близькі дітям спостереження: від святкування дня народження до наступного святкування мине один рік, від святкування Нового року до наступного святкування теж мине рік тощо.

Під час вивчення одиниць часу корисно пропонувати учням задачі, які містять іменовані числа, подані в одиницях вимірювання часу. Наприклад: «Дідусю Максиму — 71 рік, бабусі Вірі — 68 років, батькові — 41 рік, матері — 35 років, а мені 7 років. Хто найстарший у сім'ї, а хто наймолодший?».

З прикладами завдань можна ознайомитися на сайті interactive.ranok.com.ua.



З особливостями вивчення і розв'язування «цікавих» задач та задач із логічним навантаженням в курсі математики 1–2 класів можна ознайомитися на сайті interactive.ranok.com.ua.



Оновлене нормативне забезпечення початкової освіти спрямовує на формування в учнів досвіду математичної діяльності, що можливе за умов зміщення акцентів на уроці від безпосереднього відтворення знань у бік формування навчальної діяльності.

Ключові компетентності й предметна математична компетентність формуються у процесі діяльності, коли учень опановує її мотиваційну, змістову, операційно-діяльнісну й рефлексивну частини. Докладніше — на сайті interactive.ranok.com.ua.



Оскільки реалізація компетентнісного підходу, згідно з дослідженням О. Я. Савченко, має особистісно-діяльнісне вираження [29], то побудова процесу навчання на уроках математики, зорієнтованого на формування в молодших школярів ключових і предметних компетентностей, має ґрунтуватися, зокрема, на теорії діяльності.

Основною формою навчання математики є урок. Кожен урок проектується відповідно до мети, а його зміст підпорядковується низці завдань, які забезпечують досягнення мети. Виходячи із мети навчання математики, окресленої стандартом, визначається загальна мета кожного розділу, яка конкретизується для окремої серії уроків. Залежно від навчального змісту розділу й програмових вимог до його засвоєння серія уроків може реалізовувати мету, пов'язану, наприклад, із формуванням поняття числа, обчислювальних навичок, поняття задачі, вміння розв'язувати задачі тощо.

7.1. МЕТА, ЗАВДАННЯ УРОКУ. СТРУКТУРА СУЧАСНОГО УРОКУ МАТЕМАТИКИ

Кількісний аналіз характеристик результатів навчання, поданих у програмі з математики, показав, що за всіма змістовими лініями у всіх класах переважають діяльнісні результати. Це свідчить не лише про особливу функцію навчання предмета, пов'язану переважно із формуванням способів дій (умінь і навичок), а й зумовлює необхідність застосування діяльнісного підходу до побудови уроків математики. Домінування діяльнісного складника навчання дозволить сформуувати в учнів досвід навчальної діяльності як основи компетентності.

Л. М. Фрідманом доведено, що формування математичних умінь і навичок — тривалий процес, який не можна здійснювати

стисло, протягом короткого часу [27]. Згідно з теорією поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна, дія, перш ніж стати розумовою, має бути засвоєна в матеріальній або матеріалізованій формі, у формі голосного мовлення, мовлення про себе. На перших етапах дія виконується як повністю розгорнена, лише на етапі мовлення про себе скорочується; учень поступово набуває автоматизму у її виконанні. Тому процес формування вмінь і навичок триває упродовж серії уроків, підпорядкованих одній меті [30].

Загальна мета конкретизується у дидактичній задачі уроку, де зазначається, що саме буде зроблено задля її досягнення. Так, наприклад, можемо актуалізувати навчальний зміст, потрібний для виконання нової дії; ознайомлювати з новим способом дії і здійснювати його первинне закріплення; формувати нову дію за коментуванням усіх кроків виконання за розгорненою або за скороченою схемою розв'язування; удосконалювати набуті вміння тощо.

Зміст навчання математики створює сприятливі можливості для розвитку в молодшого школяра пізнавальних процесів. На уроці учням доцільно запропонувати систему навчальних задач, які спрямовують учня на виконання операцій аналізу, синтезу, порівняння, узагальнення, конкретизації; спонукають до формулювання висновків, визначення зміни в умові та її впливу на розв'язання, з'ясування закономірності та її застосування для складання подібних завдань тощо. Отже, на основі змісту навчання для конкретного уроку визначається розвивальна задача. Наприклад, якщо учням буде запропоновано зіставити випадки додавання без переходу та з переходом через розряд, то вони виконуватимуть дії аналізу й порівняння. Проте здебільшого розвивальна задача стосується розвитку логічного мислення учнів шляхом формування прийомів розумових дій, коли пропонуються завдання, пов'язані з активною розумовою діяльністю: визначити закономірність; продовжити складання виразів, користуючись визначеною закономірністю; відновити пропущені знаки арифметичних дій у записі рівності; зробити припущення щодо ймовірного результату обчислення тощо.

Одним із завдань навчання математики в початковій школі є розвиток мовлення, що базується на знанні й застосуванні в активному словнику математичної термінології. Отже, розвивальна задача уроку має включати ще й спеціальну роботу зі збагачення словникового запасу учнів, застосування термінологічної лексики під час коментування виконуваних завдань.

Процес навчання математики володіє також значним виховним потенціалом, який виявляється у формуванні особистісних

моральних і естетичних якостей (зосередженості, наполегливості, працьовитості, самостійності).

Отже, під час проектування уроку слід визначити:

- 1) мету, що реалізується протягом серії уроків;
- 2) дидактичну задачу, яка реалізує частину загальної мети на даному уроці;
- 3) розвивальну задачу на основі системи навчальних задач (завдань) уроку;
- 4) виховну задачу.

Наведемо кілька прикладів визначення мети, дидактичної та розвивальної задач уроку. Зауважимо, що виховну задачу уроку вчитель формулює відповідно до потреб учнів класу, педагогічної ситуації, обраних форм роботи тощо.

Тема уроку. Число і цифра 7

Мета: формувати в учнів поняття числа як кількісної характеристики класу скінченних еквівалентних множин, поняття про сутність арифметичних дій додавання і віднімання.

Дидактична задача: формувати в учнів поняття про число 7; учити співвідносити число предметів і цифру 7; навчити писати цифру 7; ознайомити зі способом утворення числа 7 та з місцем числа в натуральному ряді; формувати поняття про сутність арифметичних дій додавання і віднімання; вчити складати рівності на додавання на основі складу чисел 2–6; вчити виконувати додавання та віднімання за числовим променем.

Розвивальна задача: розвивати в учнів логічне мислення шляхом формування прийому аналізу.

Тема уроку. Порівняння чисел у межах 7

Мета: формувати в учнів поняття числа як кількісної характеристики класу скінченних еквівалентних множин, поняття про сутність арифметичних дій додавання і віднімання.

Дидактична задача: формувати поняття про число 7, про спосіб порівняння чисел на основі їх розташування на числовому промені; про сутність арифметичних дій додавання і віднімання; вміння користуватися знаками додавання та віднімання, термінами «вираз», «значення виразу»; учити складати рівності на додавання на основі складу чисел 2–6; формувати вміння додавати і віднімати число 1 на основі порядку чисел у натуральному ряді; учити виконувати додавання та віднімання за числовим променем.

Розвивальна задача: розвивати в учнів логічне мислення шляхом формування прийомів аналізу та синтезу.

Зміст і мета уроку визначають його тип. За основною дидактичною метою у педагогіці виділяють уроки засвоєння нового матеріалу; закріплення й застосування знань, умінь і навичок; повторення й узагальнення знань і вмінь; перевірки та контролю результатів навчання [12]. Так, на початку навчального року й під час переходу до вивчення певної змістової лінії програмою передбачено узагальнення й систематизація навчального досвіду, сформованого на попередньому етапі навчання, тому уроки повторення й узагальнення знань і вмінь обов'язкові на початку та в кінці навчального року; вони можуть бути й у середині вивчення теми, коли є необхідність продовжити в часі формування вміння або підсумувати вивчене. Проте слід зважати на те, що нова навчальна програма передбачає не механічне повторення, а просування учнів на вищій щабель засвоєння компетентності. Якщо в 1 класі учні лише ознайомлюються з додаванням і відніманням двоцифрових чисел без переходу через розряд, то в 2 класі під час узагальнення й систематизації вивченого матеріалу на початку року — мають набувати обчислювальної навички.

Зазначені типи уроків у «чистому» вигляді в початковій школі реалізуються рідко. Як зазначалося вище, процес формування математичних умінь досить тривалий, тож, навіть познайомивши учнів із новими елементами знань, продовжуємо формувати (розвивати, вдосконалювати) уміння. Тому ми найчастіше проєктуюмо комбіновані уроки. Переважання таких уроків у початковій школі обумовлюється ще й необхідністю неперервного повторення, пов'язаного з особливістю психічних процесів учнів молодшого шкільного віку.

Структура комбінованого уроку відображає етапи навчально-го пізнання й відповідає структурі навчальної діяльності, а саме:

- I етап — мотивація навчально-пізнавальної діяльності учнів;
- II етап — актуалізація опорних знань і способів дії;
- III етап — формування нових знань і способів дії;
- IV етап — закріплення, формування вмінь і навичок;
- V етап — рефлексія навчально-пізнавальної діяльності.

На етапі **мотивації навчально-пізнавальної діяльності учнів** учитель організовує нетривалі бесіди щодо важливості й значущості роботи на даному уроці для кожного учня; зазначає, що діти мають бути уважними й сумлінно працювати, щоб набути певного вміння або навички виконання дії, як ця дія знадобиться у майбутньому навчанні та в повсякденному житті. На етапі мотивації доноситься мета і завдання уроку. Важливо, щоб учні сприйняли їх як особисті, — за таких умов вони будуть психологічно

готовими до сприймання нового. Тут стануть у нагоді, зокрема, цікаві історичні й математичні довідки, факти — так школярі можуть відчутти, що вони засвоюють культуру, накопичену людством за часи його існування.

Наведемо приклад такої бесіди до першого уроку з теми «Число і цифра 7».

Число 7 люди вшановували з давніх-давен. Із чим ви пов'яжете це число? Що вам відомо про нього? Християни всього світу вважають число 7 священним: 7 тижнів Великого посту; 7 таїнств, 7 ангелів... У мусульман вищу радість називають «сьомим небом». За міфами Стародавньої Греції, в Атланта, який підпирав плечима небосхил, було 7 доньок-плеяд, яких Зевс перетворив на сузір'я. Одиссей 7 років був у полоні німфи Каліпсо. У казках також часто зустрічається число 7: 7 мандрівок Синдбада; Білосніжка мешкала в семи гномів за сімома горами; вовк і семеро козенят; семеро з одного стручка... Сьогодні ми вивчатимемо число і цифру 7. Нам потрібно дізнатися, де це число знаходиться в числовому ряді, навчитися писати цифру 7, розкрити секрети складу цього числа. Спробуємо відповідати на запитання, чим корисне для нас буде знання про число 7.

Наступний етап уроку — **актуалізація опорних знань і способів дії**. На цьому етапі важливо не лише «занурити» дитину в предмет вивчення, тобто «у світ чисел і математичних понять», а взагалі зосередити її увагу, зокрема шляхом виконання зорових або геометричних диктантів. Ці завдання також актуалізують уявлення геометричного характеру, які в початковому курсі математики не розглядаються окремим блоком, отже, бажано їх повсякчас включати в канву уроків. Наведемо приклад такого завдання.

Після налаштування вчителем учнів на роботу потрібно підготувати підґрунтя для виконання нової дії: повторити ті знання та способи дії, які лежать в основі виконання нової дії або мають із нею щось спільне. Звичайно, виконання будь-якої нової математичної дії неможливе без виконання обчислень, тому на етапі актуалізації доцільно організувати усну лічбу. Вона може бути проведена у формі гри з використанням засобів наочності. Наприклад: «Виконайте завдання замість казкового героя: кожне число першого рядка зменште на 2; другого рядка — зменште на 1. Складіть подібні завдання для однокласників».

Процес навчання потребує комунікації, а математика як наука має власний термінологічний апарат, який широко застосовується вчителем під час пояснення нового матеріалу й має бути зрозумілий учнями. Отже, на етапі актуалізації організовується

нетривале за часом усне опитування з використанням відповідної теми уроку термінології або проводиться математичний диктант. Наведемо приклад запитань для усного опитування, яке передую вивченню теми «Взаємозв'язок додавання і віднімання» (1 клас).

Як називають числа, які додають? Як називають результат дії додавання?

Яку арифметичну дію слід виконати, щоб одержати не менше число — більше або рівне? У якому випадку при додаванні одержуємо більше число? те саме число?

Яку арифметичну дію слід виконати, щоб одержати не більше число — менше або рівне? У якому випадку при відніманні одержуємо менше число? те саме число?

Чи може сума дорівнювати одному з доданків?

Чи впливає порядок доданків на значення суми? Пригадайте, як формулюється переставний закон додавання.

Починаючи з 2 класу, на цьому ж етапі можна перевіряти домашнє завдання. Перевірка може поєднуватися, наприклад, із додатковими вимогами щодо дій із числами, одержаними у відповідях. Ідеться про творче застосування попереднього досвіду, наприклад, учням можна запропонувати назвати відповіді в порядку зростання; усно скласти обернену задачу; перевірити правильність результату дії тощо. На цьому ж етапі уроку учні можуть одержати індивідуальні завдання, які перевірять усім класом. У такий спосіб урок набуває багаторівневої організації, що передбачає одночасне виконання кількох завдань, застосування кількох форм роботи. Крім того, завдяки цим прийомам пришвидшується темп уроку, активізується пізнавальна активність учнів.

Найважливіше значення етапу актуалізації полягає в тому, що учні поновлюють ті знання та способи дії, на яких ґрунтується новий навчальний зміст. Як приклад подамо систему завдань уроку з теми «Порозрядне додавання і віднімання чисел».

Як ми міркуємо щодо додавання та віднімання круглих чисел? Як додаємо одноцифрове число до двоцифрового? Як віднімаємо одноцифрове число від двоцифрового? Як додаємо кругле число до двоцифрового? Як віднімаємо кругле число від двоцифрового? Який висновок можна зробити щодо додавання одиниць і додавання десятків? віднімання одиниць і віднімання десятків?

Етап **формування нових знань і способів дії** передбачає виконання підготовчих завдань, які або мають схожість із новим матеріалом, або є складовими для виконання нової дії. Наприклад, у завданні йдеться про випадки додавання і віднімання

двоцифрових чисел: складається проблемна ситуація, розв'язання якої відбувається шляхом зіставлення пар виразів.

Далі учням пропонується нове завдання, до якого не можна застосувати відомий спосіб дії, таким чином створюється проблемна ситуація невідповідності наявних знань новим умовам. Розв'язування цієї ситуації здійснюється під керівництвом учителя.

Аналогічно розглядається прийом віднімання. Після цього виділяється орієнтувальна основа дії (ООД), тобто розкривається зміст прийому. Учні коментують розв'язання, подане в готовому вигляді, разом з учителем опрацьовують (або складають) пам'ятку, алгоритм або схему.

Після цього здійснюється **первинне закріплення способу дії**. У даному випадку виконується обчислення з коментуванням.

За вдалої побудови системи навчальних завдань учні непомітно для себе виконують нову дію, і якщо у них виникає запитання «А коли ж буде новий матеріал?», можна вважати, що вчитель усунув «перешкоди» між попереднім матеріалом і новим, запобіг стресовим ситуаціям при зустрічі учнів із невідомим.

Таким чином, етап ознайомлення з новими знаннями і способами дії передбачає створення проблемної ситуації, її розв'язування, формулювання ООД, первинне закріплення дії у матеріалізованій формі та у формі виконання навчальних дій із коментуванням. Засобом навчання на цьому етапі стає система навчальних завдань, схеми, пам'ятки, картки з друкованою основою тощо.

Мета наступного етапу полягає у **формуванні вмінь і навичок щодо певної дії**; в організації неперервного повторення вивченого раніше або його узагальненні та систематизації. Тут застосовуються різні форми роботи: колективна, групова, індивідуальна, самостійна. Засобами навчання разом із традиційними завданнями можуть бути програмові засоби: тренувальні програми (тренажери лічби), фрагменти навчальних мультфільмів тощо. Ефективними є компетентнісно орієнтовані завдання, які уводять учнів у змінені навчальні умови [31].

На цьому ж етапі уроку, виходячи із пізнавальних потреб учнів класу, з метою розвитку в них логічного мислення та інтересу до математики доцільно пропонувати завдання з логічним навантаженням.

Для найбільшої користі від уроку потрібно, щоб кожен учень усвідомлював, про що нове й важливе для себе він дізнався, що йому добре вдається, над чим ще слід попрацювати, що він має зробити для покращення результатів своєї роботи, якої допомоги потребує.

7.2. Навчальний проєкт як спосіб застосування учнями досвіду математичної діяльності

Отже, обов'язковим етапом уроку є **рефлексія навчально-пізнавальної діяльності учнів**. На цьому етапі учні можуть висловлювати свої враження від уроку, давати оцінку власній діяльності (не роботі вчителя). Помічено, що навіть першокласники здатні до об'єктивної оцінки. Так, цінною для спостереження стала думка одного школяра, яку він висловив на уроці в присутності науковців. Коли вчителька запропонувала висловитись, чи сподобався дітям урок, учень відповів: «Мені урок не дуже сподобався...». Учителька дещо розгубилася, але спробувала уточнити, чому саме урок не сподобався учневі. На це дитина відповіла: «У мене ще цифра 5 погано виходить...».

На етапі рефлексії навчально-пізнавальної діяльності доцільно скористатися рекомендаціями О. Я. Савченко, яка пропонує учням продовжити такі речення: «Я знаю, що...»; «Я можу пояснити...»; «Я розумію...»; «Я вмю робити...»; «Я перевіряю...»; «Я намагаюся...»; «Я відчуваю, що мені потрібно...» та ін. [12].

Отже, формування предметної математичної і ключових компетентностей можливе за умови реалізації діяльнісного підходу. Він має знайти відображення у структурі уроку математики, яка відтворює етапи навчального пізнання й відповідає структурі навчальної діяльності учнів.

Більш докладну інформацію про сучасний урок математики — див. у публікаціях [32; 33], а також на сайті interactive.ranok.com.ua.



7.2. НАВЧАЛЬНИЙ ПРОЄКТ ЯК СПОСІБ ЗАСТОСУВАННЯ УЧНЯМИ ДОСВІДУ МАТЕМАТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

За останніми дослідженнями нейропсихологів, пізнавальні й поведінкові характеристики сучасних дітей надто відрізняються від характеристик їхніх однолітків кінця минулого століття. Так, нині 3–5-річні діти здатні працювати на результат, тоді як раніше це було доступним для 7–10-річних дітей. У сучасних дітей переважає системно-смісловне мислення, домінує смислове середовище, яке регулює їхню поведінку. Зараз дитина готова почути дорослого лише після того, як буде вибудована система відносин на основі довіри й розуміння, і ця система переважає над потребою традиційного набуття знань. У сучасних дітей, на відміну від їхніх однолітків кінця XX століття, у яких переважав наслідувальний рефлекс, спостерігається прагнення свободи — вони самі вибудовують систему поведінки, і це спостерігається вже в наймолодшому віці. Якщо раніше найрозповсюдженішим питанням

дітей 5–6 років було «Чому?», то у сучасних дітей це питання «Навіщо?»; важливішою є не причинно-наслідкова залежність між об'єктами і явищами, а сенс власних вчинків і дій, — тож із сучасними дітьми треба домовлятися. Таким чином, репродуктивна подача інформації і завдання на відтворення знань дітям не цікаві, їх більше приваблюють пошукові завдання і завдання, які змушують творчо мислити.

За висновками науковців і педагогів-практиків, в умовах упровадження компетентнісного підходу значна увага має приділятися організації суб'єкт-суб'єктної взаємодії між учасниками навчально-виховного процесу. Тому перевагу слід надавати методам і формам організації навчання, які стимулюють активну пізнавальну й перетворювальну діяльність учнів. Одним із найефективніших засобів формування в учнів компетентностей нині визнається метод проєктів.

Учителі, які мають досвід організації проєктної діяльності молодших школярів, відзначають її позитивні результати, більшість з яких пов'язана із формуванням загальнонавчальних умінь — навчально-організаційних, навчально-інформаційних, загальнопізнавальних і контролюючо-оцінювальних, що складають основу ключових компетентностей.

Відповідність проєктної діяльності компетентнісному підходу також виявляється в тому, що планування роботи учасниками починається з чіткого визначення мети й конкретного результату, на який вона буде спрямована. Як відомо, компетентність формується в діяльності, яка передбачає розв'язання актуальної для учнів проблеми. Так і в ході навчального проєкту активність учасників спрямована на подолання інтелектуальної чи практичної проблеми.

Унікальність роботи над проєктом полягає у її властивості інтегрувати зміст навчання різних предметів. Найчастіше проєктна діяльність організовується під час вивчення природознавства, трудового навчання, основ здоров'я, літературного читання, «Я у світі», а також у позаурочний час, проте вона має значний розвивальний потенціал і для математики.

Взагалі в будь-якій із навчальних тем можна виділити проблему, яка буде піддаватися вирішенню у формі проєкту. Разом із тим не існує (та й не може існувати) розробленого наперед планування проєктів, оскільки в основі їх розроблення перебувають потреби, мотиви, інтереси конкретного учня або класу. У зв'язку з цим можемо поділитися лише ідеями тем навчальних проєктів, пов'язаних зі змістом навчання математики.

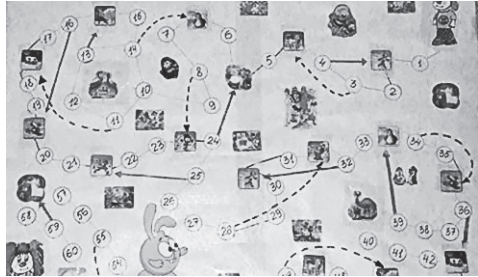
Зважаючи на змістові особливості курсу математики і щільність часу, відведеного на досягнення програмових вимог, навчальний проєкт із цього предмета доцільно організувати, по-перше, як урізноманітнення діяльності учнів у разі їхнього успішного просування в засвоєнні основного змісту, по-друге, якщо навчальна ситуація в класі спричинила проблему, прийнятну для розв'язання методом проєктів. Зупинимось на другій умові.

Відомо, що однією з новацій навчальної програми є уведення до змісту навчання в 1 класі розділу «Сотня». Хоча відповідні теми подаються з пропедевтичною метою, але практика показує, що під час їх вивчення учні стикаються з певними труднощами, зокрема в засвоєнні нумерації чисел у межах 100. Щоб вивчення такого матеріалу було ефективним, доречно разом з учнями виконати прикладний навчальний проєкт «Гра-мандрівка». Його результатом може бути настільна гра-бродилка на будь-яку цікаву для дітей класу тематику — подорож країною, пошуки скарбів, пригоди в джунглях, космічні мандри тощо. Дидактична користь гри передусім полягатиме в тому, що під час її створення учні самостійно розташують на ігровому полі ряд чисел у межах 100, а під час використання в невимушеній атмосфері «працюватимуть» із цим рядом. Таким чином учні мимовільно опанують порядкову лічбу, що стане навчальним результатом діяльності. Водночас колективна справа з реальним і цікавим результатом додасть ціннісного ефекту справі.

Приймаючи рішення про залучення дітей до проєктної діяльності, учитель має для себе з'ясувати: чи існує потреба в даній навчальній ситуації в класі саме в такій формі роботи; чи є намір використовувати, наприклад, під час перерв або в позаурочний час виготовлену гру; чи доступною для учнів буде така справа; чи зацікавить вона дітей; чи реально знайдеться час для цієї роботи.

Організація такого проєкту має відбуватися природно, наприклад, від ідеї зробити настільну гру власноруч. Залежно від можливостей дітей результатом може бути одна гра, проте цікавіше об'єднати учнів у кілька груп і виготовити більше ігор. Спочатку слід пояснити, про яку гру-мандрівку йдеться: показати її у фабричному виготовленні або на малюнку. Доцільно завести розмову про цікаві місця, якими б діти хотіли здійснити віртуальну подорож (для користі справи важливо, щоб ініціатива йшла саме від учнів). Визначившись із сюжетом, необхідно визначити правила гри, а потім скласти план виконання проєкту, тобто разом з учнями намітити кроки, які приведуть до бажаного результату. Під час обговорення плану варто зупинитися на таких питаннях:

для чого знадобиться виготовлена гра; хто може бути помічником у справі; які знання чи інформація нам знадобляться; які матеріали будуть потрібні (звернути увагу, що можна використати картинки зі старих журналів чи рекламних листівок); у якій послідовності буде створюватись власне гра; якою має бути робота (критеріями можуть виступати охайність, яскравість, оригінальність, гумор); як і кому буде презентована робота.



План за потреби можна оформити за таким зразком:

Старт

Тема мого проекту —

Моя мета —

За порадою звернусь до...

Потрібну інформацію знайду в...

Серед матеріалів відберу ті, що...

Оформлюю...

Слідкуватиму, щоб робота була...

Підготуюсь до...

Фініш

7.2. Навчальний проєкт як спосіб застосування учнями досвіду математичної діяльності

Це і є ті кроки, які допоможуть дітям усвідомлено й відповідально ставитися до обраної справи, вчитися організовувати свою роботу.

Під час виконання проєкту вчитель запропонує учням самостійно розташувати числа на ігровому полі, організує само- або взаємоперевірку правильності побудови числового ряду. Коли гра буде готовою, доцільно навчати учнів стежити за дотриманням її правил, а також за правильністю лічби.

Так само прикладний проєкт можна виконати в 2 класі, присвятивши його вивченню табличного множення і ділення. Нагадаємо, що згідно з останніми змінами в програмі з математики та за здоровою логікою у процесі засвоєння випадків множення і ділення учні можуть користуватися таблицею. Цікавіше, коли таку «підказку» створять самі учні. Найпростіший варіант — оформити в рамку роздруковану таблицю. Проте корисніше запропонувати учням не готовий примірник таблиці, а лише її поля, після чого діти зможуть самі заповнити їх потрібними числами.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Подібну справу можна організувати, виготовляючи будь-які інші пам'ятки або підказки для роботи над задачами.

Звичайно, під час навчання математики доцільно розробляти не лише прикладні проєкти.

Так, з учнями можна організувати інформаційні проєкти: «Які квадрати називають «магічними?»»; «Найдавніші математичні

знаки»; «Грошові одиниці в Україні»; «З історії вимірювальних приладів»; «Найвідоміші математики планети»; «Котра година зараз на планеті?»; «Математичні цікавинки».

Пошуково-дослідницькі проєкти можуть мати такі теми: «Математика в казках», «Математика на кухні», складання таблиці витрат матеріалів «Ремонт у моєму домі», «Геометричні тіла в архітектурі», планування ділянки «Присадибна ділянка», «Математика в легендах».

Темами творчих проєктів можуть бути: «Музичний задачник», «Числова мозаїка», «Ненудний задачник», ілюстрування задач «Намалюємо задачу», «Математична газета», складання задачника «У тридев'ятому царстві», «Надзвичайні одиниці вимірювання величин». Як ігрові проєкти можна організувати спектаклі «Як виникла математика» і «У доісторичній математичній школі», ділові ігри «У магазині іграшок», «Мій бюджет на місяць», «Як навчитися заощаджувати кошти?» тощо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. *Безруких М. М.* Возрастная физиология : (Физиология развития ребенка) : Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / М. М. Безруких, В. Д. Сонькин, Д. А. Фарбер. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 416 с.
2. *Гончаренко С. А.* Психологічна діагностика особливостей когнітивного розвитку молодших школярів в умовах інформаційного суспільства : [монографія] / С. А. Гончаренко, А. Й. Ваврик, Є. П. Верещак [та ін.]; за ред. С. А. Гончаренко, Л. О. Кондратенко. — К., Кіровоград: Імекс-ЛТД, 2014. — 228 с.
3. *Безруких М. М.* Психофизиологические основы трудностей обучения письму / М. М. Безруких // Физиология человека. — 2005. — Т. 31, № 5. — С. 52–57.
4. *Семенович А. В.* Нейропсихологическая диагностика и коррекция в детском возрасте / А. В. Семенович. — М.: АCADEMA, 2002. — 159 с.
5. *Останина Е. Е.* Обучение школьников приему классификации // Начальная школа. № 1. — 1993. — С. 38–40.
6. *Скворцова С. О.* Врахування вікових особливостей когнітивних процесів молодших школярів у навчанні математики / С. О. Скворцова // Науковий вісник Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського. Педагогічні науки. — 2017. — № 3. С. 341–349.
7. *Скворцова С. А.* Система учебных заданий как средство обеспечения достижения успеха учащимися / С. А. Скворцова, О. В. Оноприенко // Начальное образование: проблемы и решения: материалы I Международной научно-практической интернет-конференции (15 июня 2018 г., г. Наманган, Узбекистан): в 2-х частях. — Ч. II. — Наманган: Наманганский государственный университет, 2018. — С. 5–15.
8. *Ермолаев О. Ю.* Внимание школьника [Текст] / О. Ю. Ермолаев, Т. М. Марютина, Т. А. Мешкова. — М., 2007. — 84 с.
9. *Скворцова С. О.* Методика навчання математики в першому класі: методичний посібник. — Одеса: Фенікс, 2011. — 240 с.
10. *Гальперин П. Я.* Экспериментальное формирование внимания / П. Я. Гальперин, С. Л. Кабыльницкая. — М.: Изд-во МГУ, 1974. — 94 с.
11. *Яковлева Е. Л.* Развитие внимания и памяти у школьников / Е. Л. Яковлева. — М.: Междунар. пед. академия, 1995. — 123 с.

12. *Савченко О. Я.* Дидактика початкової освіти : підруч. для вищ. навч. закл. / О. Я. Савченко. — К.: Грамота, 2012. — 504 с.
13. *Сиротюк А. Л.* Обучение детей с учетом психофизиологии : практическое руководство для учителей и родителей / А. Л. Сиротюк. — М.: ТЦ Сфера, 2001. — 128 с.
14. *Выготский Л. С.* Собрание сочинений в 6-ти т. Т. 3 Проблемы развития психики / под ред. А. М. Матюшкина. — М.: Педагогика, 1983. — 368 с.
15. *Талызина Н. Ф.* Педагогическая психология : учеб. пособие для студ. сред. пед. учеб. заведений / Н. Ф. Талызина. — М. : Академия, 1998. — 288 с.
16. *Гальперин П. Я.* К учению об интериоризации / П. Я. Гальперин // Вопросы психологии. — 1966. — № 6. — С. 25–32.
17. *Давыдов В. В.* Новый подход к пониманию структуры и содержания деятельности / В. В. Давыдов // Вопросы психологии. — 2003. — № 2. — С. 42–49.
18. *Заика Е. В.* Игры для развития внутреннего плана действий школьников / Е. В. Заика // Вопросы психологии. — 1994, № 5. — с. 60–68.
19. *Зак А. З.* Различия в мышлении детей / А. З. Зак. — М.: Владос, 1992. — 128 с.
20. *Выготский Л. С.* Собрание сочинений в 6 томах. Т. 4. Детская психология; под ред. Д. Б. Эльконина. — М.: Педагогика, 1984. — 432 с.
21. *Черниговская Т.* Как научить мозг учиться [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.cluber.com.ua/lifestyle/samorazvitie-lifestyle/2015/06/kak-nauchit-mozg-uchitsya/>
22. *Амонашвили Ш. А.* Обучение. Оценка. Отметка / Ш. А. Амонашвили. — М.: Знание, 1980. — 96 с.
23. *Кондратенко Л. О.* Нові проблеми в психології, породжені впливом цифрових технологій на людину / Л. О. Кондратенко, Л. М. Манилова // Збірник наукових праць Інституту психології імені Г. С. Костюка НАПН України. — 2019, Т. VI «Психологія обдарованості», Вип. 15. — С. 75–86.
24. *Безруких М. М.* Дошкольник. Мифы и реалии развития / М. М. Безруких // Вестник практической психологии образования. — 2011, № 4 (29). — С. 16–20.
25. *Скворцова С. О.* Навчання математики учнів — представників цифрового покоління / С. О. Скворцова // Актуальні питання гуманітарних наук. — 2018. — Т. 3. — Вип. 20. — С. 120–124.

26. *Скворцова С. А.* Обучение математике с учетом нейрофизиологических особенностей первоклассников / С. А. Скворцова // Начальное образование: проблемы и решения: материалы I Международной научно-практической интернет-конференции (15 июня 2018 г., г. Намаган, Узбекистан): в 2-х частях. Ч. II. — Намаган: Намаганский государственный университет, 2018. — С. 15–26.
27. *Фридман Л. М.* Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л. М. Фридман. — М.: Просвещение, 1983. — 160 с.
28. Типова освітня програма з математики, розроблена під керівництвом Савченко О. Я. (1–2 класи) [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-1-4-klas/nush/2019/10/1-2-dodatki.pdf>
29. Дидактико-методичне забезпечення контролю та оцінювання навчальних досягнень молодших школярів на засадах компетентнісного підходу: монографія / О. Я. Савченко, Н. М. Бібік, О. В. Онопрієнко та ін. — К.: Педагогічна думка, 2012. — 192 с.
30. *Гальперин П. Я.* Опыт изучения формирования умственных действий / П. Я. Гальперин // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. — 2017. — № 4 — С. 3–20.
31. *Онопрієнко О. В.* Компетентнісно зорієнтовані задачі як засіб формування математичної компетентності учнів / О. В. Онопрієнко // Початкова школа. — 2013. — № 3. — С. 23–26.
32. *Скворцова С.* Урок математики у початковій школі: мета, завдання, структура / С. Скворцова, О. Онопрієнко // Початкова школа. — 2015. — № 1. — с. 4–9.
33. *Скворцова С.* Урок-дослідження у початковій школі / С. Скворцова, О. Онопрієнко // Початкова школа. — 2015. — № 12. — С. 13–17.
34. *Талызина Н. Ф.* Формирование познавательной деятельности младших школьников. — М.: Просвещение, 1998 — 175 с.
35. *Бельтюкова Г. В.* Первый концентр — числа от 0 до 20 // Начальная школа. № 1. — 1993. — С. 38–40.
36. *Король Я. А., Король Я. Р.* Изучение нумерации чисел // Начальная школа. № 9. — 1987. — С. 44–48.
37. *Эрдниева П. М.* Обучение математике по УДЕ. 1 класс // Начальная школа. № 4. — 1993. — С. 23–29.

ЗМІСТ

Передмова.....	3
----------------	---

Розділ 1. Психолого-педагогічні засади навчання математики в 1–2 класах

1.1. Вікові особливості пізнавальних процесів 6–7-річних дітей, їх урахування і розвиток на уроках математики.....	9
1.2. Загальні питання методики навчання математики з урахуванням особливостей перебігу когнітивних процесів учнів 1–2 класів.....	25

Розділ 2. Методика навчання нумерації чисел та арифметичних дій із числами

2.1. Числа 1–10. Число 0.....	35
2.1.1. Нумерація чисел першого десятка.....	35
2.2. Числа 11–100.....	47
2.2.1. Нумерація чисел 11–100.....	47
2.2.2. Методика вивчення додавання і віднімання в межах 10.....	73
2.2.3. Додавання і віднімання в межах 100 без переходу через розряд.....	125
2.2.4. Додавання і віднімання чисел у межах 20 з переходом через розряд.....	136
2.2.5. Додавання і віднімання чисел у межах 100 з переходом через розряд.....	152
2.2.6. Табличне множення та ділення.....	168

Розділ 3. Методика навчання розв’язування задач у 1–2 класах

3.1. Прості задачі.....	195
3.1.1. Ознайомлення із задачею в 1 класі.....	196
3.1.2. Прості задачі (1 клас).....	209
3.1.3. Прості задачі (2 клас).....	228
3.2. Складені задачі.....	235
3.2.1. Формування поняття про складену задачу.....	235
3.2.2. Формування вміння розв’язувати складені задачі. Навчання запису розв’язання складеної задачі виразом.....	255

**Розділ 4. Методика алгебраїчної пропедевтики
в 1–2 класах**

- 4.1. Числові вирази, рівності, нерівності в 1 класі 279
4.2. Числові вирази та вирази зі змінною, рівності,
нерівності в 2 класі 283

**Розділ 5. Методика геометричної пропедевтики
в 1–2 класах**

- 5.1. Геометричний матеріал в 1 класі 304
5.2. Геометричний матеріал у 2 класі 311

**Розділ 6. Методика навчання основних величин
у 1–2 класах**

- 6.1. Величини та їх вимірювання в курсі
математики 1 класу 320
6.2. Величини та їх вимірювання в курсі
математики 2 класу 331

**Розділ 7. Урок математики
в початковій школі**

- 7.1. Мета, завдання уроку. Структура сучасного
уроку математики 334
7.2. Навчальний проєкт як спосіб застосування
учнями досвіду математичної діяльності. 341

Список використаних джерел 347

Навчальне видання
СКВОРЦОВА Світлана Олексіївна
ОНОПРИЄНКО Оксана Володимирівна

**«Нова українська школа: методика
навчання математики у 1–2 класах
закладів загальної середньої освіти
на засадах інтегративного
і компетентнісного підходів»**
навчально-методичний посібник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Редактор *І. Л. Морева*.
Технічний редактор *А. В. Пліско*.
Коректор *Н. В. Красна*

Підписано до друку 29.11.2019 р. Формат 60×90/16.
Папір офсетний. Гарнітура Шкільна.
Друк офсетний. Ум. друк. арк. 22,00. Обл.-вид. арк. 22,9.
Тираж 50 937 прим. Зам. № 2511-2019.

ТОВ Видавництво «Ранок»,
вул. Кібальчича, 27, к. 135, Харків, 61071.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5215 від 22.09.2016.
Адреса редакції: вул. Космічна, 21а, Харків, 61145.
E-mail: office@ranok.com.ua. Тел. (057) 719-48-65, тел./факс (057) 719-58-67.

Навчально-методичний посібник
надруковано на папері українського виробництва

Надруковано у друкарні ТОВ «ТРИАДА-ПАК»,
пров. Сімферопольський, 6, Харків, 61052.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 5340 від 15.05.2017.
Тел. +38 (057) 712-20-00. E-mail: sale@triada.kharkov.ua

НОВА УКРАЇНЬСЬКА ШКОЛА: МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У 1–2 КЛАСАХ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ НА ЗАСАДАХ ІНТЕГРАТИВНОГО І КОМПЕТЕНТІСНОГО ПІДХОДІВ

- Методика навчання нумерації чисел та арифметичних дій із числами
- Методика навчання розв'язування задач
- Методика алгебраїчної пропедевтики
- Методика геометричної пропедевтики
- Методика навчання основних величин

Видання супроводжується
інтернет-підтримкою, яка містить:

- методичні рекомендації щодо вивчення окремих тем
- очікувані результати й орієнтовний зміст навчання
- приклади завдань

